

# Posudek oponenta bakalářské práce

**Název:** Diskrétní Schrödingerův operátor s komplexním schodovitým potenciálem  
Discrete Schrödinger operator with a complex step potential

**Autor:** Vojtěch Bartoš

**Vedoucí:** Ing. František Štampach, Ph.D.

**Oponent:** prof. Mgr. David Krejčířík, Ph.D., DSc.

Spojité Schrödingerův operátor s komplexním schodovitým potenciálem je  $m$ -sektoriální realizace diferenciálního výrazu

$$H_\alpha := -\frac{d^2}{dx^2} + \alpha \operatorname{sgn}(x) \quad \text{na} \quad L^2(\mathbb{R}), \quad \alpha \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

jehož spektrální (a pseudospektrální) analýza (pro  $\alpha = i$ ) včetně poruch byla provedena oponentem v roce 2017 (reference [3] bakalářky). Úkolem studenta bylo prozkoumání diskrétní analogie modelu (1), t.j.  $x \in \mathbb{Z}$  namísto  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\ell^2(\mathbb{Z})$  namísto  $L^2(\mathbb{R})$  a difference namísto diferenciálů. Jinými slovy se jednalo o spektrální analýzu speciální třídy Jacobiho matic.

Tohoto úkolu se student bravurně zhostil. Pokročilými metodami funkcionální analýzy, jež jdou nad rámec obvyklých znalostí absolventa bakalářského studia, student nejdříve našel (čistě spojitě) spektrum diskrétní verze operátoru  $H_\alpha$  a následně odvodil odhady na lokalizaci (diskrétních) vlastních hodnot po přidání kompaktních poruch.

Podle mého názoru se jedná o velice kvalitní a pečlivě sepsanou bakalářskou práci, jež by měla být po dodání dalších výsledků (jako například pseudospektrální analýza) publikována v mezinárodním vědeckém časopise (možný cíl navazujícího výzkumného úkolu?). Podněty (případné dotazy k obhajobě) a drobné (nepodstatné) výtky prezentuji na následující straně.

Bez jakéhokoli váhání navrhuji bakalářskou práci ohodnotit známkou **A - výborně**.

### Dotazy k obhajobě:

1. (**Pseudospektrální analýza**) Umíte nalézt horní a dolní odhady na normu rezolventy Vašeho operátoru  $H_\alpha$ , jež by (smysluplně) závisely na vzdálenosti spektrálního parametru od spektra?
2. Jak vypadá číselný obor hodnot (**numerical range**) Vašeho operátoru  $H_\alpha$ ?

### Drobné výtky:

1. Strany 7–8: Úvod musí být pro neodborníka velice nesrozumitelný (diskrétní derivace není zavedena, tudíž formulka pro diskrétní laplacián je nejasná, jakož i následující komentáře;  $x$  značí bod na reálné ose, zároveň však i komplexní posloupnost; atd.).
2. Strana 15: vlstní  $\rightarrow$  vlastní.
3. Strana 17 (v poznámce dole): Birmann  $\rightarrow$  Birman.
4. Strana 21: známe  $\rightarrow$  známé.
5. Strana 22: Výsledek, že bodové spektrum je prázdné, by bylo vhodné formulovat jako tvrzení.
6. Strana 23: Výsledek, že reziduální spektrum je prázdné, by bylo vhodné formulovat jako tvrzení.
7. Strana 23: Nerozumím úvaze na začátku kapitoly 2.3. Nalezením rezolventní množiny bude spektrum určeno, a to i bez znalosti, že je čistě spojitě.
8. Strana 30: Hlavní výsledek dlouhé kapitoly 2.3, jak vypadá spektrum operátoru  $H_\alpha$ , by bylo vhodné formulovat jako teorém.