

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**DIPLOMOVÁ
PRÁCE**

2022

**MODELY TVÁRNÉHO PORUŠOVÁNÍ
TENKOSTĚNNÝCH KONSTRUKCÍ
TRANSFORMACE MOHR-COULOMBOVA
MODELU NA FFLD**

MODELS OF DUCTILE FRACTURE
OF THIN-WALLED STRUCTURES
MOHR-COULOMB MODEL TRANSFORMATION
ONTO FFLD

**JIŘÍ
HLAVNIČKA**

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Hlavnička** Jméno: **Jiří** Osobní číslo: **473461**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Aplikované vědy ve strojním inženýrství**
Specializace: **Aplikovaná mechanika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Modely tvárného porušování tenkostěnných konstrukcí. Transformace Mohr-Coulombova modelu na FFLD.

Název diplomové práce anglicky:

Models of ductile fracture of thin-walled structures. Mohr-Coulomb model transformation onto FFLD.

Pokyny pro vypracování:

Navrhněte a ověřte transformaci závislosti lomové plastické deformace na triaxialitě a Lodeho parametru (lomové funkce) při tvárném porušení na tzv. "fracture forming limit diagram" (FFLD). Při ověřování využijte dostupná naměřená data pro materiál DP 1000. Postupujte podle následujících bodů:

- 1) Kalibrujte Hillův model anisotropní plasticity.
- 2) Kalibrujte modifikovanou Mohr-Coulombovu lomovou funkci (MMC). Simulujte jednoduchý případ tváření a porovnejte s experimentem.
- 3) Navrhněte analytický nebo semi-analytický postup transformace MMC na FFLD a realizujte pro daný materiál.
- 4) Proveďte srovnání s dostupnými podklady a diskusi výsledků. Formulujte závěry.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Banabic, D. Sheet Metal Forming Processes, Constitutive Modelling and Numerical Simulation. Springer-Verlag
[2] Chaimongkon, T. Panich, S. Uthaisangsuk, V. Anisotropic fracture forming limit curve and its applications for sheet metal forming with complex strain path. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol 115, pp. 3553 - 3577. 2021

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc. odbor pružnosti a pevnosti FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **12.04.2022**

Termín odevzdání diplomové práce: **14.08.2022**

Platnost zadání diplomové práce: _____

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 14. 8. 2022

podpis

Poděkování

Rád bych vyjádřil velké poděkování vedoucímu práce doc. Ing. Miroslavu Španielovi CSc. za jeho trpělivost a ochotu předávat své vědomosti, otevřeně diskutovat nad řešením banálních i komplikovaných problémů a za motivaci při snaze nalézt řešení dané problematiky.

Vřelé poděkování také patří firmě COMTES FHT, která umožnila zabývat se aktuální tematikou zpracování plechů, rozšířit poznatky nabyté v rámci bakalářské práce a aplikovat je pro praxi. Dále také děkuji za vřelý přístup všech pracovníků a příjemné prostředí, které dalo vzniku této práce.

Anotace

Autor:	Jiří Hlavnička
Název:	Modely tvárného porušování tenkostěnných konstrukcí. Transformace Mohr-Coulombova modelu na FFLD.
Akademický rok:	2021/2022
Studijní program:	Aplikované vědy ve strojním inženýrství
Studijní obor:	Aplikovaná mechanika
Ústav:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Odbor:	Odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí práce:	doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
Zadavatel:	COMTES FHT a.s.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 64 Počet obrázků: 42 Počet tabulek: 11 Počet příloh: 0
Klíčová slova:	křivka mezní tvářitelnosti, FLC, diagram mezní tvářitelnosti, FLD, FFLD, lomová funkce, Mohr-Coulomb, modifikovaný Mohr-Coulomb, MMC, MMC-FFLD, Lankfordův koeficient, tvárné porušování kovů, anizotropie plechů, anizotropní model plasticity, Hill48, DP1000
Anotace:	Tato diplomová práce se zabývá možností transformace fenomenologického modelu tvárného porušování modifikovaný Mohr-Coulomb (MMC) na fracture forming limit diagram (MMC-FFLD). Práce ve svém přístupu využívá fenomenologický model anizotropní plasticity (Hill48) a aplikuje jej na materiál DP1000. Součástí práce bylo provedení experimentů, na jejichž základě bylo možné kalibrovat a validovat užité fenomenologické modely plasticity a tvárného porušování.

Annotation

Author:	Jiří Hlavnička
Title:	Models of ductile fracture of thin-walled structures. Mohr-Coulomb model transformation onto FFLD
Academic year:	2021/2022
Education program:	Applied sciences in mechanical engineering
Specialization:	Applied mechanics
Department:	Department of mechanics, biomechanics and mechatronics
Thesis supervisor:	doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
Submitter:	COMTES FHT a.s.
Bibliographic data:	Pages: 64 Pictures: 42 Tables: 11 Attachments: 0
Keywords:	forming limit curve, FLC, forming limit diagram, FLD, fracture forming limit diagram, FFLD, fracture locus, Mohr-Coulomb, modified Mohr-Coulomb, MMC, MMC-FFLD, Lankford coefficient, r-values, ductile fracture, anisotropy of sheets, anisotropic plasticity, Hill48, DP1000
Annotation:	This diploma thesis deals with the possibilities of transforming the phenomenological ductile fracture locus modified Mohr-Coulomb (MMC) onto the fracture forming limit diagram (MMC-FFLD). This thesis approaches anisotropy using the phenomenological model of anisotropic plasticity Hill48 and applies it to the DP1000 steel. This thesis also executes a series of experiments on the basis of calibration and validation of the used phenomenological models of plasticity and ductile fracture.

Obsah

Přehled použitých symbolů a veličin	9
1 Úvod	10
2 Cíle práce	12
3 Aktuální stav poznání	13
3.1 Ocel DP1000	13
3.2 Historie tvářecích diagramů	13
3.2.1 Forming limit diagram	14
3.2.2 Fracture forming limit diagram	15
3.3 Anizotropie plechů	16
3.3.1 Model anizotropní plasticity - Hill 48	18
3.4 Model tvárného porušování	20
3.4.1 Mohr-Coulomb model porušování	20
3.4.2 Model plastického zpevnění	21
3.4.3 Modifikovaný Mohr-Coulombův model tvárného porušování	22
3.5 Možnosti transformace modelů tvárného porušení na FFLD	23
4 Transformace MMC na MMC-FFLD	25
4.1 Obecný postup transformace lomové funkce MMC na MMC-FFLD	25
4.1.1 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta})$ do $\varepsilon_f(\eta)$	26
4.1.2 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\eta)$ do $\varepsilon_f(\beta)$	26
4.1.3 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\beta)$ do $\varepsilon_1(\varepsilon_2)$	28
4.2 Izotropní transformace MMC na MMC-FFLD	29
4.3 Základy anizotropní transformace MMC na MMC-FFLD	31
5 Experiment	33
5.1 Kalibrační portfolio	33
5.2 Norma pro zkoušku dle Nakajimy	34
5.3 Systém Aramis	35

6 Kalibrace modelu tvárného porušování modifikovaný Mohr-Coulomb	36
6.1 Základní mechanické vlastnosti	36
6.2 Kalibrace modelu plastického zpevnění	37
6.3 Kalibrace anizotropního modelu (Hill48)	37
6.3.1 Kalibrace užitím Lankfordových koeficientů	38
6.3.2 Kalibrace z poměrů dolních mezí kluzu Re_L	39
6.3.3 Kalibrace z poměrů mezí pevnosti R_m	40
6.4 Problematika modelu plastického zpevnění	41
6.5 Úprava modelu plastického zpevnění	42
6.6 Příprava MKP modelů	42
6.7 Kalibrace lomové funkce	44
6.8 Korekce plastického modelu	46
6.9 Rekalibrace lomové funkce pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění	48
6.10 Kontrolní simulace	50
7 Grafická reprezentace MMC-FFLD	54
8 Diskuse	56
9 Závěr	58
Reference	59
Bibliografie	59
Seznam obrázků	63
Seznam tabulek	64

Přehled použitých symbolů a veličin

Veličina	Jednotka	Význam
s	MPa	smluvní napětí
e	–	smluvní deformace
σ	MPa	napětí
$\bar{\sigma}$	MPa	ekvivalentní Hillovo napětí (Hill48)
ε	–	(logaritmická) deformace
$\bar{\varepsilon}_p^l$	–	ekvivalentní plastická deformace
ε_f	–	ekvivalentní lomová plastická deformace
η	–	triaxialita
ξ	–	Lodeho parametr
θ	$^\circ$	úhel vůči směru válcování definovaný v rovinně plechu
$\bar{\theta}$	rad	normalizovaný Lodeho úhel
A	-	koeficient plastického zpevnění
n	-	exponent plastického zpevnění
C_1, C_2, C_3	-	parametry modelu modifikovaný Mohr-Coulomb
J_3	-	třetí invariant deviátoru napětí
F, G, H, N, L, M	-	parametry Hillova anizotropního modelu plasticity
r	-	Lankfordův koeficient
R_{ij}	-	poměr mezí kluzu
D	-	skalární parametr poškození
α	-	poměr hlavních napětí
β	-	poměr hlavních deformací

1 Úvod

Tváření plechů má dlouhou tradici, která dala vzniknout zavedeným a osvědčeným postupům pro posuzování úspěšnosti tvářecích operací. V dnešní době je toto odvětví výrazně zastoupené zejména v automobilovém průmyslu, který klade na užívané materiály specifické nároky. Požadavek na snižování hmotnosti automobilů, vylepšení bezpečnosti i zvyšování tuhosti si vyžádaly používání pokročilejších materiálů, vysokopevnostních ocelí, pro svou schopnost uspokojit zvýšené požadavky na vybrané mechanické vlastnosti. Vylepšení jejich mechanických vlastností při zachovávání hustoty následně umožňuje užití výrazně tenčích plechů a tedy redukci celkové hmotnosti. Zvyšování vybraných mechanických vlastností je však úzce spjato s mechanismy porušování takových materiálu a jejich užívání ukazuje potřebu nových možností evaluace tvářecích procesů. V kombinaci s komplikovanými tvary výsledných produktů je nezbytné nalézat modifikace tvářecích procesů tak, aby bylo možné dosahovat požadovaných výsledků při současném zachování efektivity jejich optimalizace. Takové modifikace je však možné realizovat pouze v případě, že získáme alespoň rámcovou představu o chování materiálu a jeho porušování během požadovaných procesů.

Historicky užívaným nástrojem pro posuzování možností tváření plechů byly a nadále jsou tzv. diagramy mezní tvářitelnosti FLD - forming limit diagrams). Diagramy jsou jednoduchým nástrojem jak posuzovat nežádoucí stavy při tváření plechů. Běžně se forming limit diagramy získávají detailním zkoumáním procesu tažení. V současnosti je k tomuto účelu hojně využíváno optických metod měření deformací, zejména digitální korelace obrazu. Tato metoda také nabízí následnou možnost zpětné analýzy. Zájem vytvářet tento typ diagramu, zkoumající zejména lokální zužování vzorku a následný počátek rozvoje trhliny, byl proto, že většina běžně používaných procesů tváření dosahovala svých limitů právě v této oblasti, tedy docházelo k lokálnímu zaškrcování dříve, než dochází k porušení materiálu.

Přestože jsou v současné době procesy tváření podrobovány kontrolním simulacím, forming limit diagramy si stále drží své nenahraditelné místo při evaluaci těchto procesů. I přesto, že by se mohlo zdát, že je tento typ diagramů již překonán vylepšenými metodikami, není tomu tak zcela. Důvod je prostý - jejich jednoduchost a snadná interpretovatelnost. Použití FLD není nejpřesnějším způsobem jak popisovat porušování plechových dílů, jelikož nevyhnutelně vyžaduje mnoho zjednodušujících předpokladů. Přesto stále nabízí velmi rychlou orientaci při interpretaci výsledků simulací. Spíše než poskytovat přesné výsledky nabízí tyto diagramy možnost snadno odhalovat kritická místa tvářecích operací a rychle poskytovat výsledky při pokusech o optimalizaci takových míst. S vývojem materiálů i technologických operací však dochází ke změně mechanismů porušování. Vzniká potřeba

uspokojivě popsat i tyto stavy deformací, jenž klasické FLD nepokrývají. Pro tyto účely je vynakládána snaha o zapojení konceptů (i anizotropní) plasticity s tvárným porušováním a lomovou mechanikou tak, aby byly pro praxi dostatečně popsány mechanismy porušování při různých stavech napjatosti.

Jednou z možností jak k této problematice přistoupit je pokusit se propojit modely tvárného porušování s již zavedenými postupy tvorby FLD diagramů. Tato kombinace totiž umožní získat přesnější popis materiálu pro potřeby pokročilejších simulací, jako mezikrok při následné tvorbě zjednodušeného diagramu. Výhodou tohoto procesu je také užití standardních, normovaných, postupů pro získávání FLD a užití shodné sady experimentů - testovaných geometrií. Přestože takto zvolený proces poskytne do jisté míry opět omezenou představu o chování zkoumaného materiálu, nabízí dosažení přesnějších výsledků bez požadavků na další materiální a finanční zdroje potřebné k realizaci experimentů.

Při užívání takto vytvářených nástrojů si však musíme být stále vědomi i jejich značných limitací a inženýrským odhadem posuzovat zda jsou vhodné pro konkrétní operace, nebo zda je potřebné užívat, či nalézat alternativní koncepty.

2 Cíle práce

Tato práce si klade za cíl stanovit fracture forming limit diagram (FFLD) pro ocel s označením DP1000. Základním požadavkem kladeným na tuto práci je užití modelu tvárného porušení modifikovaný Mohr-Coulomb (MMC) při uvažování Hillovy anizotropní plasticity. Pro dosažení cíle je nutné postup systematicky rozdělit do dílčích kroků.

Prvním a nezbytným krokem k dosažení úspěchu je obeznámení se s problematikou tváření plechů, její historií i současností, jelikož jen tak je možné získat náhled a porozumět obsáhlému významu této práce. Seznámení se s praxí a požadavky kladenými na experimenty také umožní realizovat sérii měření, na jejichž základě budou získána data potřebná pro analýzu materiálu.

Pro zkoumání tvárného porušování plechu je nutné nejprve získat představu o plastickém chování daného materiálu. Vstupní požadavek na užití Hillovy plochy plasticity jasně definuje, že v práci budou uvažovány anizotropní vlastnosti zkoumané oceli (plechu). S kalibrací plochy plasticity také úzce souvisí potřeba identifikovat a kalibrovat model plastického zpevnění. K tomuto účelu poslouží kvazistatické tahové zkoušky na univerzálním stroji.

Se znalostí plastického chování materiálu lze dále postoupit k simulacím jednotlivých vzorků daného portfolia tak, aby bylo v průběhu zatěžování jednotlivých vzorků možné sledovat veličiny potřebné ke kalibraci lomové funkce modifikovaného Mohr-Coulombova (MMC) modelu tvárného porušení. Bude vyhodnocena simulovaná plastická odezva a srovnáním simulovaných dat s experimentálními budou stanoveny předpokládané okamžiky iniciace porušení vzorků. Toto srovnání poskytne základ potřebný pro kalibraci lomové funkce MMC v prostoru triaxiality a normalizovaného lodeho úhlu.

Kalibrovaná lomová funkce bude následně užita ke kontrolní simulaci tvárného porušení zvoleného vzorku, která umožní její validaci a sledování rozvoje porušení.

Finálním krokem bude převedení reprezentace lomové funkce (MMC) do fracture forming limit diagramu (MMC-FFLD). Tomu však nutně předchází formulace transformačních vztahů a také předpokladů, na jejichž základě bude možné tuto transformaci provést.

Závěrem bude provedena diskuze postupu a dosažených výsledků. Budou rozebrány případné vlivy na získané řešení a možné úpravy postupu. Tato práce je v jistém smyslu pokračováním bakalářské práce [1].

3 Aktuální stav poznání

3.1 Ocel DP1000

Automobilový průmysl využívá široké škály druhů ocelí. Zkoumaná ocel se řadí do skupiny pokročilých vysokopevnostních ocelí (AHSS - Advanced High Strength Steel), které běžně dosahují mezi pevnosti 500 - 1200 MPa. Označení DP1000 udává, že se jedná o nízkouhlíkovou dvoufázovou ocel (DP - Dual Phase) s očekávanou mezí pevnosti nad 1000 MPa. Dvoufázové oceli jsou tvořeny dispergovanými ostrůvky martenzitu uvnitř feritické matrice. Feritická matrice oceli zaručuje dobrou tvařitelnost, zatímco martenzitická struktura zvyšuje její celkovou pevnost.

Dvoufázové oceli mají typicky vysoký koeficient zpevnění a zároveň nízký koeficient odpevnění. Díky své vysoké přetvárné práci dobře absorbují energii a v kombinaci s vysokou únavovou pevností jsou pro automobilový průmysl velmi vhodné, zejména pro výrobu karoserie.

Tab. 3.1: Chemické složení oceli DP1000 [2]

C	Mn	Si	P	S	Cr	Mo	Ni
0,123	1,44	0,484	0,0102	0,0016	0,0122	<0,005	0,0275
Al	Co	Cu	Nb	Ti	V	W	B
0,0433	0,0161	0,0105	0,0156	0,0045	0,007	<0,010	0,0002

V této práci je užito ocelových plechů o tloušťce 0.8 mm.

3.2 Historie tvářecích diagramů

Při procesu tváření plechů dochází u jednotlivých vytvářených komponent k deformacím, které můžeme zkoumat na několika úrovních. Keeler, na základě pozorování, jako jeden z prvních poukázal na vhodnost zkoumání lokálních deformací, namísto globálních. Vlivem podmínek procesu a geometrie komponenty může, a často dochází, k lokalizaci deformací. Je proto účelné zkoumat právě tyto oblasti, kde také následně hrozí největší riziko dosažení limitů materiálu. Nežádoucím stavem z hlediska zpracování však nemusí být pouze porušení materiálu. Typicky nežádoucí pro zpracování plechů je lokální zúžení (zaškrcení). Dalším nežádoucím stavem může být porušení materiálu, případně také zvlnění nebo nedostatečná deformace. [3] Snaha analyzovat lokální deformace plechu tak dala vzniku jednoduché, přesto ucelené, metodice. Povrch plechu byl v nedeformovaném stavu pokryt kružnicemi o definovaném průměru. Následně byl plech podroben deformaci, vlivem které došlo

ke změně kružnicového rastru v elipsy. Měřením os na jednotlivých elipsách lze lokálně stanovovat hlavní a vedlejší deformace. Ve směru hlavní osy elipsy je stanovena hlavní deformace ε_1 (major strain), ve směru vedlejší osy pak deformace vedlejší ε_2 (minor strain). Jestliže spolu s měřením velikosti elips budeme stanovovat také to, zda v daném místě dochází k nežádoucímu stavu materiálu, můžeme takto získané hodnoty zanást do diagramu, jehož osy tvoří právě velikost hlavní a vedlejší deformace. Takto sestrojený diagram je velmi intuitivní a umožňuje následně snadnou analýzu lokálních deformací. Tato metodika je v rámci představy zachována dodnes, změnil se však způsob měření, který využívá moderní technologie. V současné době je využíváno bezkontaktních optických metod měření deformace DIC (Digital image correlation) a CGA (Circle grid analysis). Toto řešení umožňuje získávat mnohem detailnější informace o deformačním poli a také rychlé vyhodnocování výsledků.

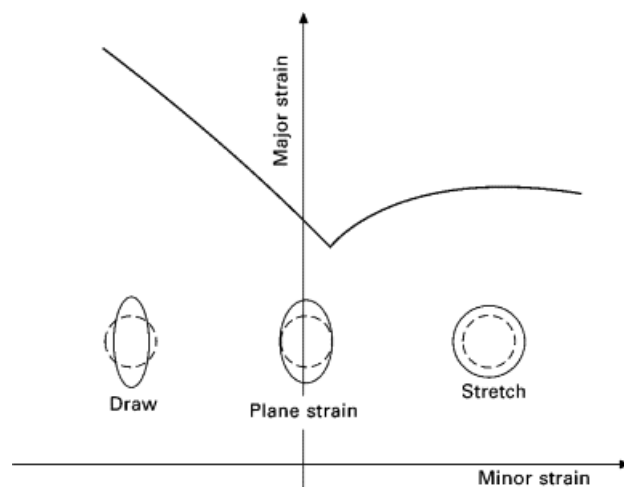
Při vytváření diagramů je uvažována rovinná napjatost. Tento předpoklad je pro velké množství jednoduchých geometrií splněn, jak bude ukázáno v kapitole 6.7. Dalším předpokladem je proporcionální zatěžování. Tento předpoklad je slabší než předpoklad rovinné napjatosti a závisí na geometrii a podmínkách experimentu. Zdá se, že v laboratorních podmínkách pro jednodušší geometrie je tento předpoklad také do jisté míry splněn. Pro komplexní geometrie však může být historie zatěžování značně neproporcionální. Tento předpoklad je možné ověřovat například kontrolou pomocí MKP simulací. [4] Na základě takových zjednodušení nejsou diagramy zcela schopny reflektovat komplexní historii zatěžování. Je nutné dbát zvýšené opatrnosti například při operacích, kde dochází k nadměrnému ohýbání, resp. opakovanému ohýbání.

3.2.1 Forming limit diagram

Jestliže v limitním diagramu (FLD) stanovíme hranici na mezi plastické stability oddělující stavy s excesivní lokální plastickou deformací, vedoucí k porušení, od stavů přijatelných, získáme konvenční mezní křivku tvářitelnosti označovanou jako FLC (Forming limit curve). Křivka reprezentuje stavy na hranici využitelné deformace materiálu bez vzniku trhlin.[3][5] Jelikož však proces stanovování mezní křivky může být zatížen vnějšími vlivy, stejně jako analyzované tvářecí procesy, je pro užití v praxi limitní křivka posunutá směrem k nižším hodnotám deformací o hodnotu zohledňující bezpečnost (tzv. safety margin). Běžná velikost posunutí je přibližně 10%, záleží však na konkrétní poloze limitní křivky.

V průběhu inženýrské praxe bylo prokázáno, že takto stanovované limitní křivky jsou dostačující pro většinu běžně užívaných materiálů, jako jsou nízkouhlíkové oceli, konvenční vysokopevnostní oceli (HSS) včetně některých pokročilejších vysokopevnostních ocelí (low grade AHSS) s nízkou mezí pevnosti. Tento přístup se však

ukazuje jako nedostatečný pro stanovování mezní tvařitelnosti u pokročilých ocelí (Dual Phase, Multi Phase, TRIP, TWIP). Stanovení diagramů pro tyto druhy ocelí vyžaduje experimentální přístup. [6]

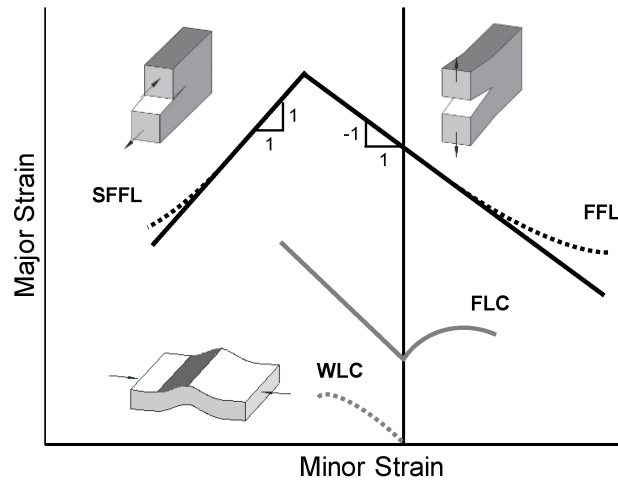


Obr. 3.1: Schematická reprezentace konvenční FLC [7]

Ze zavedených konvencí je hlavní deformace vždy kladná $\epsilon_1 \geq 0$ a její hodnota je vynášena na svislé ose, zatímco vedlejší deformace může nabývat i záporných hodnot a je vynášena na ose horizontální.

3.2.2 Fracture forming limit diagram

Lokální zúžení je běžně považováno za limit tvářecích operací. Ultimátním limitem tváření je pak porušení materiálu. Jestliže za limitní stav označíme porušení a opět budeme zkoumat deformace při nichž k tomuto jevu bude docházet, můžeme obdobným způsobem získat limitní diagram porušení FFLD (Fracture forming limit diagram). Jestliže zde vymežíme hranice mezi stavy bezpečnými a kritickými z hlediska porušení, můžeme stanovit hraniční křivky porušení. Křivky pak nesou označení podle toho, jakým mechanismem dochází k porušení. Jak je patrné v obrázku 3.2. Pro pravou část diagramu je typický tahový zatěžovací mód (Opening mode). Tato křivka (FFL) byla tradičně zkoumána, jelikož se nachází v oblastech deformací, ve kterých je definována konvenční FLC. Vlivem komplexních geometrií součástí současně s použitím materiálů s vyšší pevností je v současné době také stanovován limit pro levou část diagramu (SFL). V této oblasti dochází k zatěžování rovinným smykovým modem (Sliding mode). Snaha o zpřesnění FFLD přináší odklon od čistě matematického popisu experimentů. Nově kombinuje experiment s tvárnými modely porušování založenými na fyzikální představě mechanismu porušování. Tento přístup bude aplikován také v této práci, na základě modelu tvárného porušení označovaného jako modifikovaný Mohr-Coulomb (kapitola 3.4.3).



Obr. 3.2: Schematická reprezentace FFLD [8]

FLC - Forming limit curve

WLC - Wrinkling limit curve

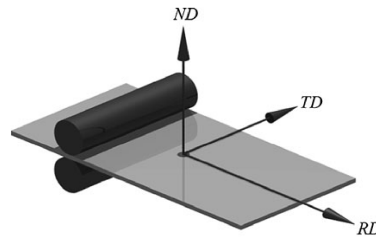
FFL - Fracture forming limit

SFFL - Shear fracture forming limit

EFL - Engeneering fracture limit

3.3 Anizotropie plechů

Válcování plechů je charakteristický proces, jehož vlivem dochází ke změnám mechanických vlastností. V závislosti na použitém materiálu takto zpracované plechy vykazují určitou míru anizotropie. V běžné praxi předpokládáme v každém bodě plechu tři ortogonální roviny symetrie. Takové rozložení mechanických vlastností je označováno jako ortotropie. Průsečnice těchto navzájem kolmých rovin symetrie vytváří ortogonální osy anizotropie. Vlivem válcování jsou tyto osy ztotožněny se směrem válcování (RD - roling direction), směrem kolmým na směr válcování v rovinně plechu (TD - transversal direction) a směrem kolmým na rovinu plechu (ND - normal direction). V rovině plechu je dále definován úhel $\theta \in \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$ udávající úhel odklonu vůči směru válcování (RD), který umožňuje zorientovat vzorky a vyhodnocované veličiny v rovinně plechu. Často vyhodnocovaný směr $\theta = 45^\circ$ je někdy také označován zkratkou DD (diagonal direction).



Obr. 3.3: Osy ortotropie válcovaného plechu [3]

Tradičně se míra anizotropie vyhodnocuje na základě Lankfordových koeficientů, jinak také označovaných jako R-values, případně také jako poměr plastických deformací (plastic strain ratio). Jejich vyhodnocení probíhá z normovaných tahových zkoušek (zkušební tyč plochá) v definovaných směrech plechu. Nejčastěji jsou takto vyhodnocovány vzorky ve třech význačných směrech roviny plechu $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$. [3] Lankfordovy koeficienty jsou definovány jako poměr příčné deformace ku deformaci po tloušťce vzorku

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}}, \quad (3.1)$$

kde r je lankfordův koeficient a $\varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$ jsou příčná a normálová (po tloušťce) deformace vzorku za předpokladu, že ε_{11} je deformace ve směru podélné osy vzorku. Takto definovaný koeficient vyjadřuje tendenci materiálu ke ztenčování v průběhu deformace. Pro hodnoty $r < 1$ je dominantní normálová deformace (deformace po tloušťce). V případech kdy $r \geq 1$ je materiál odolnější vůči ztenčování a tedy dominuje příčná deformace. Za předpokladu zachování objemu při plastické deformaci $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$ lze vyjádřit deformaci po tloušťce jako záporně vzatý součet příčné a podélné deformace

$$r = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}}. \quad (3.2)$$

Jestliže známe počáteční a konečné rozměry vzorku, můžeme pomocí nich snadno vyjádřit Lankfordovy koeficienty jako funkci počátečních a konečných rozměrů

$$r = \frac{\ln\left(\frac{a}{a_0}\right)}{\ln\left(\frac{l_0 \cdot a_0}{l \cdot a}\right)}, \quad (3.3)$$

kde a je konečná šířka vzorku, a_0 počáteční šířka vzorku, l konečná měřená délka vzorku a l_0 počáteční měřená délka vzorku. Jelikož plechy mají charakteristický rozměr (tloušťku) výrazně menší, jsou normálové deformace obtížně měřitelné. Vyloučením příčné deformace z výrazu 3.1 je tak dosaženo výrazného zvýšení přesnosti stanovování koeficientů. Jestliže vypočteme průměrnou hodnotu Lankfordových koe-

ficientů, typicky ze tří směrů (RD,DD,TD), určíme tzv. normálovou anizotropii r_n .

$$r_n = \frac{r_{0^\circ} + 2r_{45^\circ} + r_{90^\circ}}{4}, \quad (3.4)$$

$$\Delta r = \frac{r_{0^\circ} - 2r_{45^\circ} + r_{90^\circ}}{2}. \quad (3.5)$$

Hodnota Δr pak udává velikost změny koeficientu se změnou směru vůči směru válcování. Tato hodnota také udává míru tendence k tzv. earing - typickému zvlnění okraje plechu při hlubokém tažení.[3]

3.3.1 Model anizotropní plasticity - Hill 48

Hillův fenomenologický model anizotropní plasticity rovněž předpokládá tři ortogonální roviny symetrie a autor [9] na základě Von Misesova kritéria volí kvadratickou funkci k popisu plastického potenciálu a ekvivalentní napětí definuje jako

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2N\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2L\sigma_{23}^2}, \quad (3.6)$$

kde F, G, H, M, N, L jsou experimentálně zjištěné parametry Hillova modelu pro daný materiál a σ_{ij} jsou složky tenzoru napjatosti. Osy souřadného systému bývají obvykle ztotožněny s hlavními osami anizotropie. Za normálních podmínek je první osa ve směru válcování (RD), druhá osa ve směru transverzálním (TD) a třetí osa je totožná s osou normálovou (ND) plechu. Parametry Hillova modelu následně můžeme stanovit na základě vztahů

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{11}^2} \right) \\ G &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{33}^2} + \frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{22}^2} \right) \\ H &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} - \frac{1}{R_{33}^2} \right) \\ N &= \frac{1}{2R_{12}^2}, \quad M = \frac{1}{2R_{13}^2}, \quad L = \frac{1}{2R_{23}^2}, \quad [10] \end{aligned} \quad (3.7)$$

kde R_{ij} jsou poměry okamžitých mezí kluzu definované vztahem

$$R_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^Y}{\sigma_{ref}}, \quad (3.8)$$

kde σ_{ij}^Y jsou okamžité meze kluzu a σ_{ref} označuje referenční mez kluzu. Například [10] pak užívá jako referenční napětí mez kluzu ve směru válcování $\sigma_{ref} = \sigma_{11}^Y$.

Za předpokladu rovinné napjatosti se Hillovo ekvivalentní napětí dále redukuje

do tvaru

$$\bar{\sigma} = \sqrt{F\sigma_2^2 + G\sigma_1^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2N\sigma_{12}^2}. \quad [11] \quad (3.9)$$

Uvažováním asociovaného zákona tečení (Associated plastic flow rule) lze z rovnic 3.7 vyjádřit vztahy pro parametry Hillova modelu vyjádřené pomocí stanovených Lankfordových koeficientů

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(r_0 + 1)}, \quad G = \frac{1}{r_0 + 1}, \quad N = (F + G) \left(r_{45} + \frac{1}{2} \right), \quad [12] \quad (3.10)$$

kde $r_{0^\circ}, r_{45^\circ}, r_{90^\circ}$ jsou lankfordovy koeficienty ve směrech udaných úhlem θ vůči směru válcování.

Autoři [13] ukázali, že dle potřeb nemusí být Lankfordovy koeficienty zcela vhodné pro identifikaci parametrů Hillovy plochy plasticity. Drželi se tedy standardní definice pomocí poměrů mezi kluzu. V případě plechů je však problematické stanovování meze kluzu v normálovém směru σ_{33}^Y , jelikož ji nelze měřit přímo. Pro stanovení zbývajících koeficientů však musí být stanovena. Autoři, pro snížení komplexnosti problému, navrhli jednoduchý výpočet analogický s rovnicí 3.5

$$\sigma_{\perp} = \frac{\sigma_{0^\circ} + 2\sigma_{45^\circ} + \sigma_{90^\circ}}{4}, \quad (3.11)$$

kde $\sigma_{\perp} = \sigma_{33}^Y$ je vypočtená okamžitá mez kluzu v normálovém směru plechu a $\sigma_{0^\circ}, \sigma_{45^\circ}, \sigma_{90^\circ}$ jsou lankfordovy koeficienty ve směrech udaných úhlem θ vůči směru válcování. Užitím tohoto přístupu lze stanovit parametry Hillova modelu bez nutnosti přímo měřit odpovídající mez kluzu. Toto řešení má však své zřejmé nevýhody ve smyslu možného zvýšení nepřesnosti kalibrace modelu plasticity. Na základě znalosti okamžitých mezí kluzu lze v tomto případě parametry Hillovy plochy plasticity následovně

$$\frac{\sigma_{0^\circ}}{\sigma_{90^\circ}} = F + H, \quad \frac{\sigma_{0^\circ}}{\sigma_{\perp}} = F + G, \quad 1 = G + H, \quad (3.12)$$

$$\frac{\sigma_{0^\circ}}{\sigma_{45^\circ}} = \frac{1}{2}N + \frac{1}{4}(F + G). \quad (3.13)$$

Dosazením z předchozích rovnic (3.12, 3.13) lze vyjádřit parametr N jako

$$N = 2\frac{\sigma_{0^\circ}}{\sigma_{45^\circ}} - 2\frac{\sigma_{0^\circ}}{\sigma_{0^\circ} + 2\sigma_{45^\circ} + \sigma_{90^\circ}}. \quad (3.14)$$

Jestliže jsou osy souřadného systému pro popis napjatosti totožné s hlavními osami anizotropie, je možné Hillovo ekvivalentní napětí pro rovinnou napjatost dále redukovat do tvaru

$$\bar{\sigma}_{Hill} = \sqrt{F\sigma_2^2 + G\sigma_1^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2}. \quad (3.15)$$

[3]

3.4 Model tvárného porušování

Při formulaci modelů tvárného porušování popisujeme stav napjatosti zavedením veličin triaxiality

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_{eq}}, \quad (3.16)$$

kde σ_m je střední hydrostatické napětí a σ_{eq} je ekvivalentní napětí. a veličiny normalizovaného Lodeho úhlu

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos(\xi) = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos\left(\frac{27}{2} \frac{(J_3)^3}{(\bar{\sigma}_{eq})^3}\right), \quad (3.17)$$

kde J_3 je třetí invariant deviatoru napětí. Další často užívanou veličinou je pak Lodeho parametr ξ definovaný jako

$$\xi = \frac{27}{2} \frac{(J_3)^3}{(\bar{\sigma}_{eq})^3}. \quad (3.18)$$

V konceptu mechaniky poškozování kontinua je potom zaváděn skalární parametr poškození

$$D = \int \frac{1}{\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta})} d\varepsilon_{pl}, \quad (3.19)$$

který kumuluje přírůstky poškození (materiálu) v závislosti na akumulované plastické deformaci. Často také stanovujeme průměrné hodnoty veličin triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlů při zatěžování dle vztahů

$$\eta_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int \eta(\bar{\varepsilon}_{pl}) d\bar{\varepsilon}_{pl}, \quad (3.20)$$

$$\bar{\theta}_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int \bar{\theta}(\bar{\varepsilon}_{pl}) \cdot d\bar{\varepsilon}_{pl} \quad (3.21)$$

3.4.1 Mohr-Coulomb model porušování

Původní kritérium Mohr-Coulomb je založeno na představě, že k porušení bude docházet v případech, kdy kombinace smykového a normálového napětí dosáhne kritické hodnoty

$$(\tau + C_1 \sigma_n)_f = C_2, \quad (3.22)$$

kde C_1 a C_2 jsou materiálové konstanty. Parametr C_1 reprezentuje míru vnitřního tření v materiálu, zatímco parametr C_2 je nazýván smykovým odporem. Parametry se pohybují v rozsahu $C_2 > 0, C_1 \geq 0$. V případě že parametr C_1 nabývá hodnoty $C_1 = 0$, dochází k redukci MC kritéria na kritérium maximálního smykového napětí τ_{max} . [14]

3.4.2 Model plastického zpevnění

Běžně je uvažováno, že vliv hydrostatického napětí na plastické zpevnění materiálu je velmi malý a zanedbatelný. Bai však ve své práci [14] tvrdí, že tento předpoklad je v některých případech nutné zkoumat detailněji, jelikož je u prováděných experimentů patrná závislost nejen na hydrostatickém napětí, ale i na třetím invariantu deviátoru napětí a to zejména od okamžiku počátku zaškrcování vzorku (vznik mikro dutin). Svá tvrzení dokládá sérií experimentů a dalšími výzkumy v této oblasti. Ukazuje, že mocninný model plastického zpevnění kalibrovaný z jediné zkoušky je nedostatečný k přesnějšímu popisu provedených experimentů. Popis plochy plasticity je problematický zejména při zpracování plechů. Bylo prokázáno, že Von Misesova elipsa pro rovinnou napjatost nevede k přesnému popisu zejména v oblasti lokalizace plastických deformací při zaškrčení (zužování). Alternativní přístupy pak sice zohledňují efekty rovinné anizotropie, avšak stále nezohledňují normalizovaný Lodeho úhel (resp. třetí invariant deviátoru napětí). Obecně totiž hydrostatické napětí ovlivňuje velikost plochy plasticity, zatímco normalizovaný Lodeho úhel ovlivňuje tvar plochy. Navrhuje proto model plastického zpevnění, který lze upravit [15] do tvaru

$$\sigma_Y = A(\bar{\varepsilon}_{pl})^n \left\{ C_3 + (1 - C_3) \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \left[\sec\left(\frac{\bar{\theta}\pi}{6}\right) - 1 \right] \right\}, \quad (3.23)$$

kde A je koeficient plastického zpevnění, n exponent plastického zpevnění, $\bar{\varepsilon}_{pl}$ ekvivalentní plastická deformace, $\bar{\theta}$ je normalizovaný Lodeho úhel a C_3 je parametr vlivu normalizovaného Lodeho úhlu. [14] Takto odvozená mez kluzu vychází z mocninného modelu plastického zpevnění (Swift hardening)

$$\bar{\sigma}_Y = A(\bar{\varepsilon}_{pl})^n + B. \quad (3.24)$$

Jestliže je model plastického zpevnění kalibrován na základě jednoosé tahové zkoušky, je v takovém případě, za jinak ideálních podmínek, u tohoto typu vzorku dosahováno hodnoty triaxiality $\eta = 1/3$ a hodnoty normalizovaného Lodeho úhlu $\bar{\theta} = 1$. Při této hodnotě normalizovaného Lodeho úhlu je ve vztahu pro rozšířenou mez kluzu 3.25 složená závorka rovna hodnotě 1 a uvedený vztah pro rozšířenou mez kluzu se redukuje

$$\bar{\sigma}_Y = A(\bar{\varepsilon}_{pl})^n \quad (3.25)$$

resp. na vztah 3.24

3.4.3 Modifikovaný Mohr-Coulombův model tvárného porušování

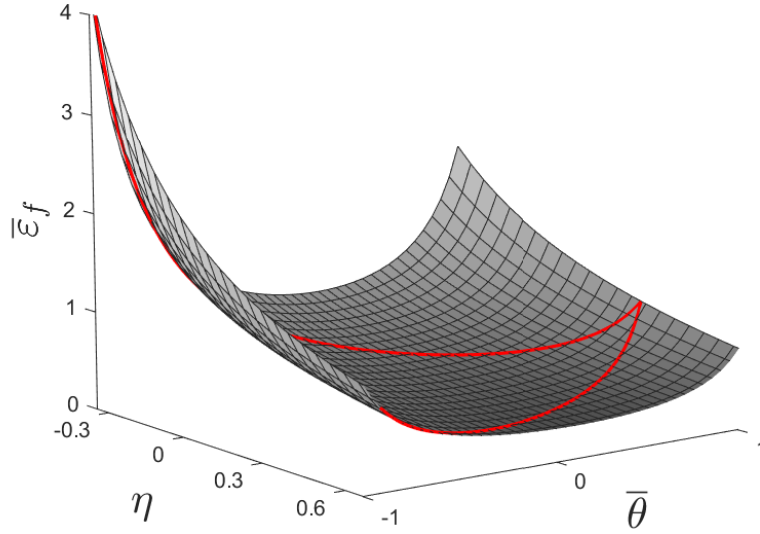
Původní kritérium Mohr-Coulomb bylo vytvořeno pro smykový mechanismus porušení zejména pro křehké materiály. Toto kritérium bylo následně modifikováno, když Bai a Wierzbicki tento model rozšířili tak, aby byl obecně použitelný při různých stavech napjatosti, zejména pro hliníkové slitiny a vysokopevnostní oceli. Model obsahuje celkem pět parametrů A, n, C_1, C_2, C_3 . Parametry A, n jsou však kalibrovány již na úrovni plastického modelu, tedy pro samotný model tvárného porušení zůstávají tři kalibrovatelné parametry C_1, C_2, C_3 . Původní kritérium založené na smykovém mechanismu porušování bylo schopné popisovat fenomén, kdy při určitých stavech napjatosti přestane docházet k porušování tzv. cut-off value. Jelikož člen který toto vyjadřuje je zachován pro modifikované kritérium, i kritérium MMC je schopné tento fakt zohledňovat. Hodnota triaxiality, při níž již nebude docházet k porušování materiálu je závislá na velikosti Lodeho parametru (resp. normalizovaném Lodeho úhlu), jehož velikost vlivu ovlivňuje parametr C_1 , který má význam vnitřního tření v materiálu. [15][14]

$$\bar{\varepsilon}_f(\eta, \bar{\theta}) = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[C_3 + (1 - C_3) \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \left(\sec\left(\frac{\bar{\theta}\pi}{6}\right) - 1 \right) \right] \right. \\ \left. \left[\frac{\sqrt{1 + C_1^2}}{3} \cos\left(\frac{\pi\bar{\theta}}{6}\right) + C_1 \left(\eta + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{\pi\bar{\theta}}{6}\right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \quad (3.26)$$

Kritérium lze též převést na závislost na Lodeho parametru ξ [16]

$$\bar{\varepsilon}_f(\eta, \xi) = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[C_3 + (2 + \sqrt{3}) (1 - C_3) \left(\sqrt{\xi^2 + 3} - \sqrt{3} \right) \right] \right. \\ \left. \cdot \left[\sqrt{\frac{1 + C_1^2}{\xi^2 + 3}} + C_1 \left(\eta - \frac{\xi}{3\sqrt{\xi^2 + 3}} \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}}, \quad (3.27)$$

kde ξ je Lodeho parametr.



Obr. 3.4: Tvar lomové funkce (MMC)

3.5 Možnosti transformace modelů tvárného porušení na FFLD

Jestliže řešíme tuto soustavu rovnic získáme tak odpovídající složky deformace které můžeme vynášet do FFLD diagramu.

$$\beta = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}. \tag{3.28}$$

$$\eta(\beta) = \frac{\beta + 1}{\sqrt{3(\beta^2 + \beta + 1)}} \tag{3.29}$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_1 \frac{\sqrt{\beta^2 + \beta + 1}}{\sqrt{3}} \tag{3.30}$$

Jedná se o izotropní přístup.[17]

Možnosti anizotropní (fully-involved anisotropic) transformace pak velmi omezeně popisují autoři [18] jako řešení soustavy rovnic

$$\bar{\epsilon}^p(\epsilon_1, \epsilon_2) = \sqrt{\frac{(F + H)\epsilon_1^2 + (G + H)\epsilon_2^2 + 2H\epsilon_1\epsilon_2}{FH + GH + GF}}, \tag{3.31}$$

$$\eta(\alpha) = \frac{1 + \alpha}{3\sqrt{F\alpha^2 + H(1 - \alpha)^2 + G}}, \tag{3.32}$$

$$\alpha = \frac{2\beta + 1}{2 + \beta}; \quad \beta = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha}. \quad (3.33)$$

Chybí zde však zavedení některých předpokladů a postup transformace tenzoru deformace, případně napětí. Nevysvětlují zde podrobněji svůj postup ani jak se vypořádali s problematikou související s orientací souřadnicových systémů. Autoři [18] pak také pro transformaci užívají kombinaci vztahů, transformaci pak označují jako plně anizotropní (partially-involved anisotropic)

4 Transformace MMC na MMC-FFLD

Pro transformaci lomové funkce MMC na FFLD-MMC se nabízí dva různé přístupy. Prvním možným přístupem je snažit se transformovat vybraný model tvárného porušování z definovaných prostorů lomové funkce užitím dalších platných vztahů a získat analytickou lomovou funkci v diagramu FFLD v prostoru $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ jako funkční závislost $\varepsilon_1 = f(\varepsilon_2)$. Jedná se tedy o analytický způsob transformace. Jak se však dále ukáže, tento přístup je poměrně komplikovaný s ohledem na složitost modelu tvárného porušení v kombinaci se vztahy potřebnými k transformaci.

Dalším možným, a dále užitým, přístupem je semi-analytické řešení. Tímto přístupem se můžeme částečně vyhnout komplikovaným úpravám složených výrazů. Můžeme postupně (i současně) řešit soustavu vybraných rovnic a provádět postupnou transformaci bodů z původního prostoru lomové funkce do FFLD v několika krocích. S definovanou hustotou bodů tak lze stanovit jednoznačnou grafickou reprezentaci křivky v diagramu.

Existují práce dokládající úspěšnost semi-analytického přístupu. Například práce [17] využívá izotropní transformaci. K řešení samotné problematiky transformace však autoři bez dalších podrobností zmiňují pouze, že byla provedena řešením vybrané soustavy rovnic. V jiné dostupné práci [18] autoři prezentují i výsledky transformace anizotropní. Autoři se taktéž omezují pouze na tvrzení, že k řešení byla užitá soustava vybraných rovnic, bez bližších specifikací a užitých předpokladů. Případná anizotropní transformace se totiž nutně bude muset vypořádat, mimo jiné, i s problematikou transformace souřadných systémů, jelikož souřadné systémy užitě pro popis deformací (napjatosti) nebudou ztotožněny s hlavními osami anizotropie. To s sebou přináší hned několik problémů, jak bude vysvětleno v kapitole 4.3.

4.1 Obecný postup transformace lomové funkce MMC na MMC-FFLD

V této kapitole bude přiblížen obecně platný postup transformace. Obecně platný znamená jak z hlediska přístupu k anizotropii tak i ke způsobu transformace tj. pro izotropní, anizotropní, semi-anizotropní materiálový model a pro analytický i semi-analytický způsob transformace. Popsaný postup transformace je také možno využít i v případě odlišné volby modelu tvárného porušování.

4.1.1 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta})$ do $\varepsilon_f(\eta)$

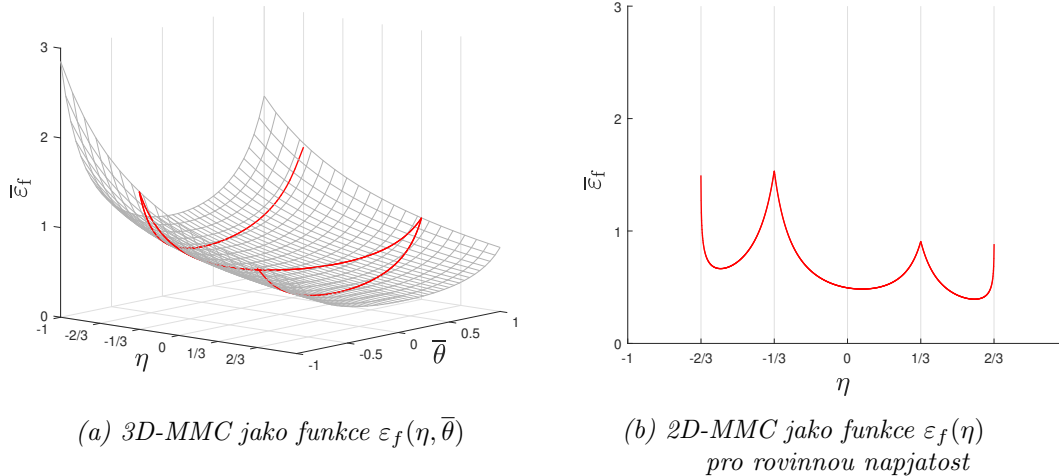
Lomová plocha MMC tak, jak byla v této práci definována (3.26), je funkcí dvou nezávislých proměnných, triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu $\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta})$. V tomto tvaru je formulována pro libovolné stavy napjatosti. Při tváření plechů obecně předpokládáme rovinnou napjatost. Přestože je i v t této práci tento předpoklad do velké míry splněn, je rozumné mít vždy na paměti zpětné ověření tohoto předpokladu. Přijmeme tedy dále předpoklad rovinné napjatosti. Jak ukázali autoři [19], triaxialita a normalizovaný Lodeho úhel jsou při rovinné napjatosti vázány vztahem

$$\sin\left(\frac{\pi\bar{\theta}}{2}\right) = -\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right). \quad (4.1)$$

V případě alternativní formulace lomové funkce MMC pomocí Lodeho parametru je vztah pro rovinnou napjatost udán jako

$$\xi = -\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right). \quad (4.2)$$

Užitím vztahu 4.1 můžeme promítnout křivku rovinné napjatosti - zvýrazněna červeně v obrázku 4.1a - do roviny (ε_f, η) . V původní formulaci lomové funkce tedy pouze nahradíme normalizovaný Lodeho úhel triaxialitou dle 4.1 a obdržíme tak lomovou funkci MMC jako funkci jediné nezávislé proměnné $\varepsilon_f(\eta)$ pro stavy rovinné napjatosti.



Obr. 4.1: Průmět lomové funkce (MMC) za předpokladu rovinné napjatosti

4.1.2 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\eta)$ do $\varepsilon_f(\beta)$

Triaxialita η je definována jako poměr hydrostatického napětí a ekvivalentního napětí (3.16). Obě tyto veličiny lze vyjádřit za pomoci hlavních napětí. Definujeme

proto poměr α (stress ratio)

$$\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \quad (4.3)$$

jako poměr menšího hlavního napětí (minor stress) ku většímu z hlavních napětí (major stress), za předpokladu rovinné napjatosti ($\sigma_3 = 0$). Užitím poměru α můžeme následně vyjádřit jednotlivá hlavní napětí jako

$$\sigma_1; \quad \sigma_2 = \alpha\sigma_1; \quad \sigma_3 = 0. \quad (4.4)$$

Za předpokladu užití hlavních napětí zůstává formulace hydrostatického napětí neměnná, velikost ekvivalentního napětí pak závisí na zvoleném modelu plasticity.

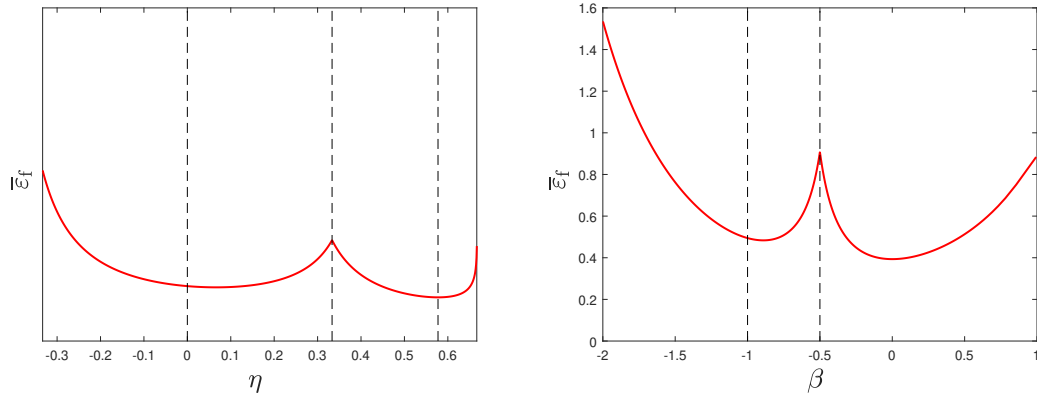
Jestliže bude možné definovat triaxialitu pomocí poměru hlavních napětí $\eta(\alpha)$, pak určitá hodnota triaxiality odpovídá určitému poměru hlavních napětí. V tuto chvíli je triaxialita funkcí pouze poměru hlavních napětí $\eta(\alpha)$. Mohli bychom nyní nalézt inverzní funkci $\alpha(\eta)$, pro postup další transformace však tento krok není potřebný a i případné (grafické) rozlišení takové závislosti je velmi špatné. Jelikož jsou limitní diagramy určeny hlavními deformacemi, obdobně s rovnicí 4.3 definujeme také poměr hlavních deformací β jako

$$\beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (4.5)$$

Při uvažování zachování objemu při plastické deformaci jsou hlavní deformace udány následovně

$$\varepsilon_1; \quad \varepsilon_2 = \beta\varepsilon_1; \quad \varepsilon_3 = -1(1 + \beta)\varepsilon_1. \quad (4.6)$$

Užitím (asociovaného) zákona tečení můžeme nalézt vzájemný vztah mezi poměry deformací β a poměry napětí α , který bude záviset na uvažovaném zákonu tečení a také na zvoleném modelu plasticity. Takto budeme dále schopni vyjádřit triaxialitu v závislosti na poměru deformací $\eta(\beta)$ a také odpovídající inverzní podobu $\beta(\eta)$. V tuto chvíli můžeme každé hodnotě ekvivalentní (lomové) plastické deformace přiřadit odpovídající poměr deformací β , při kterém jí bude dosaženo.

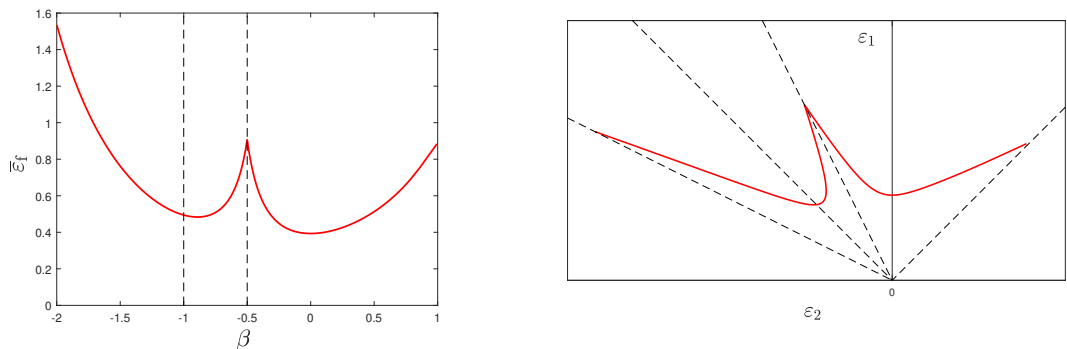


(a) MMC pro rovinnou napjatost jako funkce triaxiality $\varepsilon_f(\eta)$ (b) MMC pro rovinnou napjatost jako funkce poměru deformací $\varepsilon_f(\beta)$

Obr. 4.2: Transformace (MMC) do deformační formulace

4.1.3 Transformace lomové funkce z prostoru $\varepsilon_f(\beta)$ do $\varepsilon_1(\varepsilon_2)$

V tuto chvíli již předpokládáme znalost ekvivalentní (lomové) plastické deformace pro konkrétní hodnoty poměru deformací $\varepsilon_f(\beta)$, avšak složky hlavních deformací jsou stále neznámé. Závěrečným krokem je tedy nalezení odpovídajících složek deformací. Při pohledu na definici 4.5 a do grafu 4.3b je patrné, že poměr deformací β odpovídá definici tangenty, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ jsou odvěsnami a ε_f je přeponou. Užitím goniometrických funkcí jsme schopni stanovit hlavní deformace a získat finální reprezentaci MMC-FFLD.



(a) MMC pro rovinnou napjatost jako funkce poměru deformací $\varepsilon_f(\beta)$ (b) MMC v prostoru hlavních deformací (FFLD)

Obr. 4.3: Transformace (MMC) do prostoru hlavních deformací

4.2 Izotropní transformace MMC na MMC-FFLD

Vycházíme z definice lomové funkce (3.26) formulované v prostoru triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu

$$\bar{\varepsilon}_f(\eta, \bar{\theta}) = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[C_3 + (1 - C_3) \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \left(\sec\left(\frac{\bar{\theta}\pi}{6}\right) - 1 \right) \right] \right. \\ \left. \left[\frac{\sqrt{1 + C_1^2}}{3} \cos\left(\frac{\pi\bar{\theta}}{6}\right) + C_1 \left(\eta + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{\pi\bar{\theta}}{6}\right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \quad (4.7)$$

Z vztahu pro rovinnou napjatost (4.1) vyjádříme normalizovaný Lodeho úhel

$$\bar{\theta}(\eta) = -\frac{2 \arcsin\left(\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right)\right)}{\pi} = \frac{2 \arcsin\left(-\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right)\right)}{\pi}, \quad (4.8)$$

jako funkci triaxiality a dosadíme do rovnice (4.7). Získáme tak lomovou funkci MMC pro rovinnou napjatost jako funkci jedné proměnné $\bar{\varepsilon}_f(\eta)$

$$\bar{\varepsilon}_f(\eta) = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[C_3 + (1 - C_3) \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \left(\sec\left(\frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right)\right)\right) - 1 \right) \right] \right. \\ \left. \left[\frac{\sqrt{1 + C_1^2}}{3} \cos\left(\frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right)\right)\right) + C_1 \left(\eta + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{1}{3} \arcsin\left(-\frac{27}{2}\eta\left(\eta^2 - \frac{1}{3}\right)\right)\right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}}, \quad (4.9)$$

kde A, n jsou kalibrovatelné parametry rozšířené meze kluzu Bai-Wierzbicki a C_1, C_2, C_3 jsou kalibrovatelné parametry MMC lomové funkce.

Stejným způsobem lze upravit i lomovou funkci (3.27) definovanou v prostoru triaxiality a Lodeho parametru do tvaru

$$\bar{\varepsilon}_f(\eta) = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[C_3 + (2 + \sqrt{3})(1 - C_3) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{243\eta^6 - 162\eta^4 + 27\eta^2 + 4} - \sqrt{3} \right) \right] \right. \\ \left. \left[2 \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{729\eta^6 - 486\eta^4 + 81\eta^2 + 12}} + C_1 \eta \left(1 + \frac{\sqrt{3}(3\eta^2 - 1)}{\sqrt{243\eta^6 - 162\eta^4 + 27\eta^2 + 4}} \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}}, \quad (4.10)$$

který je ekvivalentní k (4.9). Pro potřeby izotropní transformace vyjdeme dále z definice triaxiality

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_{eq}} = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2)}{\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}}, \quad (4.11)$$

kde za hydrostatické σ_m a (Von Misesovo) ekvivalentní napětí $\bar{\sigma}_{eq}$ dosadíme pomocí hlavních napětí za přijmutého předpokladu rovinné napjatosti

$$\eta(\alpha) = \frac{1 + \alpha}{3\sqrt{\alpha^2 - \alpha + 1}}. \quad (4.12)$$

Užitím zákona tečení (Levy-Mises) lze nalézt vztahy (viz.[20]) mezi poměry defor-

mací a poměry napětí

$$\alpha = \frac{2\beta + 1}{2 + \beta}; \quad \beta = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \quad (4.13)$$

Využijeme nyní této znalosti, dosadíme za parametr α do rovnice (4.12)

$$\eta(\beta) = \frac{\beta + 1}{\sqrt{3(\beta^2 + \beta + 1)}} \quad (4.14)$$

a obdržíme potřebný vztah pro triaxialitu v závislosti na poměru deformací $\eta(\beta)$. Pro transformaci původní lomové funkce do diagramu hlavních deformací však z této rovnice musíme nyní vyjádřit inverzní funkci $\beta(\eta)$. Hledané řešení inverze nalezneme ve tvaru

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\sqrt{9\eta^2 - 27\eta^4} - 3\eta + 2}{6\eta^2 - 2}; & \eta \geq 0 \\ \beta &= \frac{\sqrt{9\eta^2 - 27\eta^4} + 3\eta + 2}{6\eta^2 - 2}; & \eta \leq 0 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Úpravu rovnic potvrzuje [21] Definice poměrů deformací (strain ratio) odpovídá funkci kotangens

$$\beta = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \cot g(\varphi), \quad (4.16)$$

jestliže zavedeme úhel φ od kladné vodorovné poloosy ε_2^+ proti směru hodinových ručiček (obr. 4.3b). Z dosavadního postupu nyní známe velikost ekvivalentní lomové plastické deformace ε_f a poměr deformací β , který odpovídá velikosti úhlu φ . V tomto případě je tedy ε_f přeponou a $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ jsou odvěsnami pravoúhlého trojúhelníka. Zapišme tedy

$$\cot g(\varphi) = \frac{\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}, \quad (4.17)$$

kde

$$\cos(\varphi) = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_f}; \quad \sin(\varphi) = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f}. \quad (4.18)$$

Užitím goniometrických funkcí tak můžeme vyjádřit jednotlivé složky hlavních deformací

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \varepsilon_f \cos(\operatorname{arccot} g(\beta)) \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_f \sin(\operatorname{arccot} g(\beta)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Výsledné semi-analytické řešení izotropní transformace je pak dáno postupným řešením rovnic (4.9), (4.15) a (4.19), kde nezávisle proměnnou je triaxialita η . Nejdříve pro zvolenou triaxialitu vypočítáme hodnotu ekvivalentní lomové plastické deformace (4.9). Následně ze zvolené triaxiality stanovíme odpovídající poměr deformací (4.15), s jehož znalostí rozložíme ekvivalentní lomovou plastickou deformaci na odpovídající složky hlavních deformací (4.19) do limitního diagramu.

4.3 Základy anizotropní transformace MMC na MMC-FFLD

Postup anizotropní transformace je totožný s postupem uvedeným pro transformaci izotropní, liší se však formulací některých vztahů. Stejně jako v případě izotropní transformace vyjdeme, z již upravené, lomové funkce MMC pro rovinnou napjatost (4.9), resp. (4.10). Při použití anizotropního modelu plasticity (Hill48) při transformaci je ekvivalentní napětí definováno jako

$$\bar{\sigma}_{Hill} = \sqrt{F\sigma_2^2 + G\sigma_1^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2}, \quad (4.20)$$

to však pouze za předpokladu, že jsou osy systému, v němž je popisována napjatost, totožné s hlavními osami anizotropie. Předpokládejme v tuto chvíli, že osy souřadného systému jsou ztotožněny s hlavními osami anizotropie následovně: první osa má směr válcování (RD), druhá osa jest osou transverzální (TD) a třetí osa jest osou normálovou (ND) plechu. Jestliže uvažujeme rovinnou napjatost, triaxialita je v tomto případě definována jako

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}_{eq}} = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2)}{\sqrt{F\sigma_2^2 + G\sigma_1^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2}}. \quad (4.21)$$

Hlavní napětí vyjádříme pomocí poměru α (4.3) a určíme triaxialitu, jako funkci poměru hlavních napětí

$$\eta(\alpha) = \frac{1 + \alpha}{3\sqrt{F\alpha^2 + H(1 - \alpha)^2 + G}} \quad (4.22)$$

Pro Hillův anizotropní model plasticity lze rovněž užitím zákona tečení (Levy-Mises) určit vzájemný vztah mezi hlavními deformacemi a napětími

$$\beta_{Hill} = \frac{(F + H)\alpha - H}{G + H - H\alpha} \quad (4.23)$$

$$\alpha_{Hill} = \frac{(G + H)\beta + H}{F + H + H\beta}, \quad (4.24)$$

Dosaďme nyní rovnici (4.24) do vyjádření triaxiality (4.22)

$$\eta(\beta) = \frac{\frac{(G+H)\beta+H}{F+H+H\beta} + 1}{3\sqrt{F\left(\frac{(G+H)\beta+H}{F+H+H\beta}\right)^2 + H\left(1 - \frac{(G+H)\beta+H}{F+H+H\beta}\right)^2 + G}} \quad (4.25)$$

Zde by bylo nalezení inverzní funkce $\beta(\eta)$ složitější, je proto výhodnější zachovat tento tvar a zvolit jako nezávislou proměnnou poměr β . Výsledné semi-analytické

řešení anizotropní transformace je nyní dáno rovnicemi (4.9),(4.25) a (4.19), kde nezávisle proměnnou je poměr deformací β . Nejdříve je pro zvolený poměr deformace vypočtena odpovídající triaxialita (4.25). Pro hodnotu triaxiality vypočteme ekvivalentní lomovou plastickou deformaci pro odpovídající napjatost (4.9). V posledním kroku opět rozložíme celkovou lomovou plastickou deformaci na jednotlivé složky deformace pro limitní diagram užitím vztahu (4.19).

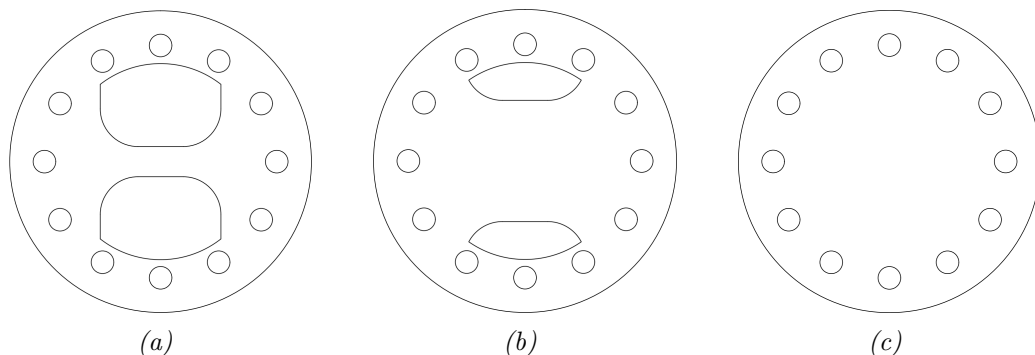
5 Experiment

Pro kalibraci lomové funkce bylo nutné realizovat sérii standardizovaných experimentů. Data pro konvenční FLC se získávají zkoumáním procesu tažení. Jedním z běžně realizovaných testů je zkouška dle Nakajimy. Vzorky typu Nakajima jsou podrobovány procesu tažení až do okamžiku porušení vzorku, z něhož jsou následně vyhodnocovány odpovídající hodnoty hlavních deformací při porušení. Různých stavů napjatosti je zde dosahováno změnou geometrie. Kalibrační portfolio je dále doplněno o ploché vzorky určené pro zkoušky na univerzálním stroji.

5.1 Kalibrační portfolio

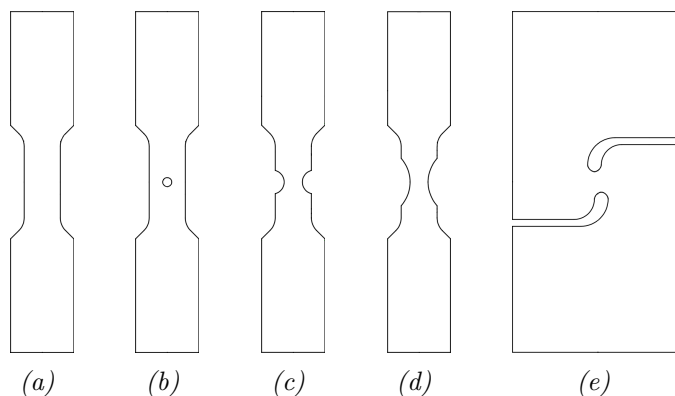
První skupinou užitých kalibračních vzorků jsou standardní vzorky typu Nakajima. Jedná se o kruhové vzorky s definovanými výřezy o různé šířce zkušebního tělesa. Obr.5.1 znázorňuje některé vybrané geometrie.

Celkově bylo podrobena experimentu sedm geometrií o různých šířkách zkušebního tělesa $T = \{20, 40, 60, 80, 100, 120, 200\} mm$. Tyto vzorky budou v této práci dále označovány jako *NAK*, s uvedenou příslušnou šířkou zkušebního tělesa.



Obr. 5.1: Vzorky typu Nakajima: (a) NAK20, (b) NAK80, (c) NAK200

Tento typ vzorků je navržen tak, aby rovnoměrně pokrýval celou oblast běžně dosahovaných poměrů deformací od uniaxiálního (NAK20) až po ekvibiaxální tah (NAK200). Pro tento typ zkoušek je obecně splněn předpoklad rovinné napjatosti.

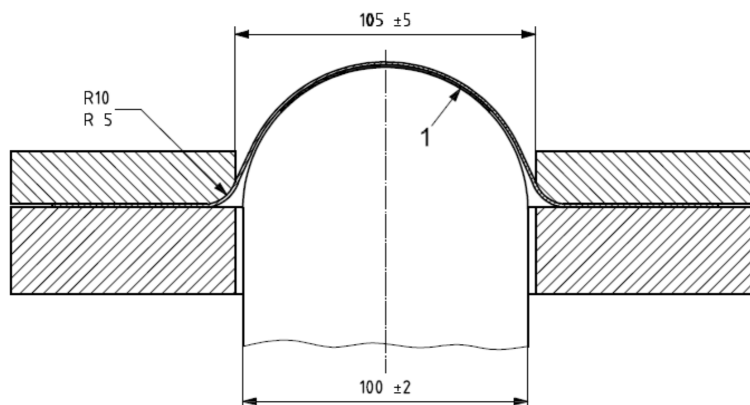


Obr. 5.2: Tvary plochých vzorků: (a) UT, (b) CH, (c) NT6, (d) NT20, (e) SH

Druhou skupinou vzorků jsou zkušební tělesa určená pro zkoušky na univerzálním stroji. Jedná se převážně o tahové vzorky. Kromě standardního plochého zkušebního tělesa (UT) je portfolio tvořeno tělesem s centrální dírou (CH) a tělesem s vrubem (NT), kde číslo v označení vzorku značí poloměr vrubu. Posledním z uvedených vzorků je vzorek, který je při zatěžování namáhán smykovým napětím (SH) označovaný jako pure shear.

5.2 Norma pro zkoušku dle Nakajimy

Na základě experimentů lze stanovovat normalizované i nenormalizované limitní diagramy. Stanovování křivek mezní tvářitelnosti pro zkoušky dle Nakajimy v laboratoři specifikuje norma (ČSN EN) ISO 12004-2 [5]. Norma udává, že pro stanovování konvenční FLC je potřeba alespoň pět různých geometrií s takovým množstvím zkušebních vzorků, aby pro každou geometrii bylo dosaženo nejméně tří platných vzorků. Norma dále blíže specifikuje rozměry zkušebního nástroje (obr. 5.3) i zkušebního tělesa. Pro zkoušku dle Nakajimy je specifikován půlkulový tažník o průměru $\varnothing 100\text{ mm}$ s rychlostí posuvu $v = 1\text{--}2\text{ mm/s}$. Norma povoluje zkoušení plechů o tloušťkách 0,3 mm až 4 mm.

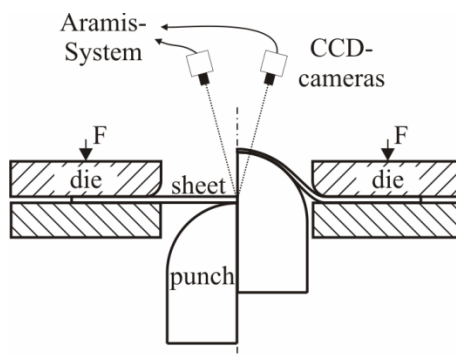


Obr. 5.3: Znázornění průřezu nástroje použitého pro zkoušení podle Nakajimy [5]

Norma dále stanovuje požadavky dle kterých je zkouška označena za platnou a to na základě umístění trhliny. Dále jsou specifikovány možnosti mazání tak, aby bylo minimalizováno tření mezi tažníkem a vzorkem. Jestliže nedochází k porušení uprostřed vzorku, je nutné upravit způsob mazání. Norma také mimo jiné specifikuje možnosti vyhodnocování FLC na základě měření pomocí DIC (digitální korelace obrazu).

5.3 Systém Aramis

Měření deformací v průběhu zatěžování jednotlivých vzorků bylo realizováno prostřednictvím digitální korelace obrazu systému Aramis. Pro zkoušky dle Nakajimy byly analyzovány třírozměrné posuvy pomocí dvojice kamer. V případě zkoušek na univerzálním stroji byla použita jedna kamera pro dvourozměrné vyhodnocení pole posuvů.



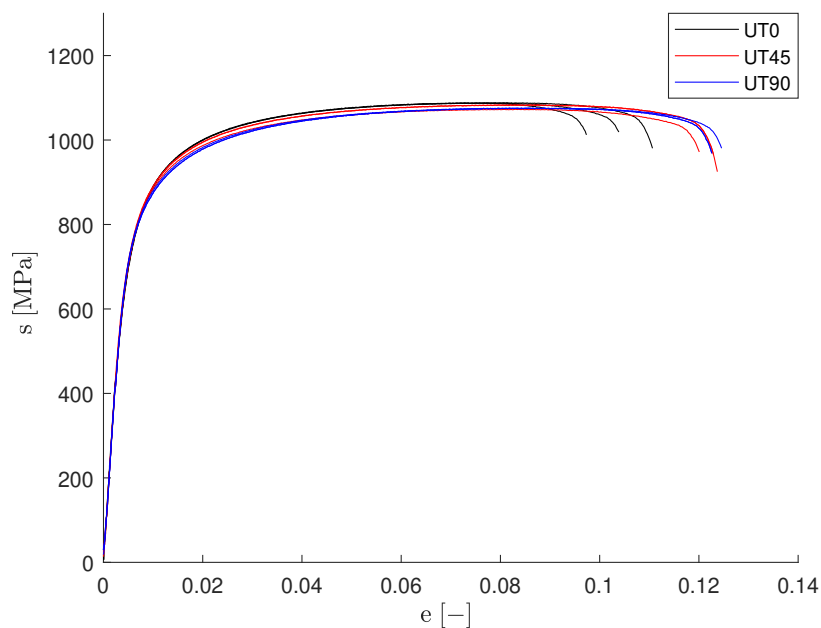
Obr. 5.4: Znárodnění měření deformací vzorku při zkoušení podle Nakajimy pomocí systému Aramis

6 Kalibrace modelu tvárného porušování modifikovaný Mohr-Coulomb

Proces kalibrace modelu tvárného porušování je nutné rozdělit do několika částí. Nejprve je nutné z tahových zkoušek stanovit mechanické vlastnosti, které budou dále využity k vytváření konečnoprvkových modelů. Při znalosti základních mechanických vlastností je možné přistoupit ke kalibraci modelu plastického zpevnění. Teprve v dalším kroku může být kalibrován anizotropní model plasticity (Hill48). S validovaným modelem anizotropní plasticity lze simulovat všechny vzorky kalibračního portfolia a stanovovat okamžiky iniciace porušení vzorků. Při určení počátku rozvoje porušení materiálu lze přistoupit k samotné kalibraci modelu tvárného porušování. Výsledný kalibrováný model MMC bude v poslední části této kapitoly podroben kontrolní simulaci na jednoduchém případě tváření (zkouška dle Nakajimy)

6.1 Základní mechanické vlastnosti

Na základě provedených tahových zkoušek pro tři základní směry roviny plechu $\theta = \{0^\circ, 45^\circ, 90^\circ\}$ byl vyhotoven smluvní diagram pro zkoumaný válcovaný ocelový plech (DP1000) o tloušťce 0,8 mm.



Obr. 6.1: Smluvní diagram tahových zkoušek

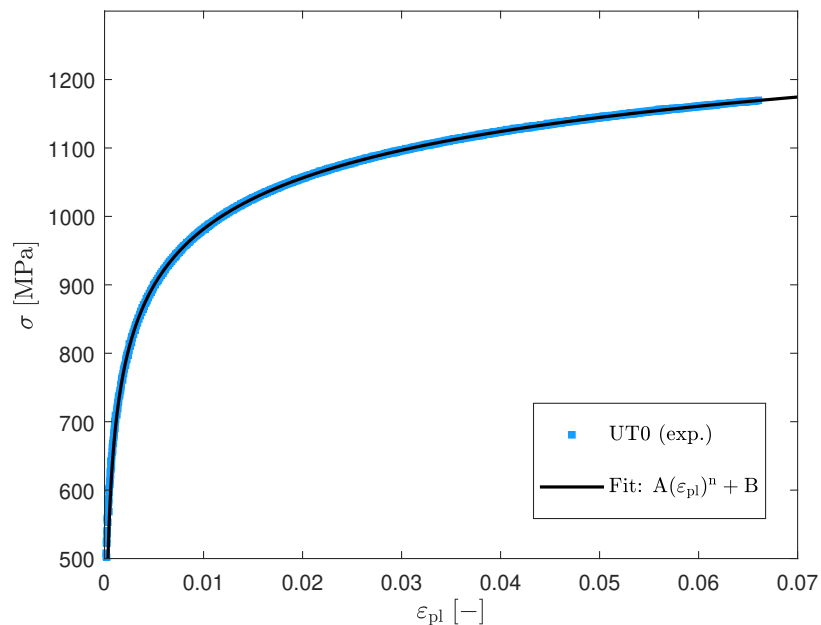
Pro tyto směry byly následně vyhodnoceny základní mechanické vlastnosti uvedené v tabulce 6.1.

Tab. 6.1: Stanovené mechanické vlastnosti (DP1000)

Směr	E [MPa]	Re _L [MPa]	Rp _{0,2} [MPa]	Rm [MPa]	A ₈₀ [%]	r [-]
0°	180 800	260,8	778,2	1088,3	10,3	0,886
45°	179 400	257,8	786,2	1079,7	11,9	1,077
90°	178 000	251,5	787,2	1075,6	11,6	0,741

6.2 Kalibrace modelu plastického zpevnění

Na základě kapitoly 3.4.2 je kalibrace modelu plastického zpevnění prováděna pomocí tří platných experimentů tahové zkoušky ve směru válcování plechu (UT0).



Obr. 6.2: Kalibrace modelu plastického zpevnění na základě tahové zkoušky ve směru válcování

Tab. 6.2: Parametry kalibrovaného modelu plastického zpevnění

A	B	n	R ²	adj. R ²	RMSE
-442.7	1810	-0.1352	1	1	0.958

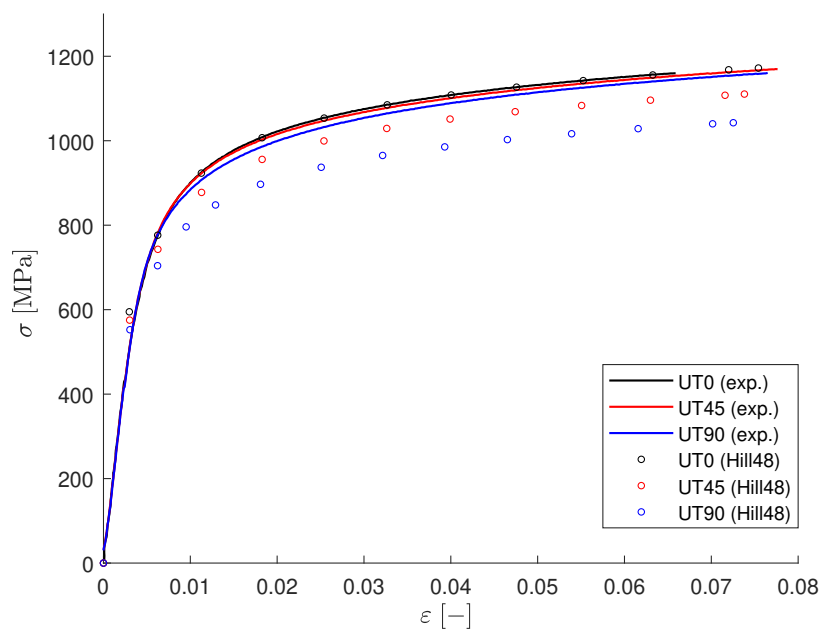
6.3 Kalibrace anizotropního modelu (Hill48)

Pro kalibraci anizotropního modelu plasticity byly využity oba přístupy kalibrace popsané v kapitole 3.3.1. Jelikož v praxi nejsou Lankfordovy koeficienty ani

poměry okamžitých mezí kluzů konstantní v průběhu zatěžování. Je proto možné model anizotropní plasticity kalibrovat na libovolně zvolené hladině plastické deformace a to zejména v případě kalibrace přes okamžité meze kluzu. V následujících odstavcích jsou proto prezentovány výsledky kalibrace užitím Lankfordových koeficientů a poměrů okamžitých mezí kluzu určených dolní mezí kluzu Re_L a mezí pevnosti Rm . Jak bude ukázáno, kalibrace užitím Lankfordových koeficientů neposkytuje přesvědčivou shodu simulované silové odezvy vzorku v závislosti na deformaci. Z toho byla v dalším postupu práce upřednostněna kalibrace užitím poměrů okamžitých mezí kluzů.

6.3.1 Kalibrace užitím Lankfordových koeficientů

Nejprve byla provedena kalibrace anizotropního modelu běžným postupem a to pomocí vyhodnocených Lankfordových koeficientů.



Obr. 6.3: Simulované tahové zkoušky - kalibrace Lankfordovými koeficienty

Jak je patrné z diagramu simulované tahové zkoušky (obr. 6.3) je zde patrný velký rozdíl (až 18%) mezi simulovaným a experimentálně stanoveným napětím v průběhu zatěžování. Takto kalibrovaný efekt by však teoreticky měl lépe vystihovat deformace v normálovém směru plechu.

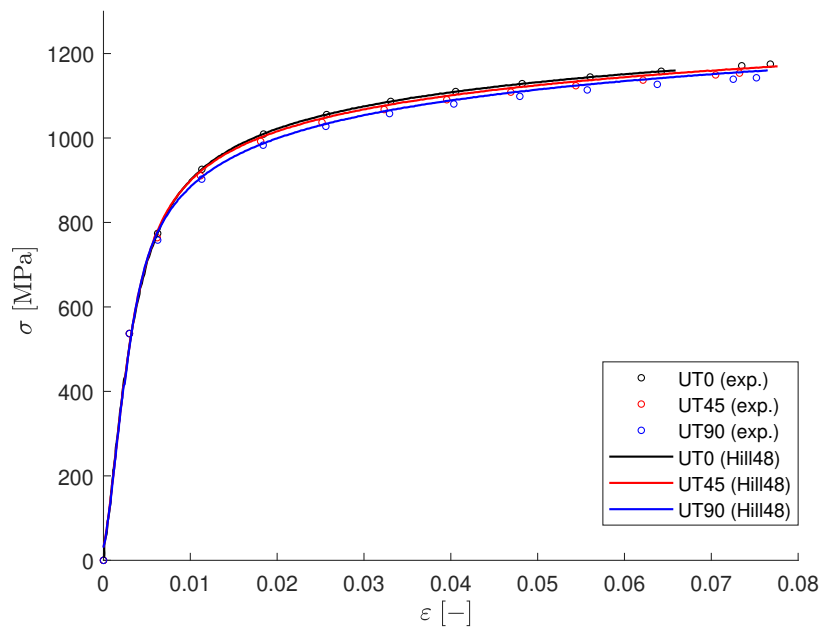
Tab. 6.3: Parametry kalibrovaného modelu

F	G	H	N
0,6334	0,5304	0,4696	1,8355

Tab. 6.4: Odpovídající poměry mezi kluzů kalibrovaného modelu

R11	R22	R33	R12	R13	R23
1	0,9521	0,9269	0,9040	1	1

6.3.2 Kalibrace z poměrů dolních mezí kluzu Re_L



Obr. 6.4: Simulované tahové zkoušky - kalibrace na dolní mezi kluzu Re_L

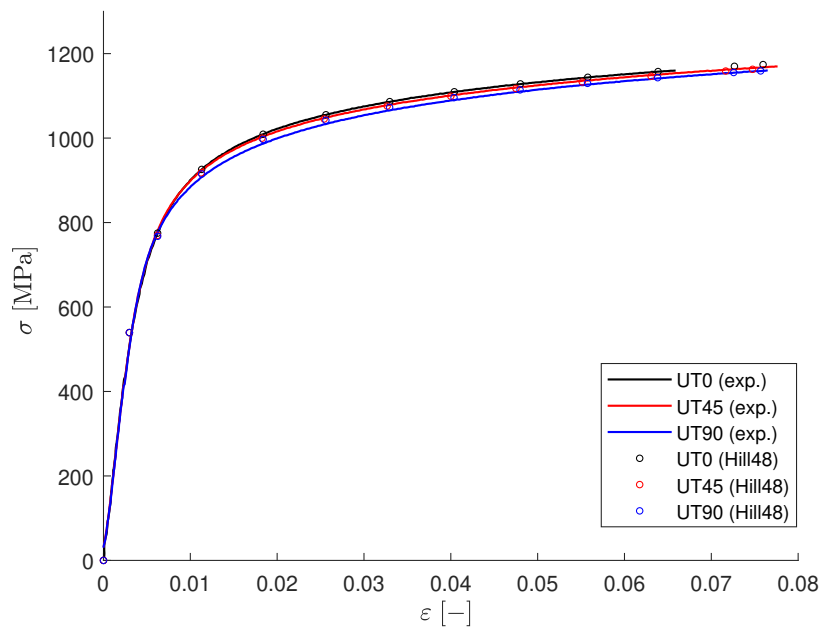
Tab. 6.5: Poměry mezi kluzů kalibrovaného modelu

R11	R22	R33	R12	R13	R23
1	0,9756	0,9854	0,9948	1	1

Tab. 6.6: Odpovídající parametry kalibrovaného modelu

F	G	H	N
0,5403	0,4896	0,5104	1,5156

6.3.3 Kalibrace z poměrů mezi pevnosti R_m



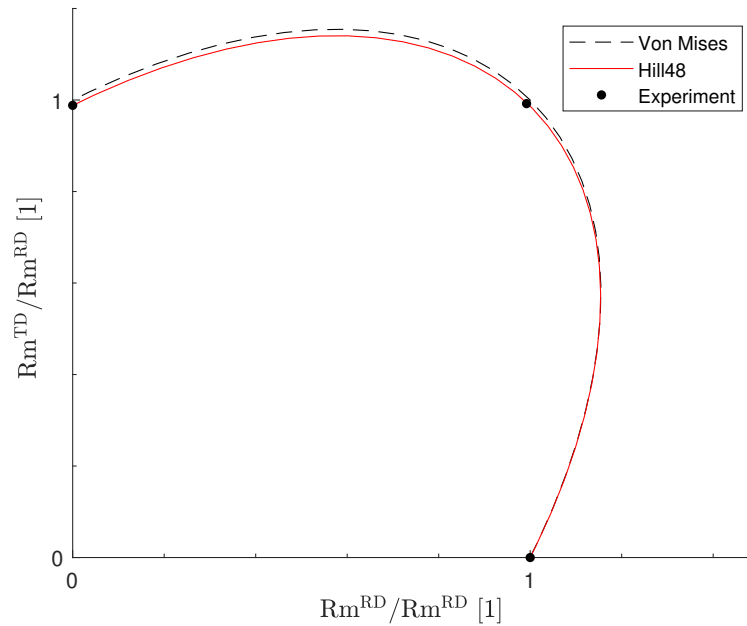
Obr. 6.5: Simulované tahové zkoušky - kalibrace na mezi pevnosti R_m

Tab. 6.7: Poměry mezi kluzů kalibrovaného modelu

R11	R22	R33	R12	R13	R23
1	0,9884	0,9932	0,9959	1	1

Tab. 6.8: Odpovídající parametry kalibrovaného modelu

F	G	H	N
0,5187	0,4950	0,5049	1,5124

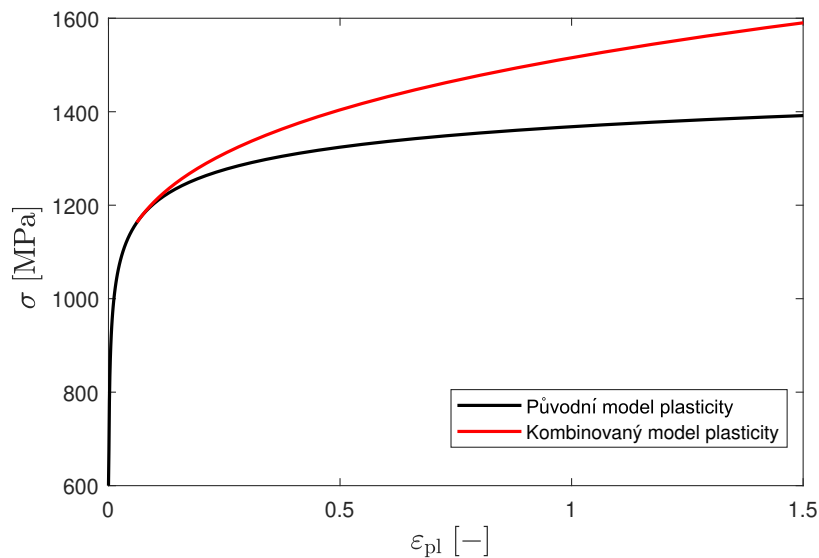


Obr. 6.6: Hillova plocha plasticity v prostoru normalizovaných napětí

6.4 Problematika modelu plastického zpevnění

Při simulacích zatěžování vzorků se ukazuje, že pro takto kalibrovaný anizotropní plastický model dochází u některých vzorků k zaškrcování vzorků a ztrátě tuhosti značně dříve, než naznačuje experiment. S ohledem na pokles tuhosti byl za problematický označen model plastického zpevnění. Byla proto provedena rešerše této problematiky ve snaze vylepšit plastickou odezvu problematických vzorků. Kalibraci modelu plastického zpevnění se věnoval například Růžička ve své práci [15]. Popisuje postup, kdy je v počáteční fázi rozvoje plastické deformace ponechán původně kalibrovaný model plastického zpevnění až do okamžiku zaškrcení. V okamžiku počátku zaškrcování experimentálního vzorku je pak původní model zpevnění nahrazen jiným zvoleným modelem. Na základě poznatků této práce bylo přistoupeno k vytvoření kombinovaného mocninného modelu plastického zpevnění - počáteční model plastického zpevnění je v okamžiku zaškrcování vzorku nahrazen tečně připojeným mocninným modelem. S tímto krokem se však pojí nalezení odpovídajícího koeficientu zpevnění. Nalezení vhodného koeficientu je tak dáno zejména praktickými zkušenostmi a požadovanou plastickou odezvou materiálu. V této práci byl stanoven požadavek, aby silová odezva simulovaných vzorků co nejlépe popsala experiment. Z podmínky tečného napojení obou mocninných modelů plastického zpevnění byly stanoveny následující parametry kombinovaného modelu plastického zpevnění.

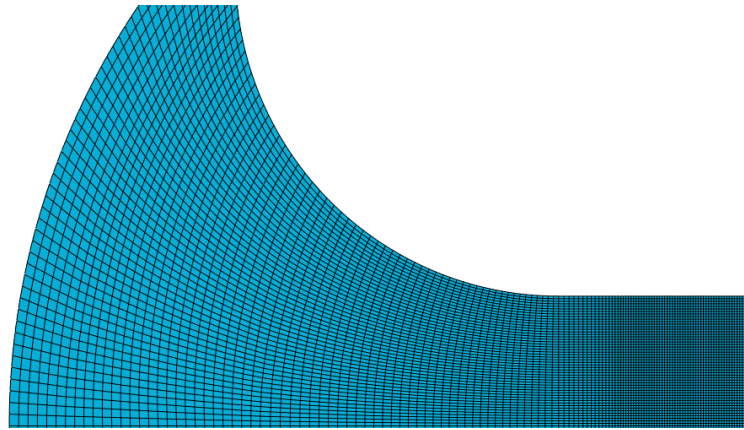
6.5 Úprava modelu plastického zpevnění



Obr. 6.7: Detail sítě simulovaného vzorku NAK20

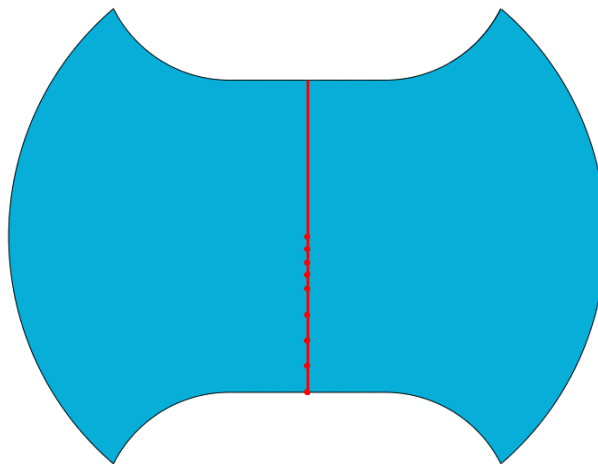
6.6 Příprava MKP modelů

Při tvorbě modelů byl zaveden předpoklad, že v části zkušebních těles, které jsou uchyceny v čelisti (resp. přidržovači) zkušebního stroje nebude docházet k deformacím ani k relativnímu pohybu plechu vůči upínací ploše tj. budou dokonale tuhé a s nekonečným třením. Jelikož u žádné z prováděných zkoušek nebyl stanovován koeficient tření plechu vůči upínací ploše ani není známa síla (tlak) na upínací plochu, je tento předpoklad opodstatněný, jelikož umožňuje eliminovat nebezpečí prokluzu vzorku v upínací části při simulovaném zatěžování. S ohledem na další parametry materiálového modelu a nejistoty stanovování parametrů fenomenologických modelů je předpokládáno, že tímto zjednodušením nedojde k výraznému ovlivnění simulovaného zatěžování. Zavedení takového zjednodušení navíc umožňuje vyjmout části vzorků, které se nacházejí v přidržovači (čelisti) a tím zmenšit model. Vzhledem k velikosti elementů tento přístup přináší značnou redukci počtu elementů a výrazné zkrácení výpočetních časů při zachování velikosti sítě.



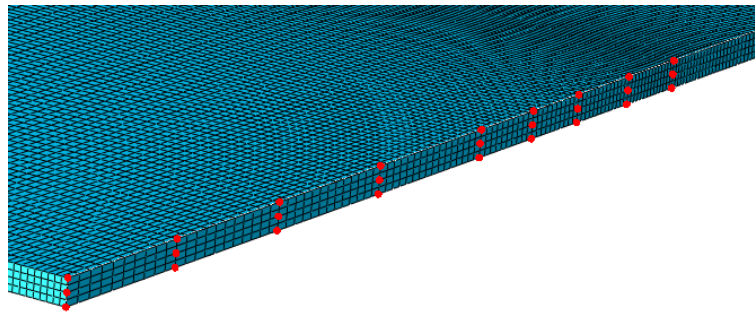
Obr. 6.8: Zobrazení sítě

Aby mohl být s dostatečnou přesností zkoumán lokální průběh veličin potřebných ke kalibraci modelu tvárného porušování s přihlédnutím na vliv ohybu u zkoušky podle Nakajimy, byl stanoven požadavek na počet čtyř elementů po tloušťce vzorku. Dle tohoto požadavku byla stanovena velikost hrany elementu 0,2 mm v kritické oblasti vzorku. Pro snížení výpočetní náročnosti jednotlivých modelů pak dochází k postupnému zvětšování hrany elementu mimo kritické oblasti vzorku až na délku 0,8 mm. Pro všechny simulované vzorky bylo užito prostorových lineárních elementů s plnou integrací (C3D8).



Obr. 6.9: Ilustrační řez vzorkem NAK60 pro vyhodnocování uzlů podezřelých z iniciace porušení

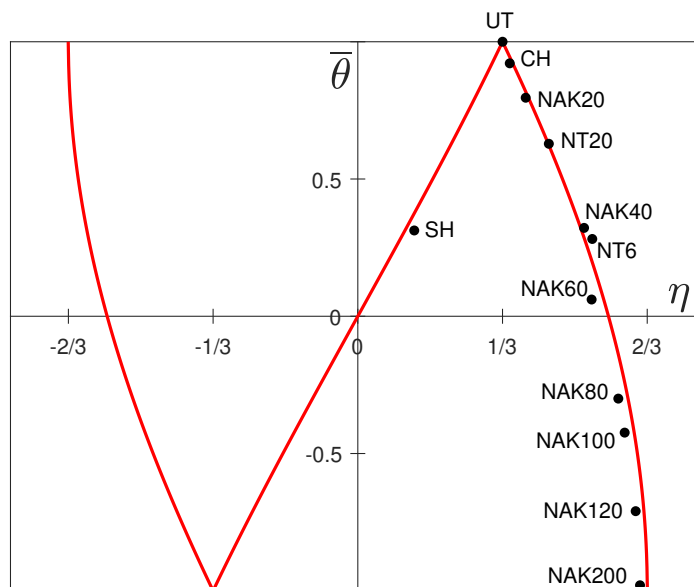
Pro potřeby kalibrace lomové funkce MMC musíme získat veličiny $\eta, \bar{\theta}$ v průběhu zatěžování v oblastech, kde bude docházet k iniciaci porušení. S přihlédnutím k experimentům byly v řezu středem simulovaného vzorku, kolmo na podélnou osu vzorku, vybrány uzly ze kterých byly získávány hodnoty požadovaných veličin. Hodnoty veličin byly následně



Obr. 6.10: Ilustrační detail řezu vzorkem NAK60 pro vyhodnocování uzlů podezřelých z iniciace porušení

6.7 Kalibrace lomové funkce

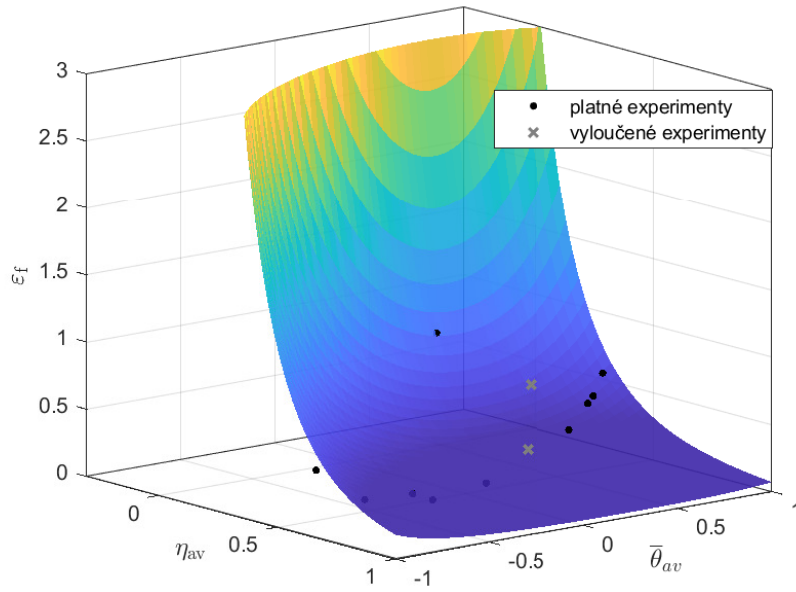
Rozložení jednotlivých kalibračních vzorků, průměrováním veličin v průběhu zatěžování, v prostoru triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu znázorňuje graf (obr.6.11). Červená křivka reprezentuje stavy rovinné napjatosti. Na základě poloh jednotlivých kalibračních vzorků je s inženýrskou přesností ověřen předpoklad rovinné napjatosti.



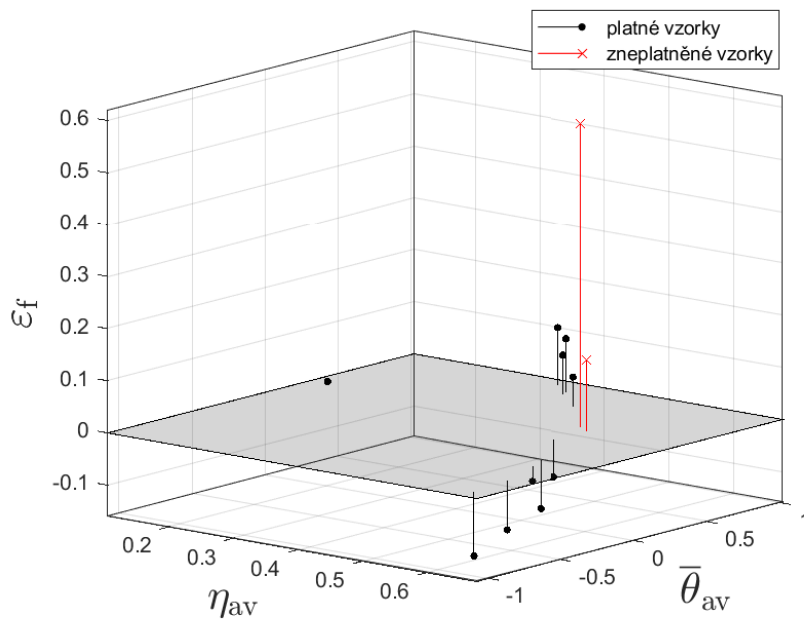
Obr. 6.11: Rozložení vzorků kalibračního portfolia v závislosti na průměrné hodnotě triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu

Tab. 6.9: Počáteční odhad koeficientů lomové funkce

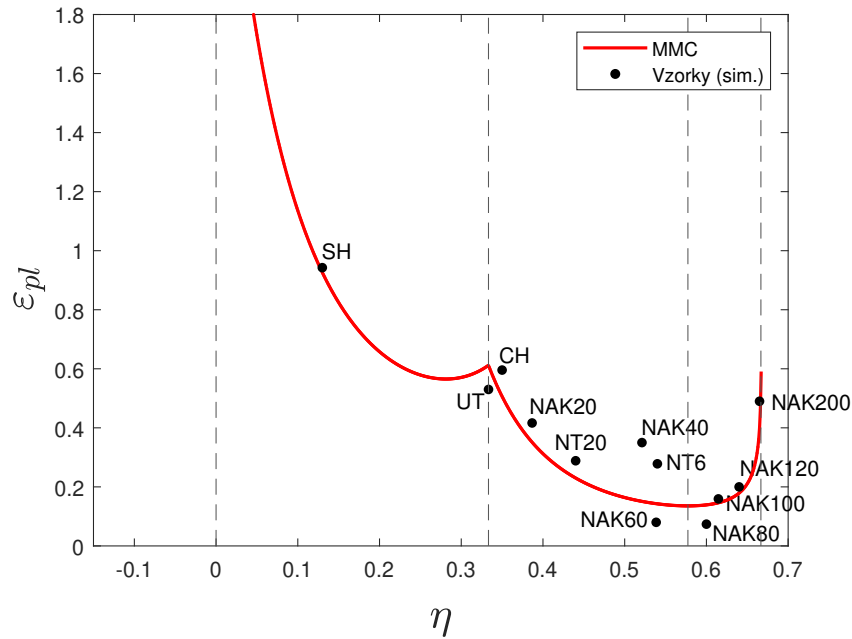
A	n	C_1	C_2	C_3	R^2	adj. R^2	RMSE
701,3	0,25	0,904	521,7	1,262	0,8922	0,8614	0,1005



Obr. 6.12: Kalibrovaná lomová funkce



Obr. 6.13: Rezidua kalibrované lomové funkce



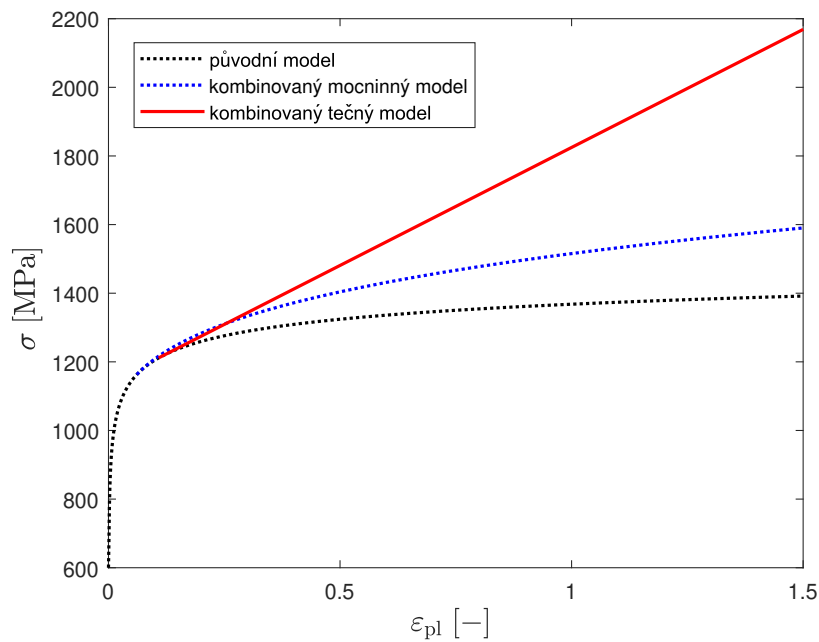
Obr. 6.14: Kalibrovaná lomová funkce pro rovinnou napjatost

6.8 Korekce plastického modelu

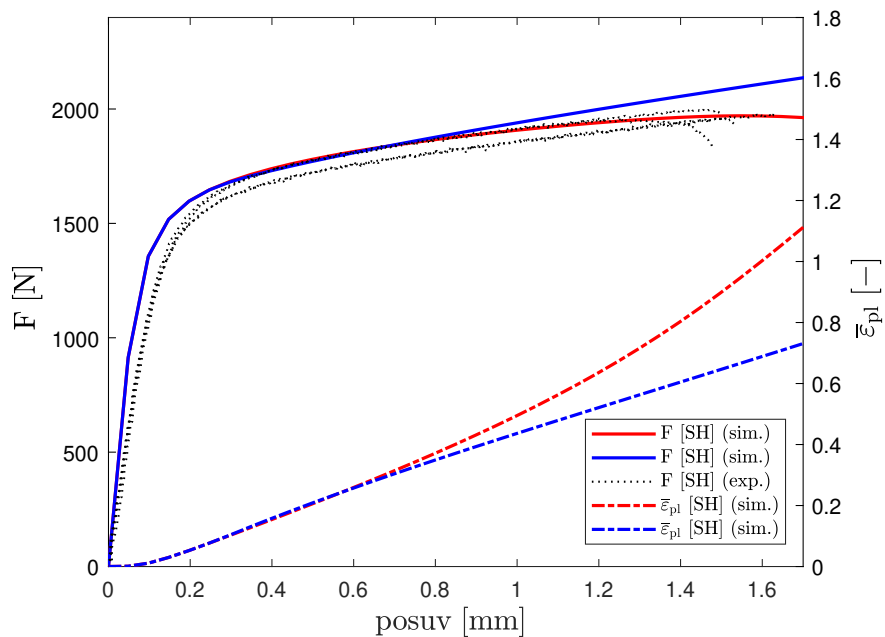
I při změně původního plastického modelu na kombinovaný mocninný model plastického zpevnění vykazuje vzorek SH, při očekávaném porušení, nadměrné hodnoty ekvivalentní plastické deformace $\bar{\varepsilon}_{pl}$. V grafu (obr.6.14) kalibrované lomové funkce pro rovinnou napjatost je z tohoto důvodu patrné, že také vychází příliš nízká hodnota cutoff value (přibližně $\eta = 0$), tedy, že při prostém smyku nebude docházet k porušování materiálu. Na vinně se zdá být opět plastický model, který je v této fázi možné kalibrovat pouze základě odhadu.

Byl proto proveden pokus o další korekci plastického modelu. Kombinovaný mocninný model plastického zpevnění byl pozmeněn a závislost napětí na ekvivalentní plastické deformaci ve fázi po zaškrcení vzorku byla nahrazena tečnou. Takto pozmeněný model však vykazoval opačný problém, příliš vysoká tuhost. Byla tedy dále iterativně hledána hodnota plastické deformace, ve které bude původní mocninný model nahrazen modelem tečným tak, aby simulovaná silová odezva vzorků co nejlépe vystihovala experiment. Po mnoha iteracích se povedlo nalézt vhodnou korekci modelu plastického zpevnění, která stále poměrně dobře predikuje silovou odezvu jednotlivých vzorků na deformační zatížení. Přestože takto navržený model změnil velikost predikované silové odezvy v okamžik porušení o přibližně 5%, dojde ke snížení predikované hodnoty ekvivalentní plastické deformace v okamžik porušení o více než 30%. Celková deformace vyhodnocená pomocí DIC pro vzorek SH v okamžik porušení, je přibližně $\varepsilon = 0.75$. Hodnota plastické deformace takto korigo-

vaného modelu je $\varepsilon_{pl} = 0.69$. Vzhledem k tomu, že u vzorku SH je vlivem geometrie téměř veškerá deformace lokalizována v oblasti zúžení vzorku, lze na základě tohoto srovnání přesvědčivě usoudit, že takto korigovaný model plastického zpevnění by mohl lépe reprezentovat skutečné hodnoty plastické deformace v okamžik porušení. Byl tedy vyloučen kombinovaný mocninný model plastického zpevnění a zaveden kombinovaný model tečný.

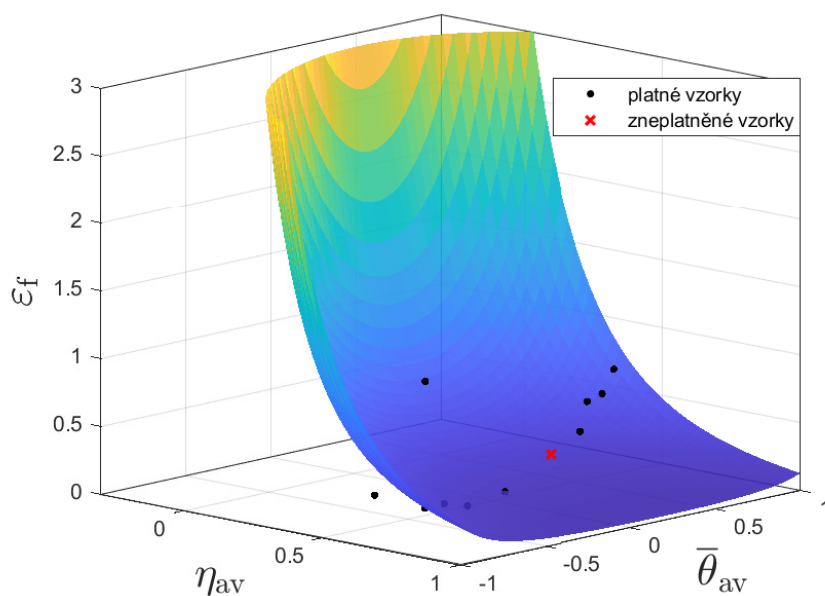


Obr. 6.15: Porovnání průběhu napětí v závislosti na akumulované plastické deformaci pro kombinované modely plastického zpevnění

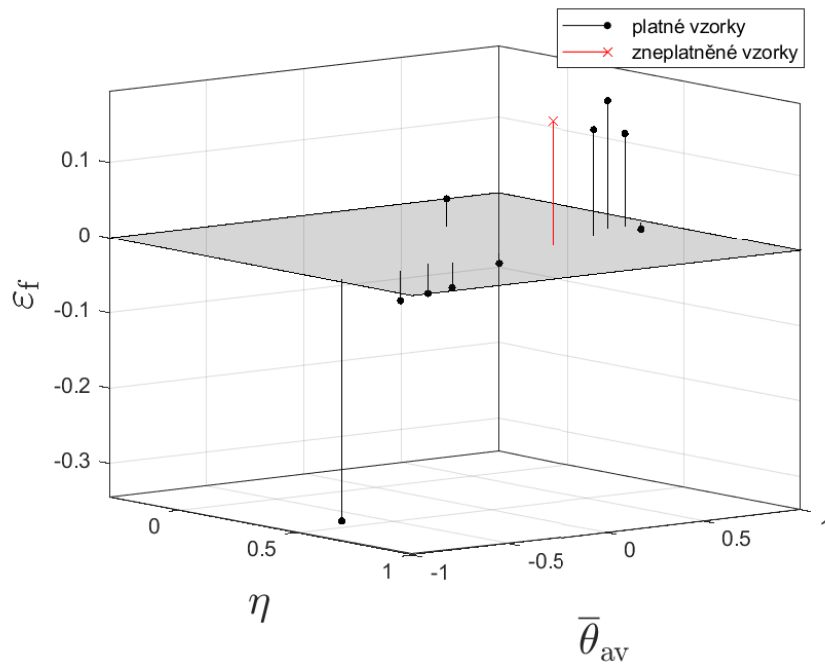


Obr. 6.16: Silová odezva a akumulovaná plastická deformace v závislosti na prodloužení vzorku SH

6.9 Rekalibrace lomové funkce pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění



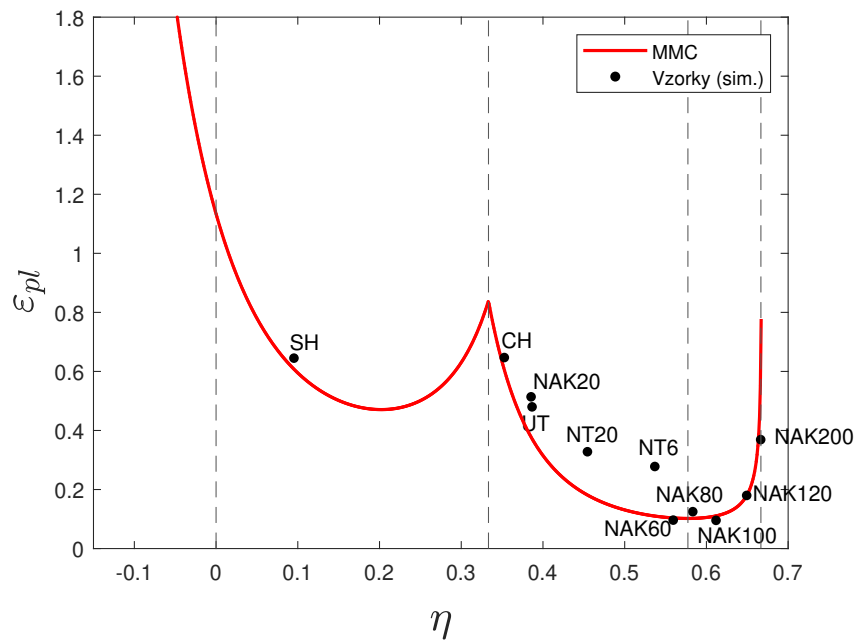
Obr. 6.17: Rekalibrovaná lomová funkce



Obr. 6.18: Rezidua rekalibrované lomové funkce

Tab. 6.10: Kalibračné parametry modelu MMC

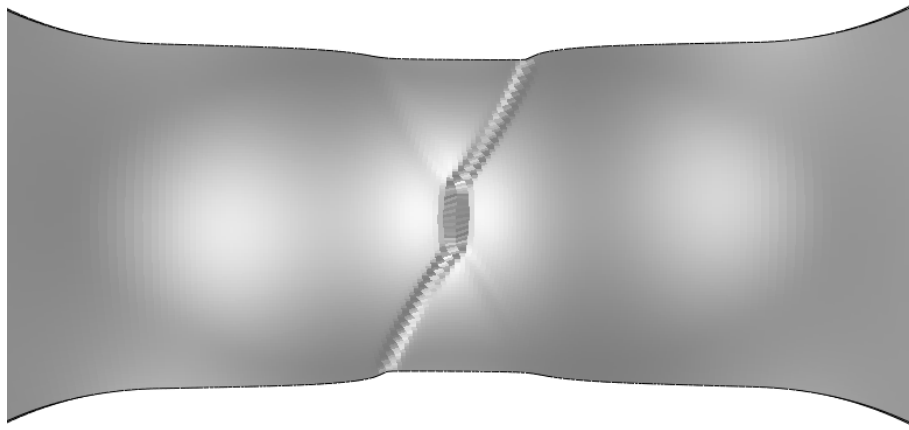
A	n	C_1	C_2	C_3	R^2	adj. R^2	RMSE
701,288	0,25	0,5424	402,491	1,467	0,5987	0,6388	0,1005



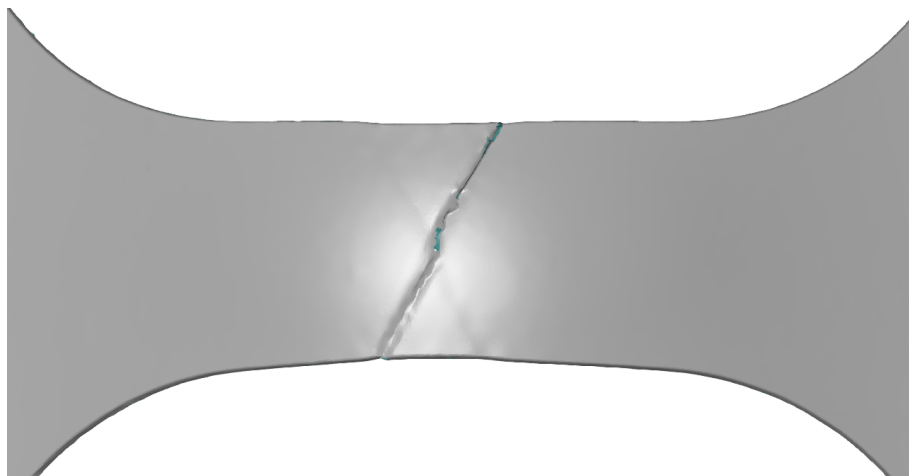
Obr. 6.19: Rekalibrovaná lomová funkce pro rovinnou napjatost

6.10 Kontrolní simulace

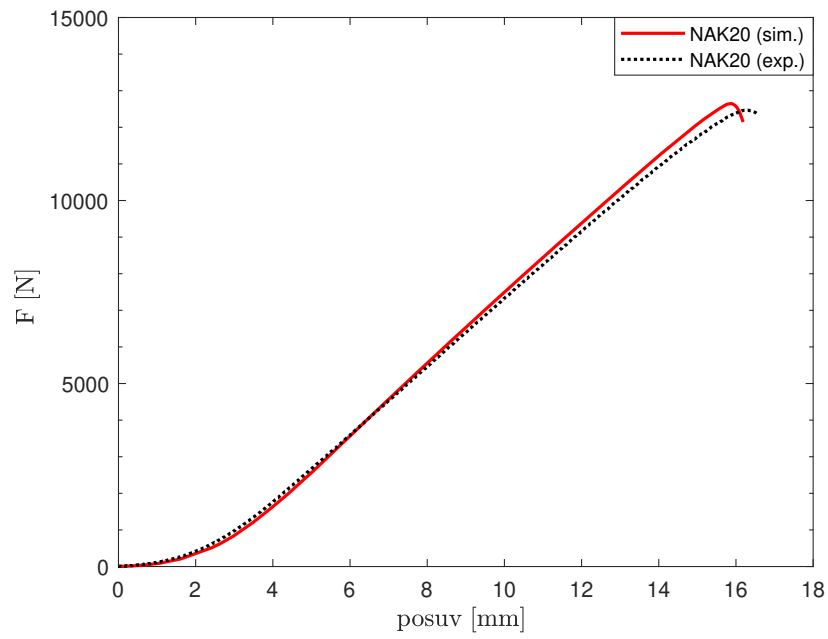
Validace kalibrované lomové funkce modifikovaný Mohr-Coulomb byla provedena kontrolní simulací na třech vzorcích typu nakajima NAK20, NAK80 a NAK200.



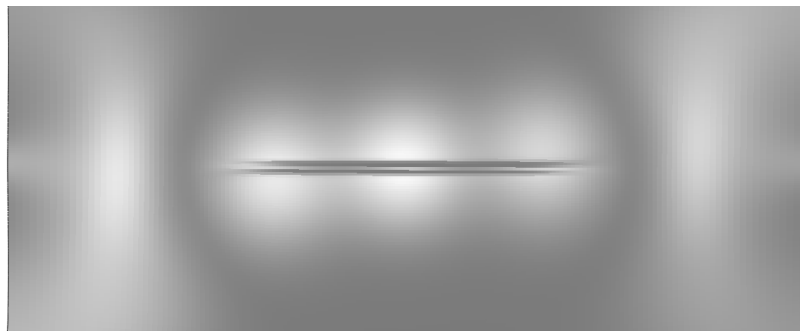
Obr. 6.20: Simulované porušení vzorku NAK20



Obr. 6.21: Porušený experimentální vzorek NAK20



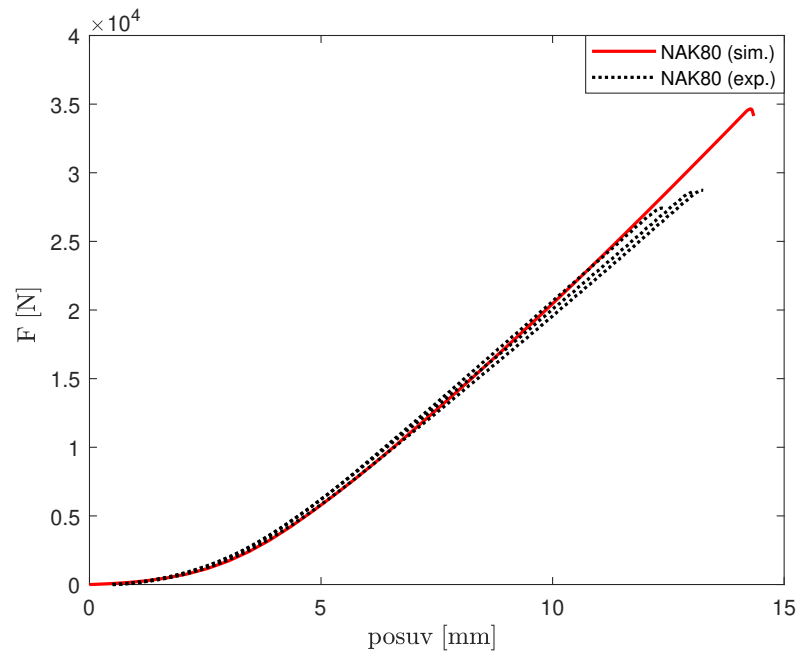
Obr. 6.22: Silová odezva vzorku NAK20 s aktivním tvárným porušováním



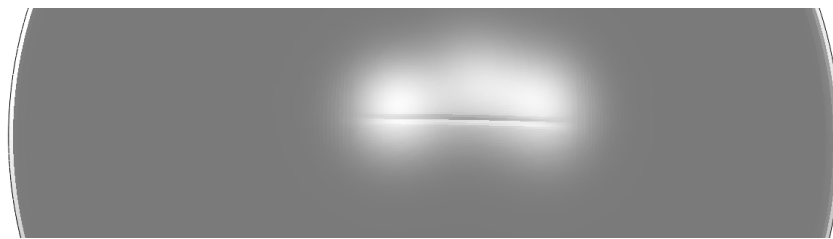
Obr. 6.23: Simulace porušení vzorku NAK80



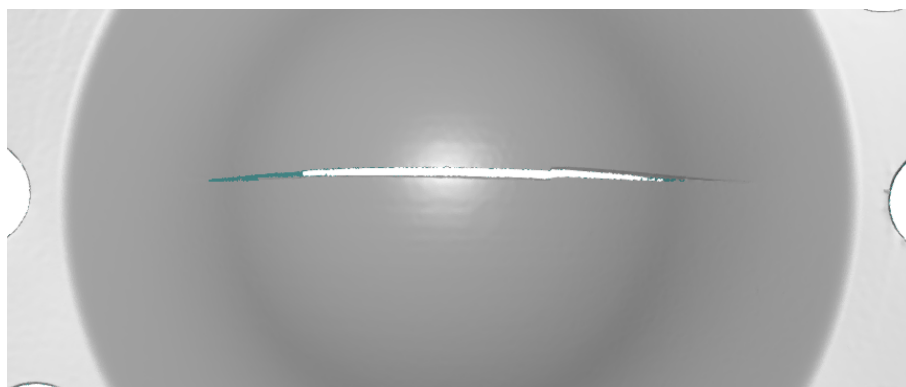
Obr. 6.24: Porušený experimentální vzorek NAK80



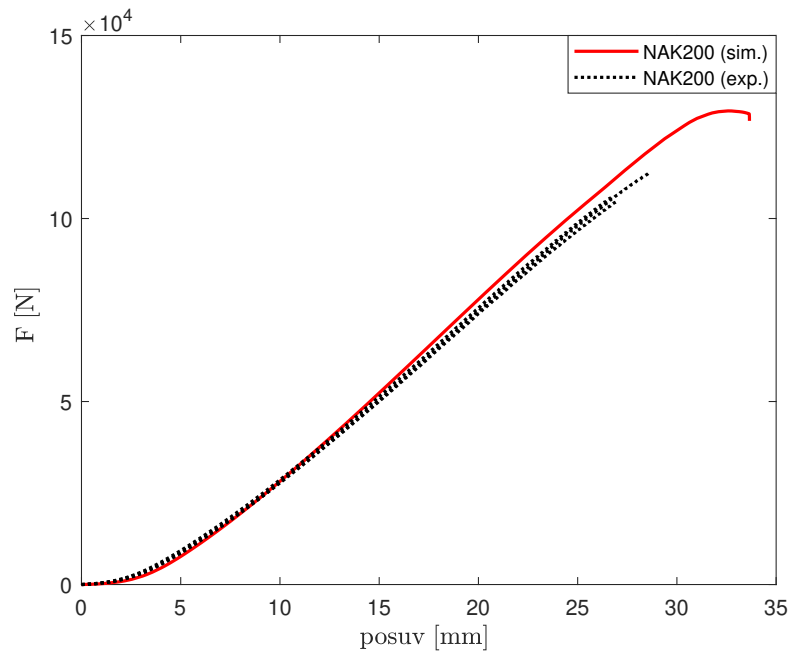
Obr. 6.25: Silová odezva vzorku NAK80 s aktivním tvárným porušováním



Obr. 6.26: Simulace porušení vzorku NAK200



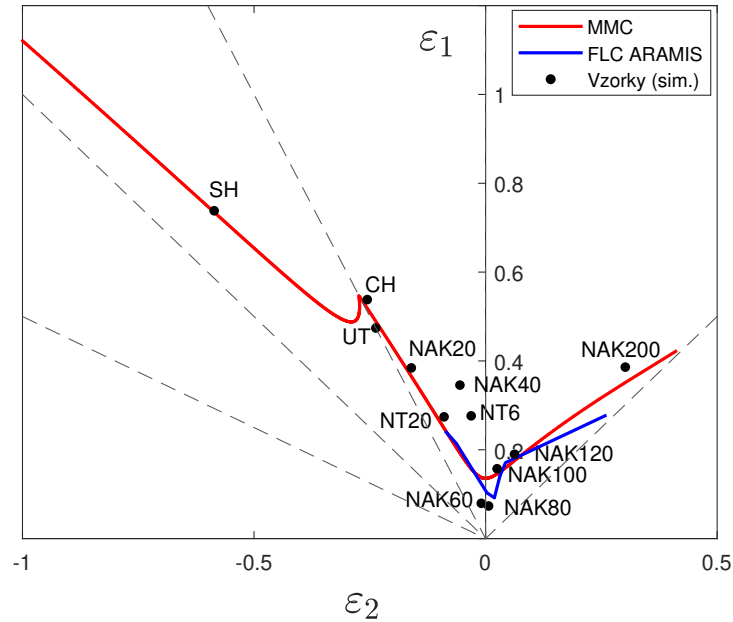
Obr. 6.27: Porušený experimentální vzorek NAK200



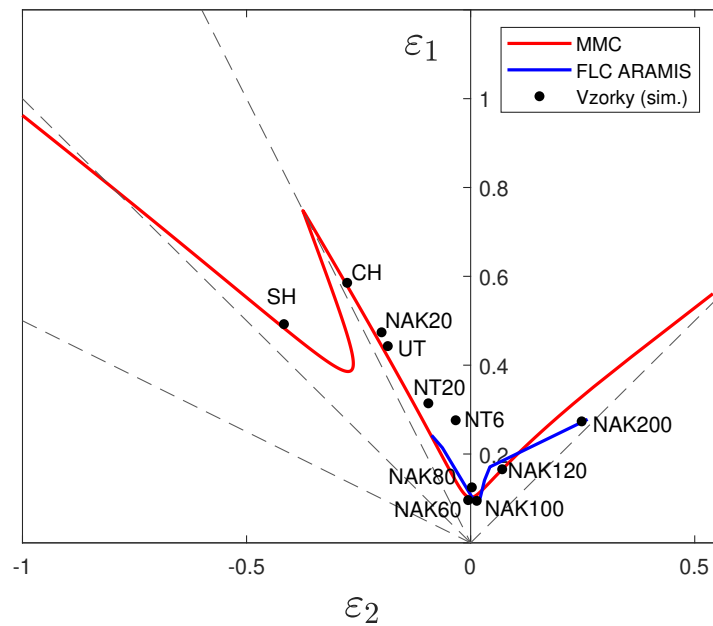
Obr. 6.28: Silová odezva vzorku NAK200 s aktivním tvárným porušováním

7 Grafická reprezentace MMC-FFLD

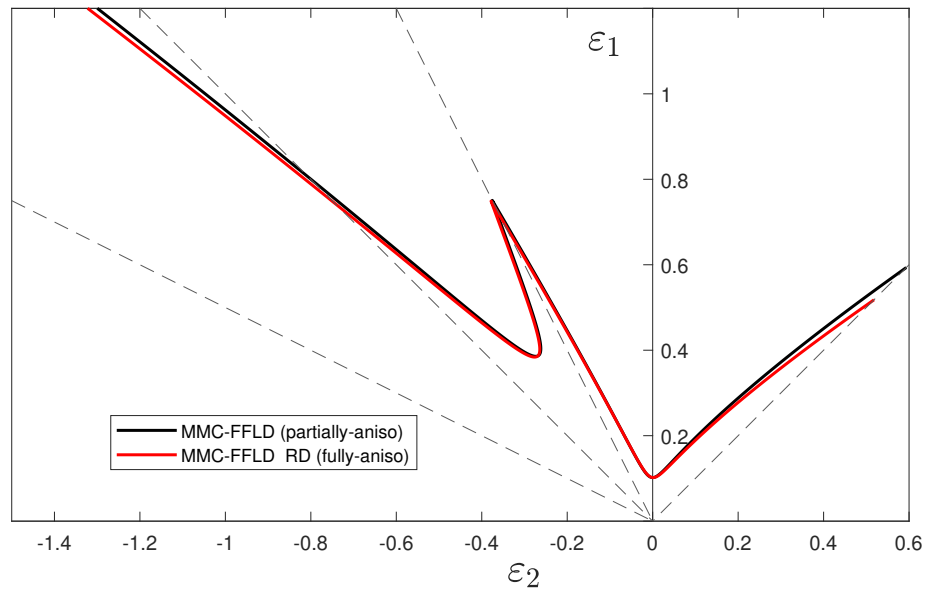
V této kapitole jsou prezentovány výsledné grafické reprezentace MMC-FFLD pro izotropní transformaci a též i pro anizotropní transformaci pro směr válcování.



Obr. 7.1: MMC-FFLD pro kombinovaný mocninný model plastického zpevnění při izotropní transformaci



Obr. 7.2: MMC-FFLD pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění při izotropní transformaci



Obr. 7.3: MMC-FFLD pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění s plně anizotropní transformací pro směr válcování (RD)

8 Diskuse

Z kalibračního portfolia byl vyřazen vzorek NAK40, jelikož i při korekcích plastického modelu vykazoval excesivní plastickou deformaci při předpokládaném porušení. Je zde určité podezření na platnost měření, jelikož se jednalo o jeden z prvních prováděných experimentů. V této fázi byl užit standardní hladký přídržovač. S ohledem na mechanické vlastnosti zkoušeného materiálu mohlo dojít k částečnému prokluzu v oblasti přídržovače a následnému nadhodnocení dosažených deformací při porušení vzorku.

Vzorky s vrubem vykazují dosažení poměrně vysokých hodnot plastické deformace v porovnání se vzorky typu Nakajima při podobných stavech napjatosti. V tomto případě může být příčin několik. Jako jednu z příčin by bylo možné označit plastický model. Ten byl však do jisté míry vyloučen, jelikož i při korekcích plastického modelu nedocházelo k výrazné změně dosažené plastické deformace. Dalším možným vysvětlením je výrazná lokalizace plastické deformace v místě vrubu, výraznější než v případě Nakajima geometrií, která může mít rovnoměrnější rozložení deformace vlivem většího průřezu. Posledním možné vysvětlení může poskytnout anizotropie plechu. Přestože byla v této práci prokázána poměrně malá míra anizotropie, z provedených tahových zkoušek je zároveň patrné, že materiál může vykazovat dosažení různých lomových plastických deformací a to v závislosti na orientaci vzorku vůči směru válcování. Tuto teorii částečně potvrzuje například publikace [18], kde autoři kalibrují tři lomové funkce, pro každý význačný směr (RD, DD, TD) roviny plechu zvlášť. V této práci takových přístup aplikován nebyl, jelikož se provedené experimenty řídili příslušnou normou. Skupiny vzorků byly různě orientovány vůči směru válcování, tedy vyhodnocení lomové plochy proběhlo jakýmsi průměrem skrze všechny směry v rovinně plechu. Provedený přístup kalibrace rozdílných lomových funkcí pro každý směr samostatně by bylo možné za předpokladu, že by experiment probíhal na sadách shodně orientovaných vzorků. To s sebou však přináší neúměrné zvýšení množství prováděných experimentů.

Izotropní transformace byla poměrně elegantně vyřešena užitím semi-analytického postupu transformace. S případnou anizotropní transformací se pojí problematika transformace souřadných systémů. Jelikož je model anizotropní plasticity kalibrován s respektováním hlavních os anizotropie a je nutné při stanovení hlavních deformací respektovat takto zavedený souřadnicový systém, tj. větší z hlavních deformací (major strain) je definována ve směru válcování a menší z hlavních deformací (minor strain) je definována ve směru transverzálním. Při odečítání deformací z jiného směru než směru válcování pak vzniká problém s nerespektováním této podmínky, jelikož jsou souřadné systémy vůči sobě pootočený okolo normálové osy plechu. Nabízelo by se jednoduché řešení, transformovat deformace užitím klasických transformačních

vztahů při vzájemné rotaci souřadných systémů. V takovém případě však bude vznikat i smyková složka napětí (resp. deformace). V tomto případě však nebudou složky deformace ani hlavními deformace a vzniká tak jiný problém s formulací předpokladů, na nichž dosavadní předpoklad transformace stál.

Při pohledu na rozložení vzorků v rovinně triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu je patrná nevyváženost rozložení jednotlivých vzorků. Z tohoto důvodu byla kalibrace modelu MMC poměrně nestabilní. Autor této práce doporučuje doplnit kalibrační portfolio o další vzorky pro oblast triaxialit $\eta = 0$ a to různými modifikacemi vzorku SH. Doporučuje alespoň tři vzorky v této oblasti.

9 Závěr

Cílem této práce bylo stanovit fracture forming limit diagram (FFLD) pro materiál DP1000, konkrétně pro válcované plechy o tloušťce 0,8 mm. Pro tvorbu limitního diagramu byla užita lomová funkce modelu tvárného porušování modifikovaný Mohr-Coulomb (MMC). Pro kalibraci modelu tvárného porušení byl uvažován Hillův model anizotropní plasticity - varianta Hill48.

Úvodem práce proběhlo seznámení se s limitními tvářecími diagramy (kapitola 3.2). Byl představen způsob vyhodnocování limitních diagramů, včetně odpovídající normy. V téže kapitole byl také představen popis anizotropie plechů a dále užitý Hillův model anizotropní plasticity (Hill48). V kapitole 3.4 byly představeny potřebné definice modelu tvárného porušování modifikovaný Mohr-Coulomb.

V rámci práce byly provedeny experimenty, jenž poskytly data potřebná pro úspěšnou kalibraci modelu tvárného porušování. Z vyhodnocených experimentů byly stanoveny základní mechanické vlastnosti materiálu (kapitola 6). V návaznosti pak proběhla kalibrace zvoleného anizotropního modelu plasticity včetně identifikace modelu plastického zpevnění. S identifikovaným materiálovým modelem bylo možno simulovat vzorky kalibračního portfolia a na základě simulací vyhodnotit vývoj veličin triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu během zatěžování jednotlivých vzorků. Byly vytvořeny kalibrační skripty v prostředí Python a data získaná simulacemi kalibračních vzorků byla použita pro kalibraci modelu tvárného porušení. Kalibrovaný model tvárného porušení byl následně validován kontrolní simulací na vzorcích NAK20, NAK80 a NAK200, které prokázaly odpovídající shodu simulace s experimentem. Posledním krokem bylo provedení transformace tvárného modelu porušování MMC na limitní diagram MMC-FFLD (kapitola 7).

Dosažené výsledky byly diskutovány a byla vynesena další doporučení. Z uvedeného shrnutí lze konstatovat, že byly naplněny cíle práce, včetně jednotlivých dílčích úkolů.

Bibliografie

1. HLAVNIČKA, Jiří. *Fenomenologické modelování tvárného porušování kovů*. Praha, 2020. Dostupné také z: <https://dspace.cvut.cz/handle/10467/90126>. Bakalářská práce. ČVUT v Praze.
2. ROCHA, Ianto; MACHADO, Ivan; MAZZAFERRO, Cintia. Mechanical and metallurgical properties of DP 1000 steel square butt welded joints with GMAW. *International Journal of Engineering & Technology* [online]. 2014-12-09, roč. 4, č. 1, s. 26–34 [cit. 2022-07-30]. ISSN 2227-524X. Dostupné z DOI: 10.14419/ijet.v4i1.3928.
3. BANABIC, Dorel. *Sheet metal forming processes: constitutive modelling and numerical simulation*. Springer Science & Business Media, 2010.
4. CHAIMONGKON, Taratip; PANICH, Sansot; UTHAISANGSUK, V. Anisotropic fracture forming limit curve and its applications for sheet metal forming with complex strain paths of aluminum sheet. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2021, roč. 115. Dostupné z DOI: 10.1007/s00170-021-07357-z.
5. ČSN EN ISO 12004-2: *Kovové materiály - Stanovení křivek mezní tvařitelnosti pro plechy a pásy - Část 2: Stanovení křivek mezní tvařitelnosti v laboratoři*. 2021. vyd. TNK 64 Mechanické zkoušení kovů, [b.r.].
6. SCHAEFFLER, Daniel. *Forming Limit Curves (FLC)* [online]. WorldAutoSteel, 2021 [cit. 2022-08-07]. Dostupné z: <https://ahssinsights.org/forming/formability/forming-limit-curves-flc/>.
7. *Advanced metal-forming technologies for automotive applications: 3.8. Schematic representation of an FLC (Forming limit diagram)*. [Online] [cit. 2022-08-06]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1533/9780857095466.28>.
8. MAGRINHO, João P.; SILVA, Maria Beatriz; REIS, Luís; MARTINS, Paulo A. F. Formability Limits, Fractography and Fracture Toughness in Sheet Metal Forming. *Materials*. 2019, roč. 12, č. 9. ISSN 1996-1944. Dostupné z DOI: 10.3390/ma12091493.
9. HILL, Rodney. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 1948, roč. 193, č. 1033, s. 281–297.
10. *ABAQUS/Standard User's Manual*. United States: Dassault Systèmes Simulia Corp, 2022. Dostupné také z: <https://3ds.com/support/documentation/users-guides/>.

11. COLBY, Rebecca Bea. *Equivalent plastic strain for the Hill's yield criterion under general three-dimensional loading*. 2013. Dis. pr. Massachusetts Institute of Technology.
12. ZHANG, Shun Ying; LEOTOING, Lionel; GUINES, Dominique; THUILLIER, Sandrine. Calibration of material parameters of anisotropic yield criterion with conventional tests and biaxial test. In: *Key Engineering Materials*. 2013, sv. 554, s. 2111–2117.
13. VOLK, Wolfram; KIM, Jae Kun; SUH, Joungsik; HOFFMANN, Hartmut. Anisotropic plasticity model coupled with strain dependent plastic strain and stress ratios. *CIRP Annals*. 2013, roč. 62, č. 1, s. 283–286.
14. BAI, Yuanli. *Effect of loading history in necking and fracture*. Cambridge, 2008. Dostupné také z: [dSPACE.mit.edu/handle/1721.1/43148](https://space.mit.edu/handle/1721.1/43148). Thesis (Ph. D.) Massachusetts Institute of Technology.
15. RŮŽIČKA, Jan. *Metodika kalibrace nesvázaných modelů a stochastický přístup v problematice tvárného porušování: Method of fracture locus calibration and a stochastic modification of the uncoupled ductile damage material models : disertační práce*. Praha, Česká Republika, 2015. Disertace (Ph.D.) České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní.
16. LOU, Yanshan; HUH, Hoon. Evaluation of ductile fracture criteria in a general three-dimensional stress state considering the stress triaxiality and the lode parameter. *Acta Mechanica Solida Sinica* [online]. 2013, roč. 26, č. 6, s. 642–658 [cit. 2022-08-03]. ISSN 08949166. Dostupné z DOI: [10.1016/S0894-9166\(14\)60008-2](https://doi.org/10.1016/S0894-9166(14)60008-2).
17. LI, Yaning; LUO, Meng; GERLACH, Jörg; WIERZBICKI, Tomasz. Prediction of shear-induced fracture in sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*. 2010, roč. 210, č. 14, s. 1858–1869. ISSN 0924-0136. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2010.06.021>.
18. GANJANI, M.; HOMAYOUNFARD, M. Development of a ductile failure model sensitive to stress triaxiality and Lode angle. *International Journal of Solids and Structures*. 2021, roč. 225, s. 111066. ISSN 0020-7683. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2021.111066>.
19. WIERZBICKI, Tomasz; XUE, Liang. On the effect of the third invariant of the stress deviator on ductile fracture. *Impact and Crashworthiness Laboratory, Technical Report*. 2005, roč. 136.
20. HU, Jack; MARCINIAK, Zdzislaw; DUNCAN, John. *Mechanics of sheet metal forming*. Elsevier, 2002.

21. RICKHEY, Felix; HONG, Seokmoo. Stress Triaxiality in Anisotropic Metal Sheets—Definition and Experimental Acquisition for Numerical Damage Prediction. *Materials* [online]. 2022, roč. 15, č. 11 [cit. 2022-08-03]. ISSN 1996-1944. Dostupné z DOI: [10.3390/ma15113738](https://doi.org/10.3390/ma15113738).

Seznam obrázků

3.1	Schematická reprezentace konvenční FLC [7]	15
3.2	Schematická reprezentace FFLD [8]	16
3.3	Osy ortotropie válcovaného plechu [3]	17
3.4	Tvar lomové funkce (MMC)	23
4.1	Průmět lomové funkce (MMC) za předpokladu rovinné napjatosti . .	26
4.2	Transformace (MMC) do deformační formulace	28
4.3	Transformace (MMC) do prostoru hlavních deformací	28
5.1	Vzorky typu Nakajima: (a) NAK20, (b) NAK80, (c) NAK200	33
5.2	Tvary plochých vzorků: (a) UT, (b) CH, (c) NT6, (d) NT20, (e) SH .	34
5.3	Znázornění průřezu nástroje použitého pro zkoušení podle Nakajimy [5]	34
5.4	Znázornění měření deformací vzorku při zkoušení podle Nakajimy po- mocí systému Aramis	35
6.1	Smluvní diagram tahových zkoušek	36
6.2	Kalibrace modelu plastického zpevnění na základě tahové zkoušky ve směru válcování	37
6.3	Simulované tahové zkoušky - kalibrace Lankfordovými koeficienty . .	38
6.4	Simulované tahové zkoušky - kalibrace na dolní mezi kluzu Re_L . . .	39
6.5	Simulované tahové zkoušky - kalibrace na mezi pevnosti Rm	40
6.6	Hillova plocha plasticity v prostoru normalizovaných napětí	41
6.7	Detail sítě simulovaného vzorku NAK20	42
6.8	Zobrazení sítě	43
6.9	Ilustrační řez vzorkem NAK60 pro vyhodnocování uzlů podezřelých z iniciace porušení	43
6.10	Ilustrační detail řezu vzorkem NAK60 pro vyhodnocování uzlů po- dezřelých z iniciace porušení	44
6.11	Rozložení vzorků kalibračního portfolia v závislosti na průměrné hod- notě triaxiality a normalizovaného Lodeho úhlu	44
6.12	Kalibrovaná lomová funkce	45

6.13	Rezidua kalibrované lomové funkce	45
6.14	Kalibrovaná lomová funkce pro rovinnou napjatost	46
6.15	Porovnání průběhu napětí v závislosti na akumulované plastické de- formaci pro kombinované modely plastického zpevnění	47
6.16	Silová odezva a akumulovaná plastická deformace v závislosti na pro- dloužení vzorku SH	48
6.17	Rekalibrovaná lomová funkce	48
6.18	Rezidua rekalibrované lomové funkce	49
6.19	Rekalibrovaná lomová funkce pro rovinnou napjatost	49
6.20	Simulované porušení vzorku NAK20	50
6.21	Porušený experimentální vzorek NAK20	50
6.22	Silová odezva vzorku NAK20 s aktivním tvárným porušováním	51
6.23	Simulace porušení vzorku NAK80	51
6.24	Porušený experimentální vzorek NAK80	51
6.25	Silová odezva vzorku NAK80 s aktivním tvárným porušováním	52
6.26	Simulace porušení vzorku NAK200	52
6.27	Porušený experimentální vzorek NAK200	52
6.28	Silová odezva vzorku NAK200 s aktivním tvárným porušováním	53
7.1	MMC-FFLD pro kombinovaný mocinný model plastického zpevnění při izotropní transformaci	54
7.2	MMC-FFLD pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění při izotropní transformaci	54
7.3	MMC-FFLD pro kombinovaný tečný model plastického zpevnění s plně anizotropní transformací pro směr válcování (RD)	55

Seznam tabulek

3.1	Chemické složení oceli DP1000 [2]	13
6.1	Stanovené mechanické vlastnosti (DP1000)	37
6.2	Parametry kalibrovaného modelu plastického zpevnění	37
6.3	Parametry kalibrovaného modelu	38
6.4	Odpovídající poměry mezí kluzů kalibrovaného modelu	39
6.5	Poměry mezí kluzů kalibrovaného modelu	39
6.6	Odpovídající parametry kalibrovaného modelu	39
6.7	Poměry mezí kluzů kalibrovaného modelu	40
6.8	Odpovídající parametry kalibrovaného modelu	40
6.9	Počáteční odhad koeficientů lomové funkce	44
6.10	Kalibrovací parametry modelu MMC	49