

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav fyziky

Disertační práce

Použití křemíkových detektorů pro vojenské účely



Autor: Ing. Vladislav Piša

Školitel: Prof. Bruno Sopko, DrSc.

Studijní obor: Matematické a fyzikální inženýrství

Odevzdáno k obhajobě: 2020

Prohlášení:

Prohlašuji, že veškeré výsledky publikované v této práci jsou vlastní nebo autorů, jejichž jména jsou uvedena.

Abstrakt:

Předkládaná disertační práce se zabývá použitím křemíkových detektorů pro vojenské účely. Zahrnuje vývoj křemíkové diody jako detektoru záření gama i neutronů, který vyústil k zavedení detektorů Podhorník do sondy dozimetrického přístroje DP - 86 určeného k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů. Detektor Podhorník pracuje v pulzním režimu a základní předpoklad vyhodnocení přesnosti měření je znalost energetické i směrové závislosti. Na podkladě získaných výsledků je vypočítána odezva detektoru v závislosti na změně spektrálního složení záření gama vlivem stárnutí směsi štěpných produktů. K výpočtu energetické závislosti bylo použito modelování Monte Carlo podle Moliérové teorie a Tabatova aproximace fluktuace doletu elektronů, výsledky získané z obou postupů byly vzájemně porovnány. Součástí práce je i program Monte Carlo napsaný v Basic Visual, takže ho lze zkopírovat, snadno případně upravit a použít k úlohám transportu elektronů.

Abstract:

The present doctoral thesis deals with the use of the silicon detectors for military purposes. It involves the development of a silicon diode as both the gamma and neutron radiation detectors, which resulted in the introduction of the Podhorník detectors into the probe of the dosimetric device DP-86 designed to measure the dose power of gamma radiation emitted by a mixture of fission products. The Podhorník detector operates in the pulse mode and the basic requirement for the accuracy measurements is the knowledge of the energy and directional dependence. The calculation of the energy dependence and its experimental verification represents the core of the thesis. Based on the obtained results, the detector response is calculated according to the change of gamma radiation energy spectrum during the time change of the fissile product mixture. Monte Carlo modelling using the Molière's theory and Tabata's range straggling curves were used to calculate the energy dependence. The results obtained from both procedures were compared. The thesis also includes the Monte Carlo program written in Basic Visual, so it can be copied, easily modified and used for electron transport tasks.

Klíčová slova: Dozimetrický přístroj DP - 86, energetická závislost, interakce záření gama a elektronů, dávkový příkon, metoda Monte Carlo, Moliérova teorie, Tabatova teorie, směs štěpných produktů, teorie mnohonásobného rozptylu, transport elektronů, vývoj polovodičových detektorů.

Keywords: Dosimetric device DP - 86, energy dependence, interaction of gamma rays and electrons, dose power, Monte Carlo methods, Moliere theory, Tabata theory, mixture of fissile products, multiple scattering theory, electron transport theory, development of semiconductor detectors.

Poděkování:

Je moji milou povinností poděkovat zejména vedoucímu práce prof. Bruno Sopkovi, DrSc. za pomoc a vedení při psaní této práce a Ing. Radislavu Benešovi za pomoc při přepsání algoritmu transportu elektronů do programu Basic Visual. Dále Ing. Vítkovi Sopkovi, CSc. za pomoc při úpravě textu a připomínky k jeho opravě a zlepšení.

Obsah

Úvod.....	7
1. Současný stav a vývojové trendy.....	10
1.1 Současný stav dozimetrického zabezpečení v česká armádě a armádách NATO..	10
1.2 Polovodičové detektory ionizujícího záření.....	14
1.3 Současný stav transportu elektronů.....	15
1.4 Směs štěpných produktů.....	17
2. Cíle disertační práce.....	18
3. Teoretická část.....	19
3.1 Princip modelování Monte Carlo.....	19
3.2 Interakce záření gama a interakce elektronů.....	24
3.3 Teorie mnohonásobného rozptylu.....	29
4. Program Monte Carlo transportu elektronů použitím Moliérovoy teorie.....	38
4.1 Transformace souřadnic.....	38
4.2 Program v Basic Visual.....	39
4.3 Výpis programu.....	41
5. Použití křemíkové diody jako integrálního dozimetru.....	50
5.1 Konstrukce křemíkové diody s dlouhou bází.....	50
5.2 Dozimetrické vlastnosti křemíkové diody s dlouhou bází.....	52
6. Vývoj detektoru dávkového příkonu záření gama.....	58
6.1 Charakteristika polovodičových detektorů.....	58
6.2 Vývoj planární technologie.....	60
6.3 Použití technologie PD-1 k výrobě detektorů Podhorník.....	60
6.4 Výroba a základní ověření detektorů typu Podhorník.....	61
6.5 Protokoly měření citlivosti a šumu detektorů Podhorník.....	62
7. Výpočet energetické závislosti polovodičového detektoru Podhorník.....	64
7.1 Výpočet $p_1(E)$	66
7.2 Výpočet $p_2(E)$	68
7.3 Výpočet $p_3(E)$	68
7.4 Shrnutí.....	68
8. Experimentální ověření energetické závislosti.....	71
9. Použití přístroje DP-86 k měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů.....	73
9.1 Energetická závislost citlivosti detektorů.....	73
9.2 Směrová závislost relativní citlivosti detektorů.....	73
10. Zkoušky spolehlivosti přístroje DP - 86.....	75
11. Přesnost vyhodnocení měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů.....	79
11.1 Přesnost výpočtu p_1	79
11.2 Přesnost výpočtu p_2	79
11.3 Přesnost výpočtu p_3	80
11.4 Přesnost výpočtu poměrné citlivosti při měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů.....	81

12. Shrnutí a závěr.....	82
12.1 Presentace výsledků výzkumu a vývoje polovodičových detektorů.....	82
12.2 Poskytnutí návodu a detailního programu k modelování transportu elektronů záření gama emitovaného směsí štěpných produktů.....	82
12.3 Vyhodnocení způsobilosti dozimetrického přístroje k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů.....	82

Úvod

Předkládaná disertační práce navazuje na práce v řešení části komplexního úkolu Základní výzkum v oblasti dozimetrie pro vojenské účely, jehož koordinací jsem byl v 80. a 90. letech ze strany tehdejšího VÚ 070 pověřen. Součástí úkolu byl výzkum použití křemíkové diody pro měření dávkového příkonu záření gama a dávky neutronů. Výzkum křemíkové diody pro měření dávkového příkonu záření gama probíhal na pracovišti KIPL pod vedením profesora Sopka, DrSc. použitím stripové technologie a byl úspěšně ukončen vznikem detektorů s názvem Podhorník, které byly ze strany tehdejšího MNO odsouhlaseny pro použití v tehdy vyvíjeném armádním dozimetrickém přístroji DP - 86, plánovaném k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů. Paralelně probíhal vývoj této technologie v tehdejších n. p. Monokrystaly Turnov, nicméně se nepodařilo v Monokrystalech výsledky vývoje stripové technologie úspěšně implementovat a tak zde byla použita osvědčená a vylepšená technologie s názvem PD - 1. Přes návrh prof. Sopka, DrSc. vyrábět detektory použitím stripové technologie v Praze rozhodlo MNO o výrobě v Monokrystalech. V závěrečné fázi bylo nutné ověřit splnění všech takticko-technických požadavků (TTP) zadaných ze strany ČSLA. Byl jsem pověřen jejich zajištěním, osobní účastí u všech zkoušek a ověření výsledků. Detektory vyhověly všem požadavkům s jednou výjimkou a tou byla relativní citlivost charakterizující energetickou závislost odezvy detektoru. I jednoduchý výpočet ukázal, že požadavek maximální odchylky 30% nemůže být splněn jak pro nejnižší energie do přibližně 200 keV, tak pro energie přesahující 1,5 MeV. Z tohoto důvodu jsem provedl poměrně jednoduchý výpočet energetické závislosti pro vybrané energie pomocí lineární brzdné schopnosti, získané hodnoty porovnal s experimentálně získanými hodnotami pro vybrané energie a jejich použitím jsem vypočítal hodnoty citlivosti detektoru na polyenergetické spektrum záření gama směsí štěpných produktů. Chyběl však hlubší teoretický rozbor opírající se o výpočet odezvy detektoru pro jednotlivé energie přesnějšími metodami. Navíc nebyla zohledněna směrová závislost detektoru při měření v polních podmínkách.

V důsledku změny zaměstnání jsem tyto úlohy již neřešil a tak se k nim vracím v této disertační práci. Cíle práce jsou definovány v kapitole 2, těžištěm práce je vyhodnotit použitelnost DP-86 k měření dávkového příkonu záření gama směsí štěpných produktů. Je zřejmé, že klíčový význam má vliv energetické a směrové závislosti odezvy detektoru.

Součástí práce je též prezentace technologických postupů při výzkumu a vývoji křemíkových diod jak pro detekci neutronů, tak pro záření gama.

Práce je rozdělena do dvanácti kapitol.

První kapitola prezentuje současný stav v následujících oblastech: Česká armáda a NATO, polovodičové detektory a modelování transportu elektronů. Snažil jsem se být maximálně stručný, v každé oblasti jsem uvedl dle mého soudu klíčovou monografii, která popisuje průřezově současný stav (či stav před několika lety) v jednotlivých oblastech a s dalším odkazem na literaturu. Z pohledu této práce jsou zajímavé zejména pokroky v Moliérově teorii, což je v textu uvedeno.

Druhá kapitola obsahuje cíle této práce. Prvním cílem je prezentace výsledků výzkumu a vývoje křemíkové diody jako integrálního dozimetru neutronů a pulzního detektoru záření beta a gama. Velmi stručně jsou uvedeny teoretické základy a technologický postup, hlavní důraz je však zaměřen na prezentaci dosažených výsledků. Druhým cílem je seznámit čtenáře s teorií transportu elektronů a poskytnout návod na přímé použití, třetím cílem je vyhodnotit použitelnost přístroje DP - 86 k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného eměsí štěpných produktů.

V třetí kapitole s názvem Teoretická část jsou shrnuty teoretické základy mnohonásobného rozptylu elektronů včetně souvisejících interakcí záření gama a elektronů. V současné době je modelování transportu elektronů zaměřeno jednak na prostorové rozložení elektronů použitím především dvouparametrické Goudsmit - Saundersonovy teorie, jednak na energetické rozložení elektronů použitím Vavilovy teorie. Obě tyto teorie lze odvodit přímo z transportní rovnice elektronů. Přímo z Goudsmit - Saundersonovy teorie lze odvodit zjednodušenou jednoparametrickou Moliérovu teorii. Nicméně ani jedna teorie není plně vyhovující, první nezahrnuje fluktuace energie, druhá nezahrnuje prostorový rozptyl. Obojí zahrnuje Tabatova teorie fluktuace doletu elektronů, která kombinuje všechny teoretické poznatky s experimentálně získanými daty. Z tohoto důvodu je zde tato teorie uvedena a použita.

Celá kapitola je psaná velmi stručnou, protokolární formou vzhledem k požadavku, že do disertační práce nepatří odvozování vztahů, které nejsou výsledky autorovy práce. Přesto jsem se rozhodl ke dvěma výjimkám: Především ukázat podrobněji souvislost mezi exponenciálním, Poissonovým, binomickým a normálním rozdělením. Tato rozdělení (včetně Poissonova procesu) mají naprosto zásadní význam nejen v jaderné a atomové fyzice. Proto považuji za nutné mít názornou představu o těchto souvislostech. A za druhé jsem se rozhodl

uvést velmi stručně odvození Goudsmit - Saundersonovy teorie a nastínit odvození této teorie přímo z transportní rovnice elektronů, neboť velmi jasně ukazuje základní principy teorie mnohonásobného rozptylu elektronů.

Analýza interakcí záření gama a elektronů v daném energetickém pásmu ukazuje, že lze použít jednodušší jednoparametrickou Moliérovu teorii. V 4. kapitole je tedy podrobně uveden postup pro vypracování programu podle Moliérové teorie a přiložený program v programovacím jazyku Basic Visual.

Pátá a šestá kapitola shrnuje výsledky vývoje technologií vhodných pro výrobu detektorů určených k detekci záření gama s možností detekce záření beta (pulsní detektory Podhorník) a křemíkové diody pro použití k měření dávky neutronů. Součástí těchto kapitol je ověřování dozimetrických vlastností detektorů a prezentace dosažených výsledků.

Následující kapitoly představují těžiště této práce:

Sedmá kapitola obsahuje postup pro výpočet energetické závislosti detektorů Podhorník použitím tří odlišných přístupů: Tabatovy teorie fluktuace doletu elektronu, lineární brzdě schopnosti a modelování transportu elektronů použitím Moliérové teorie. Tento přístup jsem zvolil z toho důvodu, že neznám teorii, která by zahrnovala jak prostorový rozptyl, tak variabilitu energetických ztrát při transportu elektronů (vyjímkou je snad Wentzelova modifikovaná teorie). Získané výsledky se od sebe významně neliší a co je důležité, neliší se významně ani v porovnání s výsledky získanými experimentálně. V literatuře jsem nenalezl podobný přístup, rozdíly ve výsledcích a jejich vliv na vyhodnocení přesnosti měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů jsou analyzovány v kapitole 11.

Osmá kapitola obsahuje výsledky experimentálního ověření energetické závislosti detektoru Podhorník v rámci tehdejších možností, tj. zdroje záření gama ^{131}Cs a ^{60}Co a rentgenova záření pro vybrané střední energie.

Devátá kapitola obsahuje analýzu použitelnosti detektorů Podhorník k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů.

Desátá kapitola stručně prezentuje výsledky zkoušek spolehlivosti. Organicky do obsahu příliš nezapadá, ale splnění výše uvedených požadavků mělo zásadní význam pro schválení detektorů ze strany tehdejšího MNO.

Velmi důležitá je jedenáctá kapitola, která analyzuje přesnost výpočtů.

Dvanáctá kapitola shrnuje dosažené výsledky a závěrečné doporučení.

1. Současný stav a vývojové trendy

1.1 Současný stav dozimetrického zabezpečení v české armádě a v NATO

ČR je členem NATO, kde probíhá dalekosáhlá standardizace mezi členskými státy. Přímou na internetu si lze otevřít věstník Úřadu pro obrannou standardizaci, katalogizaci a státní ověřování jakosti <http://oos.army.cz/standardizace-v-nato>. Zde lze najít odpovídající dokumenty a pod položkou Obranná standardizace jsou obsaženy Standardizace v NATO a Standardizace v rezortu MO ČR. Celková koncepce armády v oblasti dozimetrického a radiometrického zabezpečení USA je poměrně detailně popsána v publikaci The Army Radiation Program, Department of the Army, Pamphlet 385 - 24 z 30. 11. 2015.

Pokud jde o dozimetrické a radiometrické zajištění české armády, tak základním dokumentem shrnujícím odkazy na další závazné dokumenty je Český obranný standart - Vojskové dozimetrické a radiometrické přístroje. Požadavky k měření dávkového ekvivalentu záření gama, jsou obsaženy v ČSN EN 60845.1.

Podívejme se nyní na přehled dozimetrického zabezpečení české armády z hlediska měření dávkového příkonu záření gama:

Intenzimetr IT-65 patří k nejstarším dozimetrickým přístrojům, jak již naznačuje název, pochází 60. let minulého století. Je určen k měření expozice, expozičního příkonu a orientačnímu měření stupně kontaminace. Hodnoty expozice jsou vyjádřeny v zastaralé jednotce rentgen, měří ve dvou rozsazích: radiometrickém a rentgenometrickém.

V radiometrickém rozsahu používá GM počítač a měří v rozsahu hodnot 0,05 až 500 mRh⁻¹, v rentgenometrickém rozsahu používá ionizační komoru a měří v rozsahu 0,05 až 500 mRh⁻¹.

Elektronický dozimetr RDS - 120 (Finsko) Dozimetrický přístroj RDS - 120 je určen pro přenosné použití a je obsažen v malém přenosném kufříku. Slouží k měření příkonu dávkového ekvivalentu záření gama od 0,05 μSv⁻¹ do 10 Sv⁻¹ v rozsahu energií 50 keV až 3 MeV a elektronické integraci dávkového ekvivalentu záření gama od 0,01 μSv do 10 Sv.

Elektronický osobní dozimetr RDS - 200 (Finsko) Souprava tohoto dozimetrického přístroje je obsažena v malém přenosném kufříku a obsahuje samotný přístroj a sondu GMP - 11. Umožňuje měřit příkon dávkového ekvivalentu záření gama v rozsahu energií 50 keV až 3 MeV a prostřednictvím záření beta pomocí sondy zjistit orientačně kontaminaci různých vzorků.

Měřicí rozsah je $0,01 \mu\text{Sv}^{-1}$ až 10Sv^{-1} . Stejně jako v předchozím případě umožňuje měřit dávkový ekvivalent v rozsahu $0,01 \mu\text{Sv}$ až 10Sv .

Radiometr DC - 3E - 98 Tento radiometr sestává ze sondy a dozimetrického přístroje. Měří dávkový příkon záření gama v rozsahu $0,01 \mu\text{Gyh}^{-1}$ až 10mGyh^{-1} , plošnou aktivitu kontaminovaných plošných vzorků v rozsahu 0 až $30\,000 \text{Bqcm}^{-2}$.

Automatický signalizátor úrovně radiace AS - 67 Přístroj může být použit jak ve vozidlech radiačního a chemického průzkumu, tak ve stacionárních objektech. Skládá se z vlastního přístroje a sondy. Měří expozici v zastaralé jednotce rentgen v rozsahu expozičního příkonu $0,01 \text{Rh}^{-1}$ až 300Rh^{-1} .

Dozimetrický přístroj DP - 3b (SSSR) V podstatě se jedná o analogii předchozího přístroje, tento přístroj je však určen pouze pro vozidla radiačního a chemického průzkumu. Měří expozici v zastaralé jednotce rentgen v rozsahu expozičního příkonu $0,1 \text{Rh}^{-1}$ až 500Rh^{-1} .

Dozimetrický přístroj DP - 98 Přístroj je určen především k měření příkonu dávkového ekvivalentu záření gama ve vozidlech radiačního průzkumu. Měří v rozsahu $0,1 \mu\text{Sv}^{-1}$ až $10 \mu\text{Sv}^{-1}$. Lze nastavit i integraci příkonu dávkového ekvivalentu a dostat dávkový ekvivalent za zvolenou jednotku času.

Dozimetrický přístroj DP - 86 Přístroj je určen k měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů a orientačnímu měření kontaminace povrchů prostřednictvím detekce záření beta. Použití přímo v terénu. Je umístěn v malé brašně (viz obrázek 1), která obsahuje sondu a vlastní přístroj. Sonda je vybavena dvěma polovodičovými detektory různé citlivosti a nastavitelnou olověnou clonou určenou k odstínění záření beta při měření dávkového příkonu záření gama. Dávkový příkon měří v rozsahu $1 \mu\text{Gyh}^{-1}$ až $9,999 \text{Gyh}^{-1}$ ve dvou podrozsazích. Pracovní návod je dostupný přímo na internetu.

Obrázek 1: Dozimetrický přístroj DP-86



Současný stav v armádách NATO

V současné době je pozornost zaměřena zejména na miniaturizaci a multifunkčnost dozimetrických přístrojů. Výzkum, vývoj a výroba v dané oblasti dnes probíhá především v rámci renomovaných nadnárodních firem, které buďto přijímají armádní zakázky, nebo nezávisle na armádách nabízí své výrobky na světovém trhu. S nejúspěšnějšími firmami se lze seznámit přímo na internetu, stačí zadat [List of defense contractors by arm sales](#), který podává přehled nejúspěšnějších firem na světovém trhu. Pokud jde o polovodičové detektory, zaujala vůdčí pozici australská firma [CANBERRA Industries](#). Dále se tato firma zabývá výrobou Geiger-Muellerových počítačů a scintilačních detektorů.

V oblasti polovodičových detektorů lze například uvést firmy:

Amptex Inc.: Driftové a pinové detektory

Amsterdam Scientific Instrument: Pixelové detektory

Keltec: Driftové detektory

Micron: Semiconductor: Stripové, pixelové a radiální detektory

PNDetectors: Křemíkové driftové detektory

SGW Sensortech: Driftové a Si(Li) detektory

V oblasti detektorů určených k detekci záření gama se vychází z klasických koncepcí ionizačních komor a luminiscenčních či polovodičových detektorů, výzkum je zaměřen hlavně na nové materiály v oblasti polovodičových detektorů, které by vykazovaly v porovnání s křemíkem stejné či lepší parametry z hlediska použití v dozimetrii.

Snad nejvhodnější ukázkou komplexního monitorovacího přístroje je multifunkční radiometrického komplet [SVG 2 Radiometer](#) (NATO Stock Number 6665-12-358-1874):

Obrázek 2: SVG 2 Radiometer



Tento radiometr byl schválený velením NATO, níže jsou uvedeny základní dozimetrické parametry. Bližší informace lze nalézt přímo na netu:

Gamma Dose rate: 0.01 $\mu\text{Gy/h}$ to 2.000 cG/h (Gy/h switchable to Sv/h) (1 $\mu\text{R/h}$ to 2000 Rad/hr).

Gamma Dose: 0.01 μGy to 2.000 cGy (Gy switchable to Sv) (1 Rad/hr to 2000 Rad/hr).

Energy Range: 70 keV to 3 MeV.

Initial Radiation

Gamma Radiation: 1 cGy to 2,000 cGy (1-2000 Rad/hr).

Neutron Radiation: 1 cGy to 2,000 cGy (1-2000 Rad/hr).

Alpha-Beta-Gamma External Probe

Alpha Measurement Range: 0 to 300,000 cps.

Beta Measurement Range: 0 to 300,000 cps.

Gamma Measurement Range: 0.01 $\mu\text{Gy/h}$ to 50 cGy/h (1 $\mu\text{RAD/h}$ to 50 RAD/h).

Z uvedených parametrů vidíme, že daný přístroj je z hlediska multifunkčnosti a miniaturizace o generaci napřed v porovnání s našimi přístroji.

1.2 Polovodičové detektory ionizujícího záření

Fyzika polovodičů

Fyzika polovodičů je součástí fyziky pevných látek, s určitou vágností lze napsat, že se jedná o aplikovanou kvantovou mechaniku. Klasickou učebnicí je vynikající učebnice Ch. Kittela¹, který patřil nejen k zakladatelům oboru, ale byl i vynikajícím pedagogem. Pokud jde o současný stav, tak si lze přímo na internetu zadat „[27 Best Solid-State Physics Books of All Time](#)“ a získat přehled nejúspěšnějších a nejvíc ceněných knih do současné doby. Z literatury v českém jazyce lze uvést skriptum².

Výroba polovodičových materiálů

Příprava polovodičů pro výrobu polovodičových součástek používaných v elektrotechnice vyžaduje získat polovodiče s monokrystalickou (celý krystal dokonale izotropní) či polykrystalickou (obsahuje neuspořádaná monokrystalická zrna) strukturou a extrémně vysokou čistotou (jednotek ppb). Pro výrobu detektorů ionizujícího záření jsou nutné monokrystalické polovodiče, samotná výroba představuje dokonalé vyčištění vstupního materiálu, chemickou či mechanickou separaci výchozí látky (Ge, Si atd.), přípravu taveniny a postupnou krystalizaci taveniny. V současné době se používají tři hlavní metody krystalizace taveniny:

Bridgmanova metoda je základem pro tzv. gradientní metody, tj. metod založených na vysokém teplotním gradientu v oblasti přechodu taveniny a pevné fáze. Úspěšně se používá při výrobě velkých a kvalitních krystalů.

Zonální tavba je souhrnný název pro metody, kterými se vyrábí polovodiče s příměsí. Technologicky je velmi náročná a lze ji aplikovat pouze na krystaly splňující řadu dalších požadavků.

Czochralskiho metoda je nejběžnější metoda, která se používá při výrobě monokrystalů.

Velmi dobrý detailní přehled o technologickém postupu výroby podává skriptum³, které vychází ze souboru přednášek na následující témata: Přehled technologie výroby křemíkových desek, Technologie růstu monokrystalů křemíku Czochralskiho metodou, Počítačové simulace Czochralskiho růstu, Mikrodefekty v křemíkových krystalech a deskách, Čištění a analýza povrchu křemíku, Technologie výroby struktur Silicon - on - Insulator.

Polovodičové detektory a technologie jejich výroby

Ke studiu lze doporučit monografii⁴, která podává přehled polovodičových detektorů a technologií jejich výroby. Kniha je považována za jednu z nejlepších v oboru, přestože je psána úspornou formou. První tři kapitoly obsahují matematicko - fyzikální základy teorie polovodičů a následující kapitoly jsou zaměřeny do oblastí: 4 - Semiconductor as detectors, 5 - Detectors for Energy and Radiation-Level Measurement, 6 - Detectors for position and energy measurement, 7 - The electronics of the read-out function, 8 - The integration of detectors and their electronics, 9 - Detectors with intrinsic amplification, 10 - Detector technology, 11 - Device stability and radiation hardness, 12 - Device simulation.

Z hlediska této práce jsou zajímavé zejména kapitoly 5 a 6.

Pokroky ve výzkumu alternativních polovodičových materiálů pro konstrukci polovodičových detektorů

V oblasti polovodičových detektorů je hlavní pozornost zaměřená zejména na nové materiály vhodné pro spektrální analýzu při pokojové teplotě. Přehled o daných materiálech a jejich vlastnostech lze najít např. v⁵, jsou zde uvedeny následující materiály vhodné pro detekci záření X a gama i jejich vlastnosti: Si, Ge, 4H-SiC, GaAs, InP, CdTe, Cd_{0,9}Zn_{0,1}Te, PbI₂, HgI₂, TlBr. Pokud jde o český výzkum, tak lze uvést např. diplomovou práci J. Pekárka⁶, která je zaměřená na detektory našich pracovišť MFF UK, Ve vynikající publikaci⁷ [Room temperature semiconductor detectors for nuclear security](#) je v kapitole 3 obsažen úplný přehled v současné době zkoumaných materiálů a jejich parametrů.

1.3 Současný stav v oblasti modelování transportu elektronů

Předkládaná práce využívá poměrně malou část teorie transportu elektronů a to v oblasti, která byla rozsáhle zmapovaná již v 80. a 90. letech a to jak z hlediska použití křemíku, tak z hlediska pásma energií, které má zásadní význam v osobní dozimetrii, tj. monitorování radiace směsí štěpných produktů, Vynikající přehled o stavu koncem 80. let minulého století poskytuje⁸. Proto byl a je další výzkum orientován především na modelování transportu vysokoenergetických elektronů, elektronů v elektromagnetickém poli a zejména v plasmě, Pokud jde o polovodičové detektory na bázi křemíku, byla zvláštní pozornost věnována transportu nízkoenergetických elektronů (od desítek eV do několika keV) s cílem detailně modelovat fyzikální procesy. Všechny tyto oblasti však přesahují rámec této práce.

Pokroky v matematickém modelování

Dnešní výzkum se vyznačuje rozsáhlou spoluprací řady pracovišť, v oblasti transportu záření zahrnuje spolupráci na evropské úrovni pracoviště v Cernu. Byl vypracován rozsáhlý projekt [GEANT 4](#), který je pravidelně aktualizován. Výhodou je, že je přístupný na internetu, stačí zadat GEANT 4 a podrobně se seznámit s celým projektem. Zájemcům poskytne podrobné informace o pokrocích v modelování transportu elektronů a lze si stáhnout programy pro některé konkrétní úlohy. Pokud jde o modelování transportu nabitých částic, je zaměřený zejména na aplikace v radiobiologii a výpočet dávky elektronů.

Pro modelování transportu elektronů se používá Goudsmit - Saundersonova teorie. Aplikace této teorie v GEANT 4 je podrobně popsána v práci⁹. Zároveň jsou zde shrnuty zkušenosti s aplikacemi této teorie.

Zdokonalování Moliérovoy teorie

Od svého vzniku byla Moliérová teorie podrobena řadě kritických poznámek a návrhů na zlepšení parametrů, především se jednalo o zpřesnění výpočtu parametru B a funkcí f^1 a f^2 . Jejich úplné zpracování uvádí publikace¹⁰.

Práce zaměřené přímo na transport elektronů v křemíkových detektorech:

Přímo na internetu lze najít několik zajímavých disertačních prací zaměřených na transport elektronů v křemíku a křemíkových detektorech určených k detekci záření beta i gama. Především lze doporučit disertační práci Jensena¹¹.

Tato disertační práce uvádí program ITS obsahující modelování mnohonásobného rozptylu během transportu elektronů slabou vrstvou. Program používal Goudsmit-Saundersovu teorii (později byla použita i Moliérová teorie). Výsledky modelování však neodpovídaly experimentům. Zajímavé řešení našli Jordan a Mack aplikováním Williamsových postupů na Thomas-Fermiho potenciál, toto řešení je v práci podrobně uvedeno. Práce porovnává výsledky takto upravené teorie s Moliérovou a Goudsmit-Saundersonovou teorií. Velmi přínosné je vytištění podprogramů ANGLE v jazyce Fortran modelující distribuční funkce. Další zajímavou prací je¹². Tato disertační práce se zaměřuje především na spektrometrii použitím polovodičových detektorů. Obecně je však třeba říct, že každý detektor má jiné parametry, i samotná křemíkové diody se liší geometrií detektoru, šířkou ochuzené vrstvy a nastavenou diskriminační úrovní, detektory uvedené v této kapitole jsou nastaveny na 70 keV.

1.4 Směs štěpných produktů

Přesné složení směsi štěpných produktů vzniklých po výbuchu jaderných zbraní podléhá režimu přísně tajné, protože moderní jaderné zbraně používají některé vyšší transurany. Podle informací získaných v režimu utajení se k ověření dozimetrických vlastností detektorů pro vojenské účely používá směs štěpných produktů blížící se složením reálné směsi vzniklé po výbuchu příslušných jaderných zbraní. Tyto možnosti ovšem v ČR nemáme a tak byl zvolen postup uvedený v kapitole 9.

2. Cíle disertační práce

V návaznosti na předmluvu lze definovat následující cíle prezentované disertační práce:

- Jedním ze základních předpokladů pro vyhodnocení způsobilosti přístroje DP - 86 pro měření dávkového příkonu je znalost energetické závislosti odezvy přístroje.
Základním cílem této práce je:
 - Určit experimentálně energetickou závislost odezvy přístroje DP - 86 pro měření dávkového příkonu záření gama
 - Vytvoření matematického modelu a simulační určení energetické závislosti odezvy přístroje DP - 86 pro měření dávkového příkonu
 - Porovnání experimentálních a simulačních výsledků
- Přístroj DP-86 je určený k měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů v polních podmínkách. Druhým cílem práce tedy je výpočet odezvy při měření dávkového příkonu směsi štěpných produktů na podkladě získaných výsledků.
- Měření v polních podmínkách vyžaduje znalost úhlové závislosti odezvy přístroje DP -86. Třetím cílem je:
 - Určit experimentálně úhlovou závislost odezvy přístroje DP - 86 pro vybrané energie
 - Na podkladě získaných výsledků vypočítat odezvu přístroje DP - 86 pro kontaminovanou rovinu podle návodu k použití přístroje

3. Teoretická část

3.1 Princip modelování Monte Carlo

Když F je neklesající reálná funkce reálné proměnné x zobrazující interval (a,b) na interval $(0,1)$, pak ji lze považovat za distribuční funkci nějaké náhodné veličiny X , neboť z teorie monotonních funkcí plyne, že funkce F je spojitá. Funkci $G(y) = y$ definovanou na intervalu $(0,1)$ lze tedy považovat za distribuční funkci náhodné veličiny Y s rovnoměrným rozdělením.

Rovnice $F(x) = G(y)$ pak hodnotě x náhodné veličiny X přiřazuje hodnotu y náhodné veličiny Y . Obráceně lze inverzní funkcí přiřadit hodnotě y hodnotu x : $x = F^{-1}(y)$. Velmi jemným dělením intervalu (a,b) lze vytvořit histogram derivace distribuční funkce F pomocí odpovídajícího dělení intervalu $(0,1)$ a tím přibližně zobrazit pravděpodobnostní funkci $f(x)$. To plyne okamžitě z definice funkce f , tato funkce je derivací distribuční funkce.

Distribuční funkci náhodné veličiny Y lze generovat pomocí generátoru náhodných čísel (nemusí být přímo v intervalu $(0,1)$, toho lze dosáhnout vhodnou transformací). Tento poznatek měl revoluční dopad na využití stochastických metod v matematice a zejména v modelování transportu záření při průchodu různými materiály. První, co má z hlediska transportu záření zásadní význam, je možnost modelování čítacího procesu: Když X_1, \dots, X_n jsou náhodné veličiny a F_1, \dots, F_n jejich distribuční funkce, pak lze pomocí generátoru náhodných čísel snadno namodelovat náhodnou veličinu $Z = X_1 + \dots + X_n$ a získat histogram rozdělení náhodné veličiny Z (při rovnosti distribučních funkcí lze ovšem použít centrální limitní větu): $z = F_1^{-1}(y_1) + \dots + F_n^{-1}(y_n)$.

Následující text předpokládá znalosti teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky na úrovni základního kurzu přednášeného na technických fakultách. Pokud jde o modelování Monte Carlo se zaměřením na transport záření, lze z domácí literatury doporučit¹⁴ a nedávno vydané¹⁵. Výběr zahraniční literatury je obrovský a často volně přístupný na internetu. Vynikající a světově uznávané jsou monografie ruských matematiků, např. I. M. Sobola¹⁶, nebo učebnice R. Ch. Casella¹⁷.

Je zřejmé, že zásadní význam pro dosažení co nejpřesnějšího výsledku má kvalita generátoru náhodných čísel. Dnes lze zakoupit řadu speciálních software. Generátor lze vytvořit dvojím způsobem: Využitím přírodního zdroje nebo použít tzv. pseudonáhodná čísla generovaná

podle určitého algoritmu. V prvním případě lze snímat impulzy z přírodních zdrojů, u kterých předpokládáme rovnoměrné rozdělení. Ve druhém případě generujeme plně deterministickou posloupnost pseudonáhodných čísel.

Ověření jednotlivých sekvencí této posloupnosti je velmi obtížnou úlohou matematické statistiky, v učebnicích matematické statistiky se lze seznámit s postupy, které ověřují soulad rozdělení náhodného výběru s předpokládaným rozdělením, často se aplikuje test dobré shody χ^2 . V současné době jsou v praxi daleko nejpoužívanější kongruenční generátory navržené v roce 1951 Lehmerem. Posloupnost pseudonáhodných čísel z intervalu $(0, M)$ je vytvářena pomocí rekurentního vztahu $x_{n+1} = a_0x_n + \dots + a_k x_{n-k} + b \pmod M$ při daných počátečních hodnotách x_0, \dots, x_k a konstantách a_0, \dots, a_k, b . Kongruenci zde míníme zbytek po dělení. Číslo x_{n+1} je tedy zbytek po dělení čísla $a_0x_n + \dots + a_kx_{n-k} + b$ číslem M . Náhodná čísla y_i z intervalu $(0, 1)$ pak dostaneme dělením čísla x_i číslem M : $y_i = x_i / M$.

Běžně dostupný Excel obsahuje Visual Basic s generátorem pseudonáhodných čísel.

K orientačnímu ověření lze použít např. lineární regresi: Vygenerovaných 1000 čísel ve verzi Excell 13 vykázalo $R = 0,998$, což lze považovat za dobrý výsledek.

Přesnost výsledku získaného modelováním Monte Carlo:

Pokud je výsledkem modelování jedné historie pouze kladný či záporný výsledek, (jev nastal nebo nenastal) lze použít Moivreovu - Laplaceovu centrální limitní větu. Pak je relativní chyba úměrná $1 / \sqrt{N}$, kde N je počet historií. Velmi častou úlohou je výpočet střední hodnoty, používá se např. k výpočtu určitého integrálu. Postup je velmi jednoduchý: Mějme např. reálnou kladnou funkci reálné proměnné f definovanou na intervalu (a,b) , zvolme $k > \max f$. K výpočtu použijeme přímo definici určitého integrálu, tj velikosti plochy vymezené intervalem (a,b) a grafem funkce f . Generujeme $\zeta \in (a, b)$ a $\eta \in (0, k)$. Bod $[\zeta, \eta]$ leží pod nebo nad bodem $[\zeta, f(\zeta)]$ a podíl počtu bodů generovaných na plochu P a celkového počtu generovaných bodů je přibližně roven podílu velikosti ploch P a obdélníka $(a,b) \times (0,k)$. Přesnost lze určit užitím konfidenčních intervalů, postup je v každé základní učebnici matematické statistiky.

V aplikacích modelování Monte Carlo má zásadní význam modelování normovaného normálního rozdělení a Poissonova rozdělení.

Následující tvrzení je centrální limitní větou aplikovanou na rovnoměrné rozdělení: Když X_1, \dots, X_n jsou náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením, pak náhodná proměnná Y_n daná vztahem $Y_n = (12/n)^{1/2} (X_1 + \dots + X_n - 0,5n)$ konverguje v distribuci k normálnímu rozdělení.

Při modelování Poissonova rozdělení se využije souvislosti mezi exponenciálním a Poissonovým rozdělením, Poissonovo rozdělení lze získat aplikací čítacího procesu na exponenciální rozdělení. Protože tato rozdělení mají zásadní význam v celé jaderné a atomové fyzice, bude vhodnější uvést souvislost mezi exponenciálním, Poissonovým a binomickým rozdělením i přechod k normálnímu rozdělení $N(0,1)$.

Nechť tedy v časovém intervalu $(0,t)$ probíhají na sobě nezávislé jevy. Pravděpodobnost p výskytu libovolného jevu je nezávislá na čase a závislá na časovém intervalu dt vztahem λdt , kde λ je konstanta, pravděpodobnost výskytu více jevů během intervalu dt pokládáme rovnou nule. Pravděpodobnost p_0 , že během dt nedojde k výskytu jevu, je pak dána vztahem $1 - \lambda dt$. Z těchto vztahů bezprostředně plyne pravděpodobnostní funkce výskytu jednoho jevu během celého časového intervalu, která je dána exponenciálním rozdělením $\lambda e^{-\lambda t}$. Pravděpodobnost $p_n(t)$ výskytu n jevů za čas t plyne z řešení rekurentních vztahů

$$p_n(t + dt) = p_{n-1}(t)p_1 dt + p_n(t)p_0 dt = \lambda p_{n-1}(t)dt + p_n(t)(1 - \lambda dt)$$

čímž dostáváme Poissonovo rozdělení $(\lambda t)^n e^{-\lambda t} / n!$. Binomické rozdělení lze získat čítacím procesem aplikovaným na alternativní rozdělení s pravděpodobností P . V teorii pravděpodobnosti se odvozuje použitím charakteristických funkcí následující tvrzení: Nekonečná posloupnost náhodných proměnných $B_i(k, P_k)$ s binomickým rozdělením, P_k konvergujícím k nule a zároveň kP_k konvergujícím k λ konverguje k Poissonovu rozdělení s parametrem λ . Z tohoto vztahu plyne souvislost mezi Poissonovým a binomickým rozdělením, které lze znázornit např. takto: V časovém intervalu $(0,t)$ dochází k jevům v okamžicích $t_k = kt / n$, $k = 1 \dots n$ s pravděpodobností $P_k = \lambda / n$ každého jevu. Limitním přechodem dostaneme podle výše uvedené věty Poissonovo rozdělení. Onen limitní přechod si lze představit takto: Pro velmi vysoké n lze na výraz λdt pohlížet jako na výraz $nP_k \cdot S$, kde S je libolný ($S \ll n$) počet „nepatrných“ subintervalů délky t / n .

Přechod od alternativního k normálnímu rozdělení zajišťuje centrální limitní věta Moivreova - Laplaceova: Když $A_i(P)$ je alternativní rozdělení a $B_i(P, n) = A_1 + \dots + A_n$, pak rozdělení $Y = (B_i(P, n) - nP) / (\sigma n^{1/2})$ konverguje v distribuci k normálnímu rozdělení $N(0,1)$. Důkaz se obvykle uvádí pro obecnější větu Lindbergovu - Lévyho použitím charakteristické funkce.

Modelování transportu ionizujícího záření metodou Monte Carlo.

Nejběžnější způsob, který je zároveň prezentován této práci, je založen na sledování historie jednotlivých částic a lze ho popsat následovně: Sledujeme historii jednotlivých částic (nabitých i nenabitých), které se pohybují podél segmentů $s_1 \dots s_n$, po překonání segmentu s_k předpokládáme určitý typ interakce (pružný nebo nepružný rozptyl, záchyt apod.) v jejímž důsledku částice změní směr a se změněnou energií pokračuje podél segmentu s_{k+1} . Mezi modelováním transportu nabitých a nenabitých částic je zásadní rozdíl: Nenabitě částice se pohybují mezi dvěma interakcemi přímočaře a neinteragují s prostředím, tj. neztrácí energii. Nabitě částice ztrácí energii kvazispojitě a nepohybují se přímočaře. To vyžaduje odlišný přístup. Pokud jde o stručné souhrnné zpracování transportu elektronů a záření gama i jejich modelování metodou Monte Carlo, lze bez výhrad doporučit již zmiňovanou publikaci⁸, označovanou hovorově „Orange Bible“.

Nenabitě částice

Na podkladě teoretických úvah experimentálně ověřených bylo zjištěno, že zeslabení svazku nenabitých částic po průchodu tenkým terčíkem lze vyjádřit vztahem

$$dN = - N_d \cdot \Sigma_t dx$$

kde N_d je počet dopadajících částic a Σ_t je celkový makroskopický účinný průřez. Z tohoto vztahu přímo plyne tvar distribuční funkce $F(s)$ vzdálenosti s mezi dvěma interakcemi:

$$F(s) = 1 - e^{-\Sigma_t s}$$

Bezprostředně lze psát (ζ je náhodné číslo z intervalu (0,1)):

$$s = \ln(1 / \zeta) / \Sigma_t$$

Celkový makroskopický účinný průřez je součet makroskopických účinných průřezů vztažených na jednotlivé interakce, lze tedy psát $\Sigma_t = \Sigma_e + \Sigma_i + \Sigma_a$. Index e se vztahuje na pružný rozptyl, index i na nepružný rozptyl a index a na záchyt. Mezi makroskopickým účinným průřezem Σ_k a mikroskopickým účinným průřezem σ_k (k označuje typ interakce) je velmi jednoduchý vztah:

$$\Sigma_k = N\sigma_k$$

N je počet atomů v jednotce objemu. Velmi jednoduché modelování dostáváme, pokud předpokládáme izotropní rozptyl, tj. $d\sigma_e/d\Omega$ je rovno konstantě. Pro generování úhlů rozptylu

platí pro azimutální úhel $\varphi = 2\pi\eta$ a místo polárního úhlu θ je výhodnější generovat $\cos\theta$ podle vztahu $\cos\theta = 1 - 2\zeta$, kde η a ζ jsou náhodná čísla z intervalu (0,1).

Pokud by předpoklad izotropního rozptylu byl příliš nepřesnou aproximací, je nutné použít inverzní funkci distribuční funkce. V celém dalším textu se předpokládá nezávislost na azimutálním úhlu a homogenní prostředí.

Nabité částice

Zatímco v případě nenabitých částic lze pro modelování mezi dvěma interakcemi použít exponenciální rozdělení, nabitá částice ztrácí energii kvazispojitě především ionizací, excitací a emisí brzdného záření, čímž se nepohybuje přímočaře. V zásadě lze postupovat podobně jako v případě nepřímo ionizujícího záření. Takový postup by však vyžadoval neúnosně vysoký počet segmentů. Proto byla vypracována řada teorií s názvem Teorie mnohonásobného rozptylu, které jsou zaměřené na výpočet ztráty energie a změny směru pohybu elektronu po průchodu nabitě částice tenké vrstvy materiálu o šířce s , odpovídající veličiny mají samozřejmě stochastický charakter. Těmito teoriemi se zabývá kap. 1.3, zde bude uveden základní princip pro výpočet změny směru nabitě částice (tento princip byl použit v Goudsmit - Saundersonově práci). Mějme tedy tenkou desku šířky s , na kterou kolmo dopadá svazek monoenergetických elektronů. Zajímá nás pravděpodobnost rozptylu elektronů do úhlů popsaných jednotkovým vektorem Ω .

Hned na úvod je třeba zdůraznit, že zásadní význam má splnění požadavku nezávislosti pružného rozptylu na azimutálním úhlu. Pak lze využít adiční teorém sférických harmonických funkcí následujícím způsobem:

Během prvního rozptylu je elektron rozptýlen do směrového úhlu Ω_1 a následujícím rozptylem do úhlu Ω_2 . Úhel mezi těmito jednotkovými vektory označme θ . Pak platí:

$$P_k(\cos\theta) = P_k(\cos\theta_1) \cdot P_k(\cos\theta_2) + \sum_m P_k^m(\cos\theta_1) \cdot P_k^m(\cos\theta_2) \cdot \sin(m(\varphi_2 - \varphi_1))$$

Platnost tohoto vztahu lze rozšířit pro libovolné n . Vynásobením pravděpodobnostními funkcemi rozptylu do úhlů Ω a integrací dostaneme pro střední hodnoty Legendreových funkcí vztah:

$$P_k(\cos\theta)_{AV} = P_k(\cos\theta_1)_{AV}^n$$

Index $_{AV}$ označuje střední hodnotu. Pravděpodobnostní funkci $f_1(\theta)$ pro první rozptyl do polárního úhlu θ vyjádříme Legendreovými polynomy:

$$f_1(\theta) = \sum_1^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \cdot F_k \cdot P_k(\cos \theta)$$

Pravděpodobnostní funkci $f_1(\theta)$ lze ovšem vyjádřit ve tvaru $d\sigma_e/d\Omega / 2\pi\sigma_e$. Fourierovou transformací dostaneme vyjádření pro F_k :

$$F_k = P_k(\cos \theta)_{AV}$$

Při průletu elektronu dochází k rozptylům, pravděpodobnost, že dojde k n rozptylům na dráze s označme W_n . Pro tenkou vrstvu se nabízí použití Poissonova rozdělení s parametrem $s\lambda$, platí $\lambda = N\sigma_e$, lze přepsat do tvaru $s_0 = 1 / \lambda$, s_0 je střední volná dráha.

$$W_n = (s / s_0)^n / n! \cdot e^{-s / s_0}$$

Pravděpodobnostní funkci po n rozptylech lze rozložit opět pomocí Legendreových funkcí:

$$f_n(\theta) = \sum_1^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \cdot G'_k \cdot P_k(\cos \theta)$$

Aplikací adičního teorému harmonických sférických funkcí lze psát

$$G'_k = F_k^n.$$

Výslednou pravděpodobnostní funkci $f(\theta,s)$ tedy získáme vynásobením

$$W_n(s) \cdot f_n(\theta)$$

a sečtením přes všechna n . Nyní je zřejmé, že je nutné vypočítat F_k a vyšetřit konvergenci řady, což není nijak jednoduchá úloha. Zabývá se jí kap. 1.3, která shrnuje výsledky teorie mnohonásobného rozptylu.

3.2 Interakce a účinné průřezy záření gama a elektronů

3.2.1 Interakce a účinné průřezy záření gama

V pásmu energií záření gama od 50 keV do 2 MeV, které je podstatné pro cíl této práce, jsou důležité tři interakce fotonů: Fotoelektrický jev, Comptonův rozptyl a tvorba párů. Tyto interakce s uvedením základních vztahů jsou součástí většiny učebnic dozimetrie.

Comptonův rozptyl

Comptonův rozptyl má pro tuto práci zásadní význam. Jedná se o interakci rozptylu fotonu na elektronu, při kterém foton předává část své energie a mění směr pohybu.

Diferenciální účinný průřez odvodili Klein a Nishina¹⁸. Když $K = E'_\gamma / E_\gamma$ charakterizuje poměr energií rozptýleného a dopadajícího fotonu, pak platí:

$$K = (1 + (E_\gamma / m_e c^2) \cdot (1 - \cos\theta))^{-1}$$

kde θ je úhel rozptylu fotonu. Pak lze psát:

$$d\sigma_c / d\Omega = r_e^2 \cdot K^2 \cdot (K + 1 / K - \sin^2\theta) / 2$$

r_e je klasický poloměr elektronu. Energie uvolněného elektronu E_{od} je dána vztahem

$$E_{od} = E_\gamma \cdot (1 - K)$$

Úhel výletu elektronu φ je dán vztahem¹⁹

$$\varphi = \arctg [(1 + (E_\gamma / m_e c^2) \cdot \cotg(\theta/2)]$$

kde φ je úhel mezi směrem pohybu dopadajícího fotonu a uvolněného elektronu, $m_e c^2$ je klidová hmotnost elektronu vyjádřená v jednotkách energie. Tento rozptyl se zároveň nazývá nekoherentní rozptyl, protože je při něm předána energie. V oblasti nižších energií (u křemíku kolem 50 keV) se začíná uplatňovat tzv. koherentní rozptyl při kterém nedochází ke ztrátě energie fotonu.

Fotoelektrický jev (fotoefekt)

Při fotoefektu předává foton celou energii některému z vázaných elektronů atomu, energie uvolněného elektronu je tedy rovna energii kvanta fotonu zmenšené o vazebnou energii elektronu, energie fotonu tedy musí přesahovat vazebnou energii elektronu. Účinný průřez pro fotoefekt má skokový průběh v oblasti tzv. absorpčních hran, které jsou charakteristické pro vazebnou energii elektronů. Proces probíhá nejpravděpodobněji v nejbližším okolí jádra atomu, tedy na slupce K (80%) a ostatek prakticky na slupce L, Teorie fotoefektu je značně složitá, lze se s ní seznámit např. v publikaci²⁰. V učebnici¹⁹ jsou uvedeny vztahy pro výpočet celkového účinného průřezu platné pro oblast energií výrazně převyšující vazební energii elektronu na slupce K.

Pro praktickou dozimetrii je nejvhodnější požit tabelované hodnoty celkového účinného průřezu a aproximovat je. Hodnoty v absorpční hraně a bezprostředně nad ní lze aproximovat exponenciálou. Když se podíváme a grafické znázornění diferenciálních účinných průřezů¹⁹ úhlové závislosti směru uvolněných elektronů v rozsahu energií 20 keV až 1,5 MeV, vidíme tvary podobné elipse, aproximací elipsou lze diferenciální účinný průřez snadno získat.

Tvorba párů

Tvorba párů je jev který vzniká v důsledku interakce s elektrickým polem atomu a pravděpodobnost tohoto jevu tedy klesá se vzdáleností od atomového jádra a roste

s atomovým číslem. Foton zaniká a vzniká elektron - pozitronový pár. Pro křemík, je poměr účinných průřezů nekoherentního rozptylu a tvorby páru pro energii fotonů 2 MeV roven 58,23 a tedy je možné tvorbu párů zanedbat²¹.

3.2.2 Interakce a účinné průřezy elektronů

Diferenciální účinný průřez pro rozptyl nabitých částic na atomu lze psát ve tvaru⁸

$$d\sigma(\theta)/d\Omega = K_{scr} \cdot K_{rel} \cdot d\sigma_R(\theta)/d\Omega$$

kde $\sigma_R(\theta)$ je celkový účinný průřez pro Rutherfordův rozptyl na atomovém jádře, K_{scr} je kvantově mechanická korekce $\sigma_R(\theta)$ a K_{rel} je relativistická kvantově mechanická korekce pro rozptyl na atomu.

Rutherfordův rozptyl:

Odvození vztahu pro rozptyl nabitě částice na atomovém jádře je považováno za začátek vzniku jaderné fyziky. Původní jednoduché odvození, které Rutherford použil, je uvedeno v monografii¹⁹

$$d\sigma_R(\theta)/d\Omega = Z^2 \cdot z^2 / \{16 \cdot (197/137E)\text{cosec}^4(\theta/2)\} [\text{fm}^2 \cdot \text{sr}^{-1}]$$

kde E je energie dopadající částice v MeV, z je náboj částice. Je zřejmé, že v této formě je odvozený vztah nepoužitelný, neboť obsahuje singularitu pro $\theta = 0^\circ$. Lze se lehce přesvědčit, že integrál počítající celkový účinný průřez je divergentní. Fyzikálně je předpoklad coulombického potenciálu nereálný, neboť v okolí atomového jádra působí stínící efekt způsobený polarizací vakua.

Jedním z možností zbavit se singularity je „odříznutí“ několika stupňů a předpokládat konstantní potenciál pro hodnotu nižší, než je hodnota srážkového parametru. Tato možnost byla v raných pracích použita, neodpovídala však reálné situaci.

Modely atomu používané k výpočtu korekce K_{scr}

Do současné doby se používají dva modely atomu k výpočtu K_{scr} , první vychází z použití Yukavova potenciálu a druhý z Thomas - Fermiho modelu.

Ve třicátých letech navrhl japonský fyzik Yukava²² centrálně symetrický potenciál ve tvaru $e^{(-ar)}/R$, (R a a jsou konstanty), který našel uplatnění v jaderné i atomové fyzice.

Když v základní relativistické rovnici $E^2 = P^2c^2 + m^2c^4$ dosadíme za E a P odpovídající operátory $ih\partial_t$ a $-ih\nabla$, dostaneme Klein - Gordonovu rovnici pro bezspinové částice, která pro

bosony s nulovou hmotností odpovídá elektrostatickému potenciálu a pro bosony s nenulovou hmotností m odpovídá výše uvedenému potenciálu.

$$a = 1 / \alpha = h / 2\pi mc.$$

Stacionární teorie pružného rozptylu na yukavovském potenciálu s řešením v 1. Bornově aproximaci patří do základního kurzu kvantové mechaniky. Velmi přesný a matematicky podrobný výklad podává např. Capriho učebnice²³.

Je zajímavé, že diferenciální účinný průřez pro rozptyl na yukavovském potenciálu řešený použitím Schroedingerovy rovnice má formálně shodný tvar s Rutherfordovým „odříznutým“ diferenciálním účinným průřezem, který byl odvozen nástroji klasické fyziky.

V literatuře zabývající se transportem záření má diferenciální účinný průřez následující tvar:

$$d\sigma/d\Omega = (Ze^2)^2 / (p\beta c)^2 (2A + 1 - \cos\theta)^2$$

přičemž pro vyjádření A , který se nazývá parametr stínění, se používají buď Wentzelovy (A^W), nebo Moliérovovy (A^M) vztahy:

$$A^W = (h/p\pi)^2 / r_A^2$$

$$r_A = 0,885Z^{-1/3} \cdot r_B, \quad r_B \text{ je Bohrov poloměr}$$

Moliérov vztah byl odvozen použitím Thomas - Fermiho modelu atomu. V řadě fyzikálních aplikací má tento model zásadní význam. Podrobně se lze s touto teorií seznámit v publikaci²⁴. Potenciál má následující tvar⁸:

$$V(r) = \sum_1^3 Ze^2 / r a_n e^{-r \cdot b_n / r_A}$$

$$a_1 = 0,1; a_2 = 0,55; a_3 = 0,35; b_1 = 6; b_2 = 1,2; b_3 = 0,3.$$

Pro A^M platí:

$$A^M = A^W \{1,13 + 3,76(Ze^2/h.v)^2\}$$

Korekce K_{rel} důsledkem Mottova rozptylu:

Nyní se podívejme korekci K_{rel} , který vyřešil R.L.Mott a je tedy obvykle v literatuře značený R^{Mott} . V roce 1965 vydalo nakladatelství Oxford University Press vynikající monografii autorů Motta a Masseyho²⁵, která shrnuje tehdejší znalosti teorie rozptylu s odpovídajícím matematickým výkladem a obsahuje odvození R^{Mott} . Zde je uveden výsledný vztah:

$$R^{Mott} = 2(1 - \cos\theta)/(r + 1)^2 \cdot |F|^2 + |G|^2 \cdot (\alpha z Z)^2 \cdot 2p^2(1 - \cos\theta)^2 / (\tau + 1)^2(1 + \cos\theta)$$

(F a G jsou komplexní funkce) Pro praktické použití lze doporučit publikaci, která obsahuje použitelné výsledky, tj. analytické vyjádření funkcí F a G, grafické znázornění pro a tabelované vypočítané hodnoty pro různé všechny Z v celém energetickém rozsahu. Takovou publikací je např.²⁶, ve které jsou zahrnuté i některé další korekce objevené v průběhu pokračujícího rozvoje teorie.

Pro praktické výpočty je používán vztah

$$R^{\text{Mott}} = \sum_{j=1}^4 a_j(Z, \beta) \cdot (1 - \cos\theta)^{j/2}$$

$$a_j(Z, \beta) = \sum_{k=1}^6 b_{kj} \cdot (\beta - \beta_s)^{k-1}$$

kde $\beta_s c = 0,7181287c$, c je rychlost světla. Vztah platí pro $1 \leq Z \leq 90$ a pro energie 1keV až 900 MeV. Konstanty b_{kj} lze opět nalézt v²⁶.

Møllerův rozptyl:

Poslední důležitou interakcí je Møllerův elektron-elektronový rozptyl, který má klíčový význam v mnoha aplikacích kvantové elektrodynamiky, v případě dozimetrie v teorii fluktuace střední hodnoty ztrát energie a tvorbě sekundárních elektronů v modelování transportu elektronů. Odvození lze nalézt v učebnicích kvantové elektrodynamiky, lze doporučit původní Møllerovu publikaci²⁷. V soustavě geometrizovaných jednotek můžeme psát diferenciální účinný průřez ve tvaru

$$d\sigma_M/d\Omega = \alpha^2 \{ 4(m^2 + 2p^2) + (4p^4 - 3(m^2 + 2p^2)^2)\sin^2\theta + p^4\sin^4\theta \} / E_{CM}^2 p^4 \sin^4\theta$$

Přičemž $E^2 = m^2 + p^2$, $E_{CM} = 2E$.

Lineární a hmotnostní brzdňá schopnost:

Zásadní význam v dozimetrii má lineární brzdňá schopnost $S_l = dE / dx$, tj. střední ztráta energie na jednotku dráhy ionizací a excitací při průchodu nabitě částice látkou. První model publikoval Bohr již v roce 1916 a dále byl rozpracován řadou fyziků, podrobné klasické a semiklasické odvození lze najít v monografii Jacksona Classical Electrodynamics²⁸. Kvantově mechanické a relativistické korekce zavedli Bethe a Bloch. Vztah byl postupně dále upravován s přihlédnutím k Møllerovu rozptylu a také se zavedením korekce na ztrátu energie brzdňým zářením. Dnes je prezentován ve formě hmotnostní brzdňá schopnosti $S_m = S_l / \rho$, ρ je hustota hmoty. V tabelární prezentaci se lze setkat s definicí

$$S_m = S_{m,Col} + S_{m,Rad}$$

Někdy se lze setkat v publikacích pouze s označením S / ρ místo S_m . Následující vztahy jsou převzaty z práce²⁹

$$S_{m,col} = K \cdot \{ \ln [\tau^2(\tau+2) / 2(Im_0c^2)^2] + F(\tau)/2 - \delta(\beta\gamma) - 2C/Z \}$$

$$F(\tau) = 1 - \beta^2 + [\tau^2/8 - (2\tau + 1)\ln 2] / (\tau + 1)^2$$

Kde

$$K = 2Cm_0c^2 / \beta^2 = 0,1535Z / A\beta^2 \text{ [MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}\text{]}$$

$$C = \pi(N_A Z/A) (e^2/m_0c^2)^2$$

τ je energie elektronu vyjádřená v jednotkách jeho klidové energie, I je střední ionizační potenciál v eV. C/Z zahrnuje korekci po vynechání elektronů na K slupce, $\delta(\beta\gamma)$ je korekce na polarizaci prostředí, v anglicky psané literatuře „density effect“. Příslušné vztahy jsou obsáhlejší a proto lze odkázat na uvedenou publikaci. Totéž platí pro $S_{m,Rad}$, které se ve výpočtech v této práci neprojevuje, proto není uvedeno.

Konkrétní tabelované hodnoty v závislosti na energii elektronu a atomovém čísle Z látky jsou volně dostupné přímo na internetu³⁰.

3.3 Teorie mnohonásobného rozptylu

Tato kapitola se zabývá prostorovým rozložením svazku mononergetických elektronů po průchodu vrstvou materiálu dané šířky, na níž kolmo dopadají (multiple scattering theory). Řešení této úlohy má dlouhou historii začínající již v 1. polovině 20. století, počáteční práce jsou spojeny zejména se jmény Williamse a Wentzela³¹. V současné době se používají především Goudsmit - Saundersonova a Moliérova teorie, druhou jmenovanou teorií lze považovat za aproximaci té první.

Jsou dva způsoby, jak tyto teorie vykládat: Prvním, stále častěji používaným, je výklad plynoucí přímo z řešení transportní rovnice elektronů. Tento výklad je velmi obecný a matematicky náročný. Druhý výklad vychází z původních prací autorů, kteří dospěli jinou cestou ke stejným závěrům a klade větší důraz na fyzikální rozbor.

Cílem této práce není výklad teorie řešení transportní rovnice elektronů, ale je vhodné alespoň velmi stručně nastínit (pokud je to vůbec možné) souvislost mezi obecným řešením transportní rovnice a postupy uvedenými v originálních publikacích. To se vztahuje zejména k teorii Goudsmit - Saundersona, protože využívá vlastnosti sférických funkcí, které mají zásadní význam v celé teorii transportu záření.

Na tomto místě je vhodné poukázat na tři publikace: Přehled o řešení transportní rovnice elektronů podává³², je zde poměrně povrchní odvození dále uvedených teorií. Jejich detailní odvození z již upraveného tvaru transportní rovnice je v publikacích^{33,34}.

Struktura transportní rovnice elektronů je shodná se strukturou transportní rovnice neutronů a používá analogické veličiny i proměnné, tj pravděpodobnostní funkci f s proměnnými energie E , jednotkovým úhlem Ω a souřadnicemi r . Vzhledem k odlišnosti interakcí v porovnání s neutrony má zásadní význam transformace proměnných: Za určitých podmínek je proměnná energie E nahrazena délkou dráhy, kterou elektron prošel od nastavených počátečních podmínek. Takto transformovaná rovnice řešená pro nekonečné prostředí pak vyústí do tvaru vhodného k vyřešení výše uvedených úloh:

$$\partial f / \partial s + \Omega \nabla f = N \int [f(\Omega, s) - f(\Omega', s)] d\sigma / d\Omega \cdot d\Omega'$$

Lewis³¹ našel obecné řešení využitím sférických funkcí ve tvaru, ke kterému dospěli jinou cestou Goudsmit a Saunderson, vraťme se tedy k jejich řešení.

3.3.1 Goudsmit - Saundersonova a Moliérova teorie

Především z důvodu usnadnění výpočtů definujme G_1 a vyjádříme

$$G_1 = \sum_n W_n G'_1 = e^{-\lambda s Q_1}$$

$$Q_1 = 1 - G_1$$

Nyní lze psát funkci $f(\theta, s)$ ve tvaru

$$f(\theta, s) = \sum_1^{\infty} \frac{2k+1}{4\pi} \cdot e^{(s/\lambda_k)} \cdot P_k(\cos\theta)$$

kde λ_k je tzv. k-tý transportní koeficient a platí

$$\lambda_k^{-1} = Q_k / \lambda$$

V Goudsmit - Saundersonově publikaci^{35,36} následují obsáhlé výpočty F_n použitím Wenzelova potenciálu, po zveřejnění Moliérové práce začal být používán Thoma - Fermiho potenciál. Po dalších matematických úpravách a aproximacích dospěl k dvojparametrickému vyjádření G_k :

$$G_k = e^{[-2\mu k(k+1)(\ln\xi - 1/2 - \dots - 1/k)]}$$

Tento vztah obsahuje dva parametry μ a ξ . První parametr je úměrný šířce folie a po dalších výpočtech je vyjádřen v přímo použitelném tvaru vztahem

$$\mu = 0,151(\rho Z^2/A)\tau^2 / (1 - \tau^2)$$

Druhý parametr charakterizuje korekci

$$\xi = 150Z^{1/3}(\tau^2 - 1)^{1/2}$$

ρ je hustota v $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$, Z je atomové číslo, A atomová hmotnost a τ energie elektronu vyjádřená v jednotkách jeho klidové hmotnosti. Z daných vztahů vidíme, že vyjádření pro G_k je poměrně snadné a tak lze průběh funkce $f(\theta, s)$ počítat přímo v Excelu. Je ovšem nutné zdůraznit, že vztahy platí pouze pro tenké folie, neboť celá teorie stojí na pružném rozptylu a tedy nepočítá se ztrátami energie elektronu. Podrobnosti lze najít v původní práci, právě tak lze najít v navazujících pracích další rozvoj teorie. To je ovšem mimo rozsah této práce.

Na práci Goudsmita a Saundersona navázal Molière a vytvořil jednoparametrickou teorii tím, že pro malé hodnoty úhlů aproximoval Legendreovy polynomy použitím Besselovy funkce vztahem

$$P_k(\cos\theta) \approx (\theta/\sin\theta)^{1/2} J_0[(k+1/2)\theta]$$

Vyšel z bezspinové relativistické kvantové rovnice, kterou aplikoval na Thomas - Fermiho potenciál. Matematicky je teorie poměrně obtížná a obsáhlá, celý postup lze najít v původní Moliérově publikaci^{37,38}. Pro výpočty uvedené v této práci byla tato teorie použita, proto zde jsou stručně uvedeny její závěry ve formě umožňující přímou aplikaci. Následující postup je převzatý z práce³⁹.

Teorie není použitelná pro větší úhly rozptylu přibližně přes 20° a pro energie pod 10 keV. Byla podrobena obsáhlé kritice a upřesnění obsažených v řadě publikací (viz kap. 1).

Postup je následující:

Na vrstvu šířky s dopadá kolmo svazek elektronů, pravděpodobnost rozptylu do úhlu $(\Theta, \Theta + d\Theta)$ po průchodu je dána vztahem

$$\Theta d\Theta = \theta d\theta \cdot \{ f^{(0)}(\theta) + f^{(1)}(\theta) / B + f^{(2)}(\theta) / B^2 + \dots \}$$

kde θ je tzv. redukovaný úhel, přičemž platí:

$$\Theta = \theta \cdot \chi_c \cdot B^{1/2}$$

B je počítáno podle vztahu:

$$B - \ln B = b$$

Pro hodnotu b platí:

$$b = \ln (\chi_c / \chi_a)^2 + 1 - 2C$$

C je Eulerova konstanta 0,5772, χ_a je korekce úhlu stínění χ_0 na Thomas - Fermiho potenciál, χ_c koriguje pravděpodobnostní funkci rozptylu v závislosti na šířce s. Platí:

$$\chi_0 = \lambda / (1,77\pi a_0 Z^{-1/2})$$

λ je de Broglieho vlna elektronu, a_0 je Bohrovův poloměr a Z je atomové číslo.

$$\chi_a^2 = \chi_0^2 \{1,13 + 3,76(Ze^2/h.v)^2\}$$

h je Planckova konstanta a v je rychlost elektronu

$$\chi_c^2 = 4\pi N s e^4 Z(Z+1) / (pv)^2$$

kde N počet atomů v jednotce objemu, s je šířka vrstvy, p je moment hybnosti a v je rychlost elektronu. Je vhodné použít vztahy

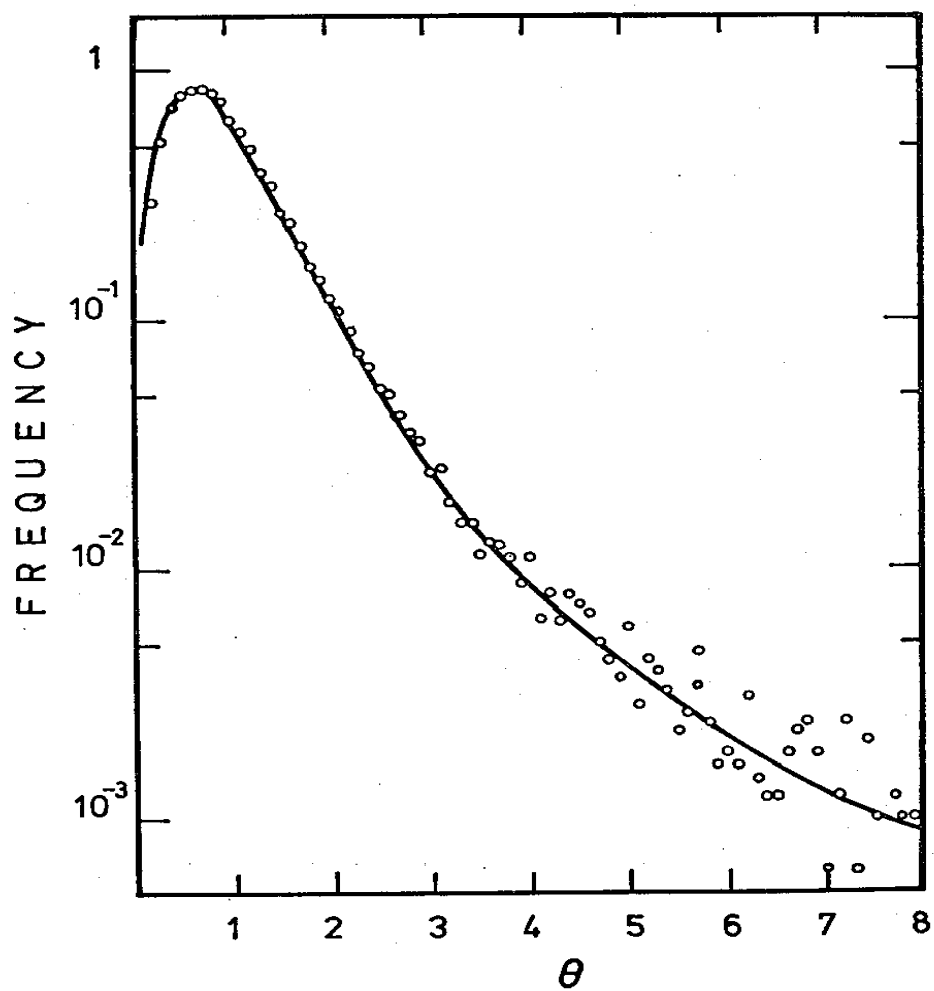
$$p = (E^2 - E_0^2)^{1/2} / c$$

$$v = c(E^2 - E_0^2)^{1/2} / E$$

kde E_0 je klidová energie elektronu 511 keV a c je rychlost světla.

Je vhodné mít kvantitativní představu, jak vypadá vliv mnohonásobného rozptylu v praxi. Tak např. pro $B = 5$ a energii 500 keV dostáváme $s = 24,08 \mu\text{m}$, $\chi_c = 0,0809$, $B^{1/2} = 2,24$. Z těchto hodnot vidíme, že rozptyl je naprosto zanedbatelný. Se zvyšující se hodnotou B (v publikacích se autor setkal s maximální hodnotou $B = 8$), však hodnoty χ_c i t rychle narůstají a tak pro $B = 8$ dostáváme $\chi_c = 0,286$ a $s = 302 \mu\text{m}$. Nicméně z těchto výsledků vidíme, že i na těchto vzdálenostech je rozptyl zanedbatelný. Když ale vezmeme energii 50 keV, dostáváme $\chi_c = 0,511$ a $s = 5,5 \mu\text{m}$ pro $B = 5$ a pro $B = 8$ dostaneme $\chi_c = 1,81$ a $s = 69 \mu\text{m}$ tak byla pozornost zaměřena na variabilitu doletu elektronů. Tvar spektra odražených elektronů pro $B = 5$ a hodnoty distribuční funkce jsou na obr. 3 a v tabulce 1 (převzato z³⁹).

Obrázek 3: Spektrum odražených elektronů



θ	$F^{(0)}\theta$	$F^{(1)}\theta$	$F^{(2)}\theta$
0.0	0.0	0.0	0.0
0.2	0.0392106	0.0154745	0.0455467
0.4	0.1478562	0.0464374	0.1373463
0.6	0.3023236	0.0580940	0.1838614
0.8	0.4727075	0.0218099	0.1321979
1.0	0.6321205	-0.650543	0.0126277
1.2	0.7630722	-0.1782689	-0.0936320
1.4	0.8591415	-0.2824504	-0.1234883
1.6	0.9226952	-0.3500982	-0.0733350
1.8	0.9608361	-0.3718558	0.0128890
2.0	0.9816844	-0.3549602	-0.0844011
2.2	0.9920929	-0.3148239	0.1147103
2.4	0.9968489	-0.2665861	0.1062038
2.6	0.9988408	-0.2205301	0.0765804
2.8	0.9996063	-0.1814935	0.0435778
3.0	0.9998766	-0.1504422	0.0173933
3.2	0.9999643	-0.1264022	0.0006926
3.4	0.9999905	-0.1078331	-0.0080980
3.6	0.9999976	-0.0933110	-0.0117323
3.8	0.9999995	-0.0817399	-0.0125431
4.0	0.9999999	-0.0723401	-0.0120307
4.2	1.0000000	-0.0645705	-0.0110082
4.4	1.0000000	-0.0580535	-0.0098628
4.6	1.0000000	-0.0525197	-0.0087585
4.8	1.0000000	-0.0477718	-0.0077546
5.0	1.0000000	-0.0436619	-0.0068653
5.2	1.0000000	-0.0400768	-0.0060865
5.4	1.0000000	-0.0369281	-0.0054076
5.6	1.0000000	-0.0341457	-0.0048167
5.8	1.0000000	-0.0316736	-0.0043019
6.0	1.0000000	-0.0294663	-0.0038528
6.2	1.0000000	-0.0274864	-0.0034602
6.4	1.0000000	-0.0257032	-0.0031160
6.6	1.0000000	-0.0240910	-0.0028134
6.8	1.0000000	-0.0226283	-0.0025468
7.0	1.0000000	-0.0212968	-0.0023110
7.2	1.0000000	-0.0200811	-0.0021021
7.4	1.0000000	-0.0189680	-0.0019165
7.6	1.0000000	-0.0179460	-0.0017510
7.8	1.0000000	-0.0170054	-0.0016032
8.0	1.0000000	-0.0161377	-0.0014708
8.2	1.0000000	-0.0153355	-0.0013515
8.4	1.0000000	-0.0145922	-0.0012450
8.6	1.0000000	-0.0139021	-0.0011485
8.8	1.0000000	-0.0132604	-0.0010613
9.0	1.0000000	-0.0126624	-0.0009823
9.2	1.0000000	-0.0121043	-0.0009107
9.4	1.0000000	-0.0115826	-0.0008455
9.6	1.0000000	-0.0110942	-0.0007861
9.8	1.0000000	-0.0106362	-0.0007320
10.0	1.0000000	-0.0102063	-0.0006824

Tabulka 1: Hodnoty distribuční funkce

3.3.2 Fluktuační ztrát energie elektronu při průchodu materiálem

Základní analýzu fluktuační ztrát energie po průchodu tenkou vrstvou materiálu vypracoval a publikoval Landau⁴⁰, detailní odvození přímo z transportní rovnice lze nalézt např. v publikaci⁴¹, z níž jsou převzaty vztahy nezbytné pro přímé použití teorie.

Landau zavedl rozdělovací funkci $f(x, \Delta E)$, x je šířka vrstvy a $\Delta E = E_0 - E$, E_0 je počáteční energie a E energie po průchodu materiálem. Rozdělovací funkce je definovaná vztahem

$$f(x, \Delta E) = \varphi(\lambda) / \xi$$

kde $\varphi(\lambda)$ je tzv. Landauova funkce a pro proměnné λ a ξ platí následující vztahy:

$$\lambda = 1 / \xi \{ \Delta E - \xi [\ln 2 \xi m_e \beta^2 / (1 - \beta^2) I^2 - \beta^2 + 1 - C] \}$$

$$\xi = 2\pi m_e N_{Ar} e^2 Z_X / A \beta^2$$

Pro křemík platí⁴²

$$\xi / x = 0.0178 / \beta^2 \text{ [keV / } \mu\text{m]}$$

Funkce $\varphi(\lambda)$ je vyjádřena v integrální formě, její aproximaci publikoval Tabata⁴³, která je uvedena i ve výše uvedené publikaci.

Výše uvedených vztahů lze již použít k přímému výpočtu.

Blunck a Leisegang⁴⁴ zdokonalili Landauovu teorii o rezonanční rozptyl na vázaných elektronech, což se projevilo na analytickém vyjádření funkce $\varphi(\lambda)$. Její zdokonalenou aproximaci lze opět nalézt v uvedené publikaci Tabaty.

Landauova teorie je použitelná za předpokladu zanedbatelné ztráty energie po průchodu elektronu daným materiálem vzhledem k počáteční energii, lze ji tedy použít pro tenké vrstvy. Omezení bude uvedeno dále v textu. Lze ji však použít v modelování transportu elektronů. Je zřejmé, že pravděpodobnostní funkci lze získat již v Excelu, což má pro praktické řešitele značný význam.

Další rozvoj teorie je spojen především s pracemi P. V. Vavilova⁴⁵. Vavilov zavedl parametr χ vztahem

$$\chi = \xi / E_{\max}$$

E_{\max} je maximální energie, kterou může elektron předat při rozptylu na elektronu, vzhledem k záměnnosti elektronů se předpokládá hodnota $E_{\max} / 2$.

Vavilova teorie poskytuje srovnatelné výsledky s Landauovou pro $\chi \leq 0,01$, tj. tenké vrstvy. V závislosti na hodnotě χ se uplatňují odlišné výpočetní postupy, pro křemík je do energií řádu MeV zcela vyhovující postup pro hodnoty $\chi \leq 1$. Příslušné vztahy jsou složité a opět lze odkázat na publikaci³⁸. I v tomto případě je postačující k výpočtu Excell, je ovšem nutný numerický výpočet daného integrálu. Pro danou počáteční energii elektronů lze snadno vypočítat maximální šířku D křemíkové vrstvy, pro vybrané energie uvádí hodnoty tabulka 2

E (keV)	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1500
D (μm)	23,9	84,4	271,6	508,1	770	1045	1328	1616	1905	2196	2487	3941

Tabulka 2: Závislost mezi energií a šířkou křemíkové vrstvy D

Teorie zahrnuje libovolnou šířku, teoretické závěry a výpočetní postupy jsou odlišné v závislosti na hodnotě χ , a lze je rozdělit do následujících pěti pásem

$$\chi \leq 0,01 \leq \chi \leq 0,05 \leq \chi \leq 1 \leq \chi \leq 10 \text{ a } \chi \geq 10.$$

V posledním případě přechází do Gaussova rozdělení.

Veškeré výpočetní postupy lze najít v práci⁴², modelování v křemíkových detektorech většinou vyhovuje podmínce $\chi \leq 0,05$.

3.3.3 Fluktuační doletu elektronů

Počáteční práce jsou spojeny se jmény Makhov⁴⁶ a Rao⁴⁷, obsáhlou práci v dané oblasti vypracoval Tabata⁴⁸. Analyzoval výsledky v transportu elektronů a navrhl aproximace fluktuační doletu, které jsou v této práci použity.

Fluktuační doletu elektronů při průletu materiálem definoval funkcí η_T jako poměr počtu elektronů s dosahem v hloubce x a vstupujících elektronů, lze ji tedy považovat za distribuční funkci. Má následující tvar:

$$\eta_T(x) = [1 + \exp(-s_0)] / \{ 1 + \exp [(s_0 + 2)(x / R_{ex}) - s_0] \}$$

kde s_0 odpovídá přibližně střednímu doletu a R_{ex} je extrapolovaný dolet. Funkci lze vypočítat takto (τ_0 je počáteční energie vyjádřená v jednotkách klidové energie elektronu, A a Z jsou nukleonové číslo, atomové číslo a c_1 je v jednotce g.cm^{-2} , konstanty jsou uvedeny tabulce 3.

$$s_0 = a_1 e [-a_2 / (1 + a_3 \tau_0^{a_4})]$$

$$R_{ex} (\text{g/cm}^2) = c_1 [\ln(1+c_2 \tau_0) / c_2 - c_3 \tau_0 / (1 + c_4 \tau_0^{c_5})]$$

Konstanty b	Hodnoty konstant b	Konstanty a	Hodnoty konstant a	Konstanty c	Hodnoty konstant c
b₁	10,63±0,86	a₁	b ₁ /Zb ₂	c₁	0,2335.A/Z ^{1,209}
b₂	0,232±0,027	a₂	b ₃ .Zb ₄	c₂	0,000178.Z
b₃	0,22±0,041	a₃	a ₃ = b ₅	c₃	0,9891-0,000301.Z
b₄	0,463±0,046	a₄	a ₄ = b ₆	c₄	1,468 - 0,018.Z
b₅	0,042±0,018			c₅	1,232/Z ^{0,109}
b₆	1,86±0,29				

Tabulka 3: Hodnoty konstant Tabatových aproximací

Tyto vztahy byly použity k řešení následující základní úlohy: Foton o energii E_0 dopadá kolmo na křemíkovou vrstvu šířky s a uvolní Comptonovým rozptylem elektron s energií E pod úhlem θ . Zajímá nás pravděpodobnost průletu elektronu touto vrstvou s energií přesahující 50 keV. Výpočet lze provést přímou aplikací výše uvedených vztahů s tím, že dráhu elektronu upravíme o střední hodnotu doletu elektronů o energii 50 keV. Podrobněji se touto úlohou zabývá kapitola 7. V tabulce 4 jsou uvedeny pro porovnání hodnoty R_{ex} podle Tabatovy teorie a hodnoty R vypočítané použitím lineární brzdné schopnosti.

E(MeV)	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,2
R_{ex}(μm)	0,268	0,71	1,45	2,56	4,09	19,8	98,3
R(μm)	1,48	4,89	9,87	16,3	25,4	78,1	242
E(MeV)	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,5
R_{ex}(μm)	235	414	619	841	1306	1782	2971
R(μm)	452	687	943	1207	1754	2312	3675

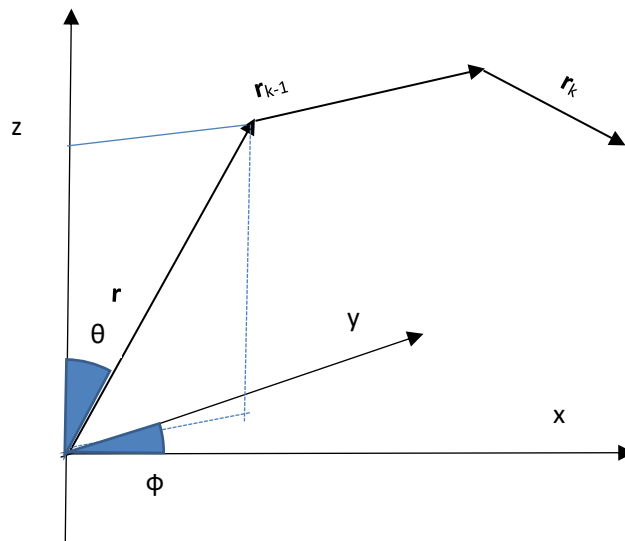
Tabulka 4: Hodnoty R_{ex} a R v závislosti na energii

4. Program Monte Carlo transportu elektronů použitím

Moliérový teorie

V této kapitole bude prezentován program Monte Carlo použitím Moliérový teorie k řešení následující úlohy: Mějme křemíkový válec o výšce H a poloměru R . Na horní podstavu válce dopadá kolmo foton

Obrázek 4: Znázornění modelu trajektorie elektronu



a interaguje při průletu křemíkovým válcem comptonovským rozptylem, uvolňuje elektron, který postupuje válcem a při výletu dnem válce má energii přesahující 50 keV. Cílem je spočítat poměr těchto elektronů a všech uvolněnými elektrony. Tento model bude použit při výpočtu energetické závislosti detektoru.

4.1 Transformace souřadnic

Pro modelování dráhy elektronu má klíčový význam transformace souřadnic. Mějme danou kartézskou soustavu souřadnic o ortonormální soustavě \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 a \mathbf{e}_3 :

$$\mathbf{e}_1 = (0,0,1) \quad \mathbf{e}_2 = (0,1,0) \quad \mathbf{e}_3 = (1,0,0)$$

S touto soustavou lze standartním způsobem spojit sférickou soustavu r , θ , φ . Pro vektor \mathbf{r} lze tedy psát

$$\mathbf{r} = r_{\text{ABS}} (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$$

viz obrázek. Vektor \mathbf{r} nechť udává pozici elektronu po $k - 2$ rozptylech, který se po $k - 1$ rozptylu pohybuje ve směru daném vektorem \mathbf{r}_{k-1} a urazí dráhu $r_{k-1,\text{ABS}}$:

$$\mathbf{r}_{k-1} = r_{k-1,ABS} (\sin\theta_{k-1}\cos\varphi_{k-1}, \sin\theta_{k-1}\sin\varphi_{k-1}, \cos\theta_{k-1})$$

Na konci této dráhy proběhne rozptyl do úhlů θ_{Gk} a φ_{Gk} , které jsou dány rovnicemi pro Molierův rozptyl. Tyto jsou ovšem vztažené k vektoru \mathbf{r}_{k-1} a vektor \mathbf{r}_k je nutné vyjádřit v kartézské soustavě s odpovídajícími úhly θ_{k-1} a φ_{k-1} . Za tím účelem spojíme vektor \mathbf{r}_{k-1} s ortnormální bází definovanou takto (vlastní řešení):

$$\mathbf{b}_{1,k-1} = (\sin\theta_{k-1}\cos\varphi_{k-1}, \sin\theta_{k-1}\sin\varphi_{k-1}, \cos\theta_{k-1})$$

$$\mathbf{b}_{2,k-1} = (\cos\theta_{k-1}\cos\varphi_{k-1}, \cos\theta_{k-1}\sin\varphi_{k-1}, -\sin\theta_{k-1})$$

$$\mathbf{b}_{3,k-1} = (-\sin\theta_{k-1}, \cos\varphi_{k-1}, 0)$$

Z daných vztahů vidíme, že vektor $\mathbf{b}_{1,k-1}$ je rovnoběžný s vektorem \mathbf{r}_{k-1} , vektor $\mathbf{b}_{2,k-1}$ dostaneme otočením vektoru $\mathbf{b}_{1,k-1}$ úhel $\theta_{k-1} = \pi/2$ v rovině a vektor $\varphi_{k-1} = \text{konst.}$ a úhel $\mathbf{b}_{3,k-1}$ otočením vektoru $\mathbf{b}_{2,k-1}$ do roviny $z = \text{konst.}$

Nyní již lze vyjádřit souřadnice vektoru \mathbf{r}_k v kartézské bází:

$$\mathbf{r}_k = r_{k,ABS} \sin\theta_{Gk}\cos\varphi_{Gk}\mathbf{b}_1 + \sin\theta_{Gk}\sin\varphi_{Gk}\mathbf{b}_2 + \cos\theta_{Gk}\mathbf{b}_3$$

K přepisu do tvaru

$$\mathbf{r}_k = r_{k,ABS} (\sin\theta_k\cos\varphi_k, \sin\theta_k\sin\varphi_k, \cos\theta_k)$$

postačí vypočítat úhly θ_k a φ_k pomocí následujících vztahů:

$$\theta_k = \arccos(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{r}_k / r_{k,ABS}) \quad \text{a} \quad \varphi_k = \arctg(r_{ky} / r_{kx})$$

4.2 Program v Basic Visual

Nyní se podívejme na princip modelování procesu.

Válec má parametry poloměr R a výšku h , jak uvidíme dále, tyto parametry jsou nastavitelné. V prvním kroku je nutné určit náhodné souřadnice \mathbf{s}_0 rozptylu fotonu. Je vhodné zavést cylindrické souřadnic (r, φ, z) Distribuční funkce pro plochu uvnitř kruhu je dána vztahem $F(r) = r^2/R^2$, r je poloměr a platí $r = R\xi_1^{-1/2}$, $\varphi = 2\pi\xi_2$. Bezprostředně lze tedy psát

$$x = R\xi_1^{-1/2} \cos 2\pi\xi_2 \quad y = R\xi_1^{-1/2} \sin 2\pi\xi_2 \quad z = h\xi_3$$

V druhém kroku je nutné vyjádřit energii a jednotkový vektor směru pohybu $\mathbf{\Omega}$ uvolněného elektronu. Obě veličiny jsou určeny úhlem rozptylu fotonu. Je tedy nutné vypočítat pro danou energii fotonu pravděpodobnostní funkci rozptylu podle Klein – Nishinova vztahu a odtud distribuční funkci F . Při výpočtu je nutné vynásobit diferenciální účinný průřez funkcí $\sin\psi$, neboť distribuční funkce musí být vztažená na $\mathbf{\Omega}$. Obojí lze snadno udělat numericky v sešitu

Excel. Při dostatečně jemném rozdělení intervalu $(0, \pi)$ úhlu ψ tedy odpovídající hodnotě $F(\psi_k)$ lze přiřadit úhel θ_k rozptylu a energii E_k elektronu. Náhodnému číslu ξ_4 z intervalu $(0, 1)$ tedy přiřadíme $F(\psi_k)$, když platí $F(\psi_k) \leq \xi_4 < F(\psi_{k+1})$. Úhel φ modelujeme vztahem $\varphi = 2\pi\xi_5$, ξ_4 je náhodné číslo z intervalu $(0, 1)$.

V třetím kroku je nutné popsat segment s_k , který je částí lomené čáry. Délku segmentu určíme ze ztráty energie numericky použitím vztahu pro lineární brzdnou schopnost. Energie elektronu E_k poklesne průletem podél segmentu na $0,95 E_k$ a tím je fáze posloupnost energií E_k . Výpočet segmentu s_k použitím transformace souřadnic je popsán v kap. 4.1, modelování úhlů rozptylu je analogické postupu v druhém kroku, ovšem s přidavnými výpočty podle postupů obsažených v kap. 3.3.1.

Po ukončení cyklu dojde k jeho vyhodnocení: Hodnota 1 v případě, že elektron dosáhl souřadnice $z < 0$ a jeho energie přesáhla 50 keV, jinak hodnota 0. Výsledkem je poměr počtu historií k jejich celkovému počtu. Ve výpočtech bylo použito 10 000 historií.

Nyní přistupme k zadání datových souborů ve formě sloupců tak, aby na ně program reagoval. 1. sloupec je určen k zadávání vstupních dat a prezentace výsledků:

Poloměr R a výšku H zadáváme v μm . Následují tři tabulky, první tabulka má tři sloupce a další dvě po dvou sloupcích. V těchto sloupcích jsou obsaženy výše uvedené sady dat.

Válec	
Poloměr R	[5 – 3]
Výška H	
Počet simulací N	10000
Počáteční energie E0	
Výsledky	
Počet simulací	
Positivní	
Negativní	

V programu je použito sedm sad konstant (v závorce jsou uvedeny názvy sloupců v programu, viz dále):

1. sada (náhodná hodnota): Hodnoty distribuční funkce Comptonova rozptylu pro zvolenou energii. [6 - 6]

Diferenciální účinný průřez pro Comptonův rozptyl je uveden v kapitole 3 a v sešitu Excelu lze numericky vypočítat hodnoty distribuční funkce

2. sada (Eps k): Energie emitovaného elektronu Comptonovým rozptylem.

Příslušný vztah je obsažen v kapitole 3. [6 - 7]

3. sada (Thet k): Hodnoty polárního úhlu určujícího směr emitovaného elektronu Comptonovým rozptylem. [6 - 8]

Příslušný vztah je obsažen v kap 3.

4. sada (Eps n): Hodnoty energie elektronu $E_k = 0,95 E_{k-1}$ [6 - 10]

Tato sada obsahuje pokles energie o 5%. První údaj obsahuje energii 1 MeV.

5. sada (S n): Hodnoty s_k vypočítané podle vztahů uvedených v kap. 3 [6 -11]

Tato hodnota je délka spojená s k-tým rozptylem

6. sada (náhodná hodnota): Hodnoty distribuční funkce podle Moliérový teorie pro danou hodnotu B [6 -13]

7. sada (Thet vm): Hodnoty úhlu rozptylu vypočítané z distribuční funkce [6 -14]

V následující úřkapitole 4.3 je přepsán celý program napsaný v Basic Visual (Excel 13), lze ho přepsat do libovolného programovacího jazyka a v závislosti na možnostech hardware lze i upravit (zjemnit) vstupní data. V hranatých závorkách je uveden odkaz na buňky v Excelu.

4.3 Výpis programu

```
'SIMULACE PRULETU ELEKTRONU
```

```
"verze V01.0 2017-06-16
```

```
"autor V. Pisa
```

```
"vynuceni deklaraci
```

```
Option Explicit
```

```
,
```

```
'http://office.lasakovi.com/excel/vba-teorie-zaklady/do-loop-excel-vba/ - odkaz na manual
```

```
'https://www.techonthenet.com/excel/formulas/date.php - odkaz na manual
```

```
,
```

```
'Sub tlačítko1_Klepnutí()
```

'makro Simulace_01

'deklarace

Dim R As Integer 'polomer valce nm

Dim H As Integer 'vyska valce nm

Dim N As Integer 'pocet simulaci

Dim OffSet As Integer 'poloha nulteho radku tabulek

Dim Tab_K1(1 To 100, 0 To 2) As Double 'pole pro tabulku K1

Dim Max_K1 As Integer 'horni naplneny index K1

Dim Tab_K2(1 To 100, 1 To 2) As Double 'pole pro tabulku K2

Dim Max_K2 As Integer 'horni naplneny index K2

Dim I_K2 As Integer 'nalezeny index tabulky K2

Dim Tab_K3(1 To 100, 1 To 2) As Double 'pole pro tabulku K3

Dim Max_K3 As Integer 'horni naplneny index K3

Dim I_K3 As Integer 'nalezeny index tabulky K3

Dim Eps_k0 As Double 'energie keV

Dim Thet_k0 As Double 'pocatecni uhel

Dim Fi_0 As Double 'pocatecni uhel

Dim S_0 As Double 'draha

Dim Thet_g As Double 'uhel v iteraci

Dim Fi_g As Double 'uhel v iteraci

Dim S_n As Double 'draha

Dim t_x0 As Double 'souradnice x

Dim t_y0 As Double 'souradnice y

Dim t_z0 As Double 'souradnice z

'smerovy vektor

Dim t_x1 As Double 'souradnice x

Dim t_y1 As Double 'souradnice y

Dim t_z1 As Double 'souradnice z

'baze		
Dim k_x	As Double	'souradnice x
Dim k_y	As Double	'souradnice y
Dim k_z	As Double	'souradnice z
Dim l_x	As Double	'souradnice x
Dim l_y	As Double	'souradnice y
Dim l_z	As Double	'souradnice z
Dim m_x	As Double	'souradnice x
Dim m_y	As Double	'souradnice y
Dim m_z	As Double	'souradnice z
Dim x0	As Double	
Dim y0	As Double	
Dim z0	As Double	
Dim x1	As Double	
Dim y1	As Double	
Dim z1	As Double	
Dim x2	As Double	
Dim y2	As Double	
Dim z2	As Double	
Dim Pi	As Double	'hodnota Pi
Dim To_Radian	As Double	'prepocet stupnu na radiany
Dim a	As Double	' nahodne cislo
Dim b	As Double	' nahodne cislo
Dim c	As Double	' nahodne cislo
Dim d	As Double	' nahodne cislo
Dim e	As Double	' nahodne cislo
Dim n1	As Double	'nahodne cislo
Dim n2	As Double	'nahodne cislo

```

Dim J As Integer 'citac vnejsiho cyklu - jednotline simulace
Dim I As Integer 'citac vnitriho cyklu - vlastni simulace
Dim K As Integer 'citac cyklu
Dim KN As Integer 'index radky tabulky K2
Dim X As Integer 'citac radku tabulek
Dim Res_OK As Integer 'citac OK vysledku
Dim Res_nOK As Integer 'citac nOK vysledku
Dim Konec As Integer 'signal pro ukolceni iterace

```

'bodlo by zablockovani pristupu k tlacitku, ale jak??

```

Pi = WorksheetFunction.Pi 'at se porad nevola funkce Pi
To_Radian = Pi / 180 'prevodovy pomer stupen na radian

```

'prevzeti globalnich parametru

```

R = Cells(5, 3).Value 'polomer valce mim
H = Cells(6, 3).Value 'vyska valcd mim
N = Cells(8, 3).Value 'pocet simulaci

```

```

Offset = 5 'posun radku tabulek konstant

```

'Prevzeti tabulky Konstanty 1 do pameti, jinak by to bylo strasne pomale

```

X = 1

```

```

Do While Cells(Offset + X, 7) > 0 'dokud je vyplneno cislem / neni osetrena nenumerika!!!
    Tab_K1(X, 0) = Cells(Offset + X, 6) 'hodnota distrib funkce
    Tab_K1(X, 1) = Cells(Offset + X, 7) 'energie keV
    Tab_K1(X, 2) = Pi - Cells(Offset + X, 8) 'prevod uhlu / v tabulce je nevhodne orientovan
    'Tab_K1(X, 2) = Cells(Offset + X, 8) 'tohle pouzit v pripade prepisani tabulky K1 na spravne
orientovanu uhel

```

```

X = X + 1

```

Loop

```

Max_K1 = X - 1 'horni index radku Tab_K1

```

'Prevzeti tabulky Konstanty 2

```

X = 1

```

```
Do While Cells(Offset + X, 10) > 0           'dokud je vyplneno cislem / neni osetrena nenumerika!!!  
    Tab_K2(X, 1) = Cells(Offset + X, 10)     'energie keV  
    Tab_K2(X, 2) = Cells(Offset + X, 11)     'draha mim  
    X = X + 1
```

Loop

```
Max_K2 = X - 1                               'horni index radku Tab_K2
```

'Prevzeti tabulky Konstanty 3 - distrib funkce

X = 1

```
Do While Cells(Offset + X, 13) > 0           'dokud je vyplneno cislem / neni osetrena nenumerika!!!  
    Tab_K3(X, 1) = Cells(Offset + X, 13)     'hodnota distrib funkce  
    Tab_K3(X, 2) = Cells(Offset + X, 14) * To_Radian 'uhel prevedeny na radiany  
    X = X + 1
```

Loop

```
Max_K3 = X - 1                               'horni index radku Tab_K3
```

'nulovani poli pro vysledky

```
Cells(16, 3).Value = 0
```

```
Cells(17, 3).Value = 0
```

```
Cells(18, 3).Value = 0
```

'nulovani citacu vysledku

```
Res_OK = 0
```

```
Res_nOK = 0
```

'cyklus simulacnich pokusu

```
For J = 1 To N
```

'zobrazeni cisla simulace / zobrazovat po tisicich, jinak strasne zdrzuje

```
If J Mod 1000 = 0 Then Cells(16, 3).Value =
```

'urceni nahodnych cisel

```
a = Rnd
```

```
b = Rnd
```

```
c = Rnd
```

```
d = Rnd
```

e = Rnd 'nahodna volba z tabulky K1

'urceni nahodnych souradnic uvolneni elektronu x0, y0, z0 a uhlu Fi_0

$x0 = \text{Sqr}(R^2 * a) * \text{Cos}(2 * \text{Pi} * b)$

$y0 = \text{Sqr}(R^2 * a) * \text{Sin}(2 * \text{Pi} * b)$

$z0 = H * c$

$\text{Fi}_0 = 2 * \text{Pi} * d$ 'nahodne voleny uhel

'energie a uhel z T1

For K = 1 To Max_K1

 If Tab_K1(K, 0) >= e Then

 Eps_k0 = Tab_K1(K, 1)

 Thet_k0 = Tab_K1(K, 2)

 Exit For

 End If

Next K

'prvni smerovy vektor

$t_{x0} = \text{Sin}(\text{Thet}_k0) * \text{Cos}(\text{Fi}_0)$

$t_{y0} = \text{Sin}(\text{Thet}_k0) * \text{Sin}(\text{Fi}_0)$

$t_{z0} = \text{Cos}(\text{Fi}_0)$

'a vime, kterym smeren uvulneny elektron polet

'pocita se prvni misto kolize

'v tabulce Tab_K2 (Konstanty 2) se najde nejblizzi radek k energii Eps_k0 a z nej se prevezme draha S_0

'hleda se prvni vetsi energie / hleda se od zadu

$S_0 = 0$

For K = Max_K2 To 1 Step -1

 If Tab_K2(K, 1) >= Eps_k0 Then

$S_0 = \text{Tab}_K2(K, 2)$ 'nastaveni nalezene drahy

 KN = K 'dosazene K nutno ulozit, bude potreba pozdeji

 Exit For

 End If

Next K

```

If S_0 = 0 Then S_0 = Tab_K2(1, 2) 'osetreni konce vstupni tabulky, pokud se nenasla draha
'souradnice koncového bodu první drahy
x1 = x0 + t_x0 * S_0
y1 = y0 + t_y0 * S_0
z1 = z0 + t_z0 * S_0

'a jde se simulovat průchod
Konec = 0 'signal pro konec cyklu na 0
Do
  'ubytok energie v kroku iterace
  Eps_k0 = Eps_k0 * 0.95

  'souradnicovy system v pocatecnim bode
  k_x = Sin(Fi_0)
  k_y = -Cos(Fi_0)
  k_z = 0

  l_x = Cos(Thet_k0) * Cos(Fi_0)
  l_y = Cos(Thet_k0) * Sin(Fi_0)
  l_z = Sin(Thet_k0)
  m_x = Sin(Thet_k0) * Cos(Fi_0)
  m_y = Sin(Thet_k0) * Sin(Fi_0)
  m_z = Cos(Thet_k0)

  n1 = Rnd
  n2 = Rnd

  Fi_g = 2 * Pi * n1 'nahodne Fi_g
  'uhel z T3 podle nahodne n2
  For K = 1 To Max_K3
    If Tab_K3(K, 1) >= n2 Then
      Thet_g = Tab_K3(K, 2) 'Thet_vm v Konstanty3
      Exit For
    End If
  Next K

```

Thet_g = Thet_g * 70.023 * (Eps_k0 ^ -0.779)

'druhy smerovy vektor T2

t_x1 = (k_x * Sin(Thet_g) * Cos(Fi_g)) + (l_x * Sin(Thet_g) * Sin(Fi_g)) + (m_x * Cos(Thet_g))

t_y1 = (k_y * Sin(Thet_g) * Cos(Fi_g)) + (l_y * Sin(Thet_g) * Sin(Fi_g)) + (m_y * Cos(Thet_g))

t_z1 = (k_z * Sin(Thet_g) * Cos(Fi_g)) + (l_z * Sin(Thet_g) * Sin(Fi_g)) + (m_z * Cos(Thet_g))

'prevezme se draha odpovidajici prvni mensi energii v K2

If KN < Max_K2 Then KN = KN + 1 'mozna by to chtelo lepe osetrit prekrojeni konce tabulku K2,

'takhle by mohl hrozit nekonecny cyklus, ale ono to stejne umre na energii pod 50

keV

S_n = Tab_K2(KN, 2) 'pravazme se nasledujici draha z Tab_K2

'koncovy bod drahy

x2 = x1 + t_x1 * S_n

y2 = y1 + t_y1 * S_n

z2 = z1 + t_z1 * S_n

'podminky pro konec a vysledek

If (Eps_k0 < 50) Or (x2 ^ 2 + y2 ^ 2 >= R ^ 2) Then ' konec / neprosel

Res_nOK = Res_nOK + 1

Konec = 1

Elseif (x2 ^ 2 + y2 ^ 2 < R ^ 2) And z2 < 0 And Eps_k0 >= 50 Then ' konec / prosel

Res_OK = Res_OK + 1

Konec = 1

End If

'priprava na dalsi kolo

'presun predesle baze

'koncovy bod drahy nastavit jako pocatecni pro dalsi krok

x1 = x2

y1 = y2

z1 = z2

'vypocet nove Thet_k0 a Fi_0 pro novou bazi

Thet_k0 = WorksheetFunction.Acos(t_z1)

Fi_0 = Atn(t_y1 / t_x1)


```
'Fi_0 = WorksheetFunction.Cot(t_x1 / t_y1)
```

```
Loop While Konec <> 1 'opakuje se, dokud neni nastaveno Konec = 1
```

```
Next J
```

```
'vysledky
```

```
Cells(16, 3).Value = N 'pocet simulaci
```

```
Cells(17, 3).Value = Res_OK 'pocet proslych
```

```
Cells(18, 3).Value = Res_nOK 'pocet neproslych
```

```
End Sub
```

5. Použití křemíkové diody jako integrálního dozimetru neutronů pro vojenské účely

5.1 Konstrukce křemíkové diody s dlouhouází

V této kapitole jsou prezentovány základní teoretické poznatky^{49,50}. Při ozařování křemíku rychlými neutrony dochází k narušení krystalické mříže, což snižuje dobu života minoritních nosičů proudu. Experimentálně byl zjištěn vztah mezi fluencí Φ neutronů, kterou byla dioda ozářena a dobou života minoritních nosičů před ozářením τ a po ozářením τ_0 :

$$1 / \tau = 1 / \tau_0 + K \Phi$$

Kde K je tzv. konstanta poškození.

Přímé použití tohoto vztahu k měření fluence naráží na technicky složitý úkol měření τ i τ_0 . Z tohoto důvodu je nutné vytipovat vhodný parametr diody, který bude relativně jednoduše měřitelný a dostatečně silně záviset na τ . Nejvhodnějším parametrem je změna napětí na diodě v propustném směru při konstantním proudu.

Vztah mezi změnou napětí ΔU a fluencí neutronů Φ je dán vztahem

$$\Delta U = \int_E (\Delta U(E) / \Phi(E)) \cdot dE$$

Kde $\Phi(E)$ je fluence neutronů o energii E .

Citlivost diody lze definovat jako poměr změny napětí k fluenci (při dané energii E) a odvodit vztahy

$$\Delta U / \Phi(E) = K \tau \cdot f(d/L)$$

kde f je funkce poměru šířky báze d a difúzní délky L :

$$f(d/L) = kTd(eL)^{-1} \cdot (b / (b+1)) \cdot (2b / (b+1)) \cdot (1 / \operatorname{tga}_1 - 1 / \operatorname{tga}_2) \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4$$

$$T_1 = \sinh(d/L) / 2b \cosh(d/(L+1))$$

$$T_2 = b(b + \cosh(d/L)) / b \cosh(d/(L+1)) + b \cosh(d/L+1) / (b + \cosh(d/L))$$

$$T_3 = (b + b \cosh(d/L)) / (b + 2b \cosh(d/(L+1)))$$

$$T_4 = (b - 1)^2 \sinh(d/L) / 2b^2(b+1) \cosh(d/L) \cosh(d/(L+1))$$

Kde b je rovno podílu pohyblivosti elektronů μ_n a děr μ_p : $b = \mu_n / \mu_p$

Pro a_1 platí vztah

$$a_1 = e^{d/L} ((b + e^{-d/L}) / (b + e^{d/L}))^{1/2}$$

Pro a_2 platí vztah

$$a_2 = ((b + e^{-d/L}) / (b + e^{d/L}))^{1/2}$$

Pro diodu P⁺NN⁺ je celkové napětí na diodě dáno jako součet parciálních složek napětí na přechodu a bázi ve tvaru

$$U = U_j + U_d$$

Kde U_j je napětí na přechodu a U_d je napětí na bázi. Ze Shotkleyho teorie byl odvozen vztah pro U_j

$$U_j = (2kT / e) \cdot \ln(JL / aDn_i)$$

Pro složku napětí byly odvozeny vztahy

$$U_d = (2JL / (e \cdot \mu_p \cdot (\beta^2 - \alpha^2)^{1/2})) \cdot \ln(\alpha + \beta + (\beta^2 - \alpha^2)^{1/2} \operatorname{tgh}(\lambda / 2)) / (\alpha + \beta - (\beta^2 - \alpha^2)^{1/2} \operatorname{tgh}(\lambda / 2))$$

$$U_d = (2JL / (e \mu_p (\alpha^2 - \beta^2)^{1/2})) \cdot \ln(\pi / 2 - \arcsin((\alpha + \beta \cos \lambda) / (\beta + \alpha \cos \lambda)))$$

První platí pro případ $\alpha^2 < \beta^2$, druhý platí pro případ $\alpha^2 > \beta^2$. kde výrazy pro α , β a λ mají význam

$$\alpha = 8e^{-\lambda} JL / eD$$

$$\beta = 3n_0$$

$$\lambda = d / 2L$$

Vzhledem ke vztahu mezi difúzí délkou a dobou života

$$L = (D\tau)^{1/2}$$

Je napětí málo závislé na době života, neboť platí

$$U_j \sim \ln \tau^{1/2}$$

Zatímco na bázi se mění s τ podle vztahu

$$U_d \sim \ln \tau^{1/2}$$

Proto byl použit pro detekci přechod PN s dlouhou bází d_s uplatněním modulace vodivosti báze. Napětí na dlouhé diodě je pak citlivou funkcí doby života těchto nosičů.

Na základě teoretických rozborů^{51,52} byla navržena následující technologie výroby křemíkové diody, která byla uplatněna v ČKD Polovodiče a Tesla Rožnov⁵³.

Tepelnou difúzí bóru a fosforu byly vytvořeny přechody P⁺N a NN⁺ do monokrystalického křemíku typu N o měrném odporu v intervalu od 0,7 do 2 Ωm s dobou života pro díry

převyšující 1000 μs . K výrobě monokrystalu byla použita metoda letmé zóny s nízkou koncentrací dislokací.

Monokrystalický křemík byl rozdělen na desky, které při praní, broušení a lapování měly konečnou šířku 1,2 mm. Zpočátku se používal monokrystal o průměru 20 mm, později 37 mm. Přejechy na deskách byly vytvořeny tepelnou difúzí. Po odstranění oxidu byly vytvořeny niklové kontakty a desky byly rozčleněny na diody o velikosti 1,2 x 1,8 x 1,8 mm.

Aplikace této technologie nezabránila značné variabilitě výchozího napětí. V další vývojové etapě byla z tohoto důvodu odzkoušená nízkoteplotní difúze a iontová implantace místo běžné vysokoteplotní difúze⁵⁴ bylo dosaženo zvýšení výtěžnosti, zmenšení rozptylu základních parametr a – což je zvláště podstatné – vyšší citlivosti a nižší teplotní závislosti při vyhodnocování. Tyto diody byly předány k dozimetrickému využití v oblasti integrální dozimetrie rychlých neutronů. Před přijetím diod jako integrálního dozimetru pro vojenské účely bylo nutné vyhodnotit následující závislosti:

Variabilitu a nesprávnost odezvy detektorů a vyhodnocovacího přístroje;

Linearitu vztahu „odezva – kerma“

Energetickou závislost citlivosti

Úhlovou závislost

Vliv vícenásobného rozptylu elektronů

Opakované odečítání údaje dozimetru

Teplotní závislost odezvy

5.2 Dozimetrické vlastnosti křemíkové diody s dlouhou bází

Variabilita a nesprávnost odezvy detektorů a vyhodnocovacího přístroje

Variabilita odezvy diod byla zjišťována na jedné výrobní sérii 7500 diod. V zásadě lze příčiny variability rozdělit do dvou skupin:

- Variabilita napětí U_0
- Variabilita vlivů ovlivňujících parametry diody v procesu výroby

K ozáření diod bylo použito zdroje ²⁵²Cf. Diody byly umístěny na rotující disk s osou rotace shodnou s osou neutronového svazku. Tento způsob ozařování zajistil stejné ozáření každé diody. Z naměřených výsledků vyplynulo:

Střední hodnota aritmetického průměru napětí U_0 nepřesáhla 3%

Střední kvadratická odchylka souboru nepřesáhla 8%

Podle⁵⁵ nemá stáří diod vliv na hodnoty výchozího napětí a citlivosti.

V případě vyhodnocovacího zařízení je přesnost měření odezvy prakticky limitována přesností měření digitálního voltmetru, která u navrženého vyhodnocovacího zařízení nepřesáhla 1 mV.

Linearitu vztahu „odezva - kerma“

Poměr odezva diody - kerma v tkáni není lineární v celém rozsahu uvažovaných hodnot, tj. od 0,2 do 30 Gy. Tuto nelinearitu lze kompenzovat dvojím způsobem : Odečtením kermy z odezvy podle kalibrační křivky nebo automatickou korekcí vyhodnocovacím zařízením.

V obou případech je nutné tento poměr - kalibrační křivku – vhodným způsobem aproximovat.

Vzhledem k energetické závislosti odezvy diody lze očekávat řadu kalibračních křivek pro různé energie. Podívejme se tedy na výsledky měření získaných od různých zdrojů neutronů⁵¹

Na cyklotronu U 120 M v Řeži byla ověřena linearita odezvy v intervalu kermy (0,57;28,09) Gy. Naměřené výsledky byly proloženy přímkou a metodou nejmenších čtverců byla získána rovnice

$$K_n(\text{Gy}) = 6,472 \cdot \Delta U(\text{V}) + 0,284$$

Chyba způsobená touto aproximací nepřesáhne v daném intervalu 20%.

Zpřesnění aproximace lze dosáhnout vztahem

$$K_n(\text{Gy}) = 7,725 \Delta U(\text{V})^{0,866}$$

Který byl opět získán metodou nejmenších čtverců a kdy chyba nepřesáhne 8,8%.

Obdobným postupem byly získány aproximace pro zdroje reaktoru VVR-S a IBR-2

$$K_n(\text{Gy}) = 5,835 \Delta U(\text{V})^{0,919}$$

pro $K_n \in (0,77,23,08) \text{ Gy}$

$$K_n(\text{Gy}) = 5,348 \Delta U(\text{V})^{0,994}$$

Energetická závislost citlivosti

Znalost energetické závislosti citlivosti - tj. odezvy vztažené na jednotku kermy v tkáni pro danou energii - je jednou ze základních podmínek správné interpretace naměřených výsledků.

Teoreticky byla tato závislost studována Cosnacem⁵⁵, který ji vypočítal v rozsahu energií od 300 keV do 14 MeV. Za kalibrační energii byla zvolena energie 350 keV. Z jeho práce plyne, že odchylka citlivosti vzhledem ke kalibrační energii nepřesahuje 20%, mluvíme tedy o tkáňové kermaekvivalenci diod.

Čs. diody s dlouhou bází byly testovány řadou monoenergetických i polyenergetických spekter neutronů. Výsledky měření jsou publikovány v řadě prací, kde jsou zároveň podrobně uvedeny charakteristiky jednotlivých zdrojů neutronů^{56,57,58}.

Podívejme se na hlavní dosažené výsledky. Citlivost obecně závisí na výchozím napětí, výsledky jsou uvedeny pro výchozí napětí 1,0 V.

Z hlediska plánovaného použití křemíkové diody ve vojenské integrální dozimetrii je nosnou odezva na ²⁵²Cf, jehož energetické spektrum vhodně simuluje energetické spektrum neutronů po výbuchu termojaderných zbraní. Naměřená citlivost dosahovala 145 mV/Gy.

Za základní ověření lze považovat měření odezvy na monoenergetické neutrony o energii 0,57; 2,1; 5,25 a 15,1 MeV na pracovišti Neuherberg v SRN⁵⁷.

Výsledky měření citlivosti jsou uvedeny v tabulce 5

Energie neutronů E_n (MeV)	Citlivost diod c (mV/Gy)
0,57	151,15
2,1	133,3
5,25	119,8
15,1	101,1

Tabulka 5 Energetická závislost citlivosti diod

K dalším experimentům byly použity cyklotron U 120 M, reaktor VVR-S v Řeži a pulzní reaktory IBR 2 a IBR 30. Postupy měření a naměřené výsledky jsou podrobně popsány v⁵⁸. Poměrnou citlivost c_r vztaženou na ²⁵²Cf udává tabulka.

Zdroj	Poměrná citlivost c_r (%)
U 120 M	-22
VVR	+12
IBR 2	+25
IBR	+30

Tabulka 6: Poměrná citlivost diod ozářených různými zdroji vzhledem k ^{252}Cf

Úhlová závislost odezvy

Výpočet úhlové závislosti byl proveden metodou Monte Carlo pro diodu o rozměrech 2 x 2 x 2,5 mm. Postup výpočtu byl následující:

- Kolem hranolu o rozměrech diody byla opsána koule K se středem v počátku kartézské soustavy souřadnic. Osy soustavy byly rovnoběžné s hranami hranolu.
- Směr dopadajících neutronů je dán sférickými souřadnicemi θ a φ .
- Byla zvolena rovina ρ kolmá ke směru dopadu neutronů a procházející počátkem kartézské soustavy
- V této rovině byl zvolen kartézský souřadnicový systém (τ_1, τ_2)
- V rovině byly generovány v polárních souřadnicích náhodné body X tak, aby ležely uvnitř koule K
- Kolmice z bodu X k rovině ρ protíná hranol ve dvou bodech; jejich vzdálenost udává délku dráhy, kterou neutron prošel uvnitř diody.
- Vynásobení délky dráhy faktorem $e^{(-\Sigma_t \cdot d)}$ udává pravděpodobnost interakce.
- Bylo generováno 10 000 simulací.

Úhly θ a φ byly měněny v intervalu od 0 do π .

Spočítané hodnoty nevykázaly rozdíl odezvy převyšující statistickou chybu od hodnoty odpovídající čelnímu ozáření.

Vliv vícenásobného rozptylu neutronů a fading

Byl vypracován program na modelování transportu neutronů v křemíku. Protože se nepodařilo získat přesné informace o spektru rozptýlených neutronů v případě nepružného rozptylu, byl proveden horní odhad pro oblast energií kolem 1 MeV, kdy celkový účinný průřez dosahuje

$4 \cdot 10^{-27} \text{ m}^2$ za předpokladu, že dochází pouze k pružnému rozptylu izotropnímu v těžišťové soustavě. Modelování za těchto předpokladů je zcela elementární - stačí generovat náhodný jednotkový vektor. Výsledek ukázal, že příspěvek rozptýleného záření nepřesáhne statistickou chybu.

Fading odezvy po ozáření lze u diod s dlouhou bází rozdělit na dvě fáze:

První fáze je charakterizována rychlým poklesem v několika prvních hodinách, druhá fáze začíná asi od 50. hodiny po ukončení ozařování, kdy se pokles odezvy zpomalí. Na konci druhé fáze dosáhne hodnota odezvy přibližně 70% odezvy naměřené 5 min. po ozáření.

Problematika fadingu čs. diod s dlouhou bází a jeho odstranění byla popsána v řadě prací⁴⁹.

V literatuře se doporučuje vyžihání diod při teplotě $100 \text{ }^{\circ}\text{C}$ nejméně po dobu 2 minut (stačí ponořit do vařící vody). To se aplikuje zejména v případě použití diody jako integrálního dozimetru rychlých neutronů v poli s nízkým dávkovým příkonem. Z hlediska použití diody pro vojenské účely je tato úprava nevhodná, neboť je nutné znát rychle informaci o okamžitém ozáření jadernými zbraněmi. V krátkém čase po ozáření lze počítat s poklesem do 10%.

Časový průběh poklesu odezvy je obsažen v příloze⁵⁰

Opakované odečítání údaje dozimetru

V určitých případech je nutné uvažovat s opakovaným použitím dozimetru. Je nutné pak uvažovat vliv výchozího napětí U_0 na citlivost. V příloze 8 je zobrazena závislost odezvy na kermě pro diody ozářené zdrojem ^{252}Cf s různým výchozím napětím U_0 .

Z práce⁵² vyplývá, že není nutné brát novou kalibrační křivku nově stanovenou pro změněné výchozí napětí U_0 . Stačí posunout počátek ve směru osy y .

Při produkci několika tisíc diod v jedné sérii však lze očekávat, že nebude nutné používat diody opakovaně.

Teplotní závislost odezvy

Napětí na diodě je teplotně závislé. Je tedy nutné provést korekci vzhledem k hodnotám napětí naměřených před i po ozáření. Korekci lze provést výpočtem ze znalosti teplotního koeficient, který je definován vztahem:

$$c_T = (U(T_1) - U(T_2)) / (T_1 - T_2)$$

$U(T_1)$ je napětí na diodě při teplotě T_1 , $U(T_2)$ je napětí na diodě při teplotě T_2 .

Je nutné vzít v úvahu, že teplotní koeficient je lineárně závislý na teplotě.

Teplotní koeficient pro vybraný soubor diod s délkou báze $d = 1,2 \text{ mm}$ a $d = 2,5 \text{ mm}$ byl měřen a vypočítán na katedře IPL FJFI. Diody byly měřeny standardním postupem, tj. měření napětí v propustném směru při konstantním proudu. Grafické znázornění je obsaženo v příloze⁵⁰.

Měření probíhalo v ultratermostatu při teplotě $25 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Radiační odolnost polovodičových detektorů

Jedním z důležitých úkolů vojenské dozimetrie je vyhodnocení radiační odolnosti dozimetrických přístrojů, proto byla této oblasti věnována značná pozornost. Výborný přehled podává⁶⁹, autor této práce se podílel na výzkumu publikovaném v¹³.

Ze zjištěných poznatků vyplývá, vliv řady faktorů na odezvu diody, které mohou vést ke značné nepřesnosti měření. Tím je určen první směr dalších prací – vývoj vyhodnocovacího přístroje, který by jednotlivé závislosti automaticky korigoval.

Z vojenského hlediska je dozimetr určen především k vyhodnocení ozáření jednotek rychlými neutrony emitovanými jadernými zbraněmi. Z tohoto hlediska odezva více závisí na umístění dozimetru na těle vojáka vzhledem k zeslabení a moderaci neutronového toku v tkáni. Tím je určen druhý směr dalších prací. Optimalizace počtu dozimetrů a jejich umístění na těle vojáka a interpretace naměřených výsledků.

6. Vývoj detektoru dávkového příkonu záření gama

Tato kapitola se zabývá vývojem a výzkumem polovodičového detektoru záření gama se zaměřením do oblasti energií odpovídající záření gama emitovaného směsí štěpných produktů.

Základní výzkum technologií vhodných k výrobě detektoru probíhal na KIPL ČVUT Praha⁵⁹. Na získané poznatky navázal vývoj v Monokrystalech Turnov. Dozimetrické vlastnosti byly ověřovány v Monokrystalech Turnov a na VÚ 070 Brno.

Na podkladě vypracované koncepce řešení bylo rozhodnuto o použití křemíkové diody. Princip detekce je založen na zapojení diody v závěrném směru a vzniku aktivní (ochuzené) vrstvy detektoru na přechodu PN. Při průchodu záření gama detektorem se uvolňují elektrony, které ztrácí energii na tvorbu párů elektron-díra. Energie nutná k vytvoření jednoho páru je pro křemík rovná kolem 3 eV.

Jak bude ukázáno dále, vyústil základní výzkum na FJFI ve zvládnutí planární technologie a výrobě stripových detektorů. Tato technologie však nebyla v Monokrystalech Turnov zvládnuta (mj. i z důvodu nedostatku investic na výstavbu čistého pracoviště) a tak bylo rozhodnuto o zdokonalení již vyvíjené technologie s označením PD - 1.

Monokrystaly měly s touto technologií zkušenosti již od začátku 80. let. Její vývoj vyústil v realizaci detektoru dávkového příkonu záření gama pod názvem Podhorník. Celkově byly vyrobeny 4 typy detektorů s rozdílnou citlivostí podle požadavky tehdejšího MNO. Detektory byly použity v přístroji DP-86 a spolu s tímto přístrojem začlo koncem roku 1992 jejich zavádění do tehdejší ČSLA.

6.1 Charakteristika polovodičových detektorů

Základním parametrem charakterizujícím kvalitu detektoru je jeho závěrný klidový proud I_R . Velikost závěrného klidového proudu je úměrná šumu a zároveň slouží jako měřítko úspěšnosti technologických operací.

Hlavní zdroje závěrného klidového proudu^{60,61}:

Termická generace v oblasti prostorového náboje

Termická generace v přilehlých oblastech o šířce přibližně jedné difúzní délky

Povrchová generace

Injekce z oblasti metalického kontaktu

Snížení těchto zdrojů lze dosáhnout následujícími způsoby:

Použití materiálu o vysoké čistotě (nízká koncentrace příměsí)

Aplikací ochranného prstence omezujícího povrchovou generaci a laterální difúzi nosičů

Kontaktováním přes degenerovanou vrstvu polovodiče

Pasivací povrchu (redukce a fixace povrchových stavů)

Teoretický rozbor jako podklad pro další vývoj:

Model pro výpočet závěrného klidového proudu:

Výpočet závěrného klidového proudu vyžaduje řešit proudové rovnice a rovnici kontinuity⁵⁹.

Základní model rozděluje diodu do 4 oblastí:

P ⁺	I
N ⁻	II
N ⁻	III
N ⁺	IV

Obr. 5: Rozdělení diody do oblastí

Vnější oblasti I a IV představují silně dotované vrstvy, oblast II je oblast prostorového náboje a oblast III představuje slabě dotovanou vrstvu. Rozhraní I a II určuje přechod PN, rozhraní III a IV ohmický kontakt přes degenerovaný polovodič. Prakticky celé závěrné napětí je soustředěno na přechodu PN.

V každé oblasti dochází k termické generaci párů elektron-díra, které jsou difúzním a driftovým mechanismem sbírány na kontakty. Celkový proud lze tedy psát jako součet příspěvků z jednotlivých oblastí:

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} + J_{IV}$$

V oblasti I je příspěvek k difúznímu proudu určen prakticky difúzí minoritních nosičů. Pro výpočet lze použít vztahu

$$J_I = e \cdot n_i^2 \cdot D_n / (N L_n \operatorname{tgh}(w_i/L_n))$$

kde D_n označuje difuzní konstantu pro elektrony, $L_n = (D_n\tau)^{1/2}$ je difúzní délka, n_i je intrinsická koncentrace v křemíku a N je koncentrace příměsí.

V oblasti II je příspěvek J_{II} dán standardním generačním proudem, který se počítá podle vztahu:

$$J_{II} = e \cdot n_i w_D / \tau_{II}$$

kde τ_{II} je dobou života v oblasti prostorového náboje.

Podobně jako v oblasti I obsahují oblasti III a IV volné nosiče proudu a příspěvek ke klidovému proudu je dán opět difúzí minoritních nosičů (děr). Po zavedení efektivní povrchové generační rychlosti S tak, aby na rozhraní oblastí III a IV (o souřadnici x_i) platí vztah:

$$J(x_i) = e \Delta p(x_i) S$$

Lze pro oblast IV psát:

$$S = D_p N_{III} / L_p \tanh(w_{IV} / L_p)$$

V oblasti III plyne pro J_{III} z řešení proudových rovnic a rovnice kontinuity:

$$J_{III} = e \cdot \Delta p(w_D) \cdot \frac{D_p}{L_p} \cdot \frac{\sinh A + S_{norm} \cosh A}{\cosh A + S_{norm} \sinh A}$$

kde $S_{norm} = S \cdot D_{III} / L_{III}$ a $A = (w_t - w_D) / L_p$

Veličina $\Delta p(w_D)$ má význam odchylky koncentrace děr od rovnovážné hodnoty na rozhraní oblastí II a III, která se zvětšuje s rostoucím předpětím na diodě až po maximální hodnoty

$$\Delta p(w_D) = n_i^2 / N_{III}$$

Nejvýznamnější je příspěvek v oblasti II. Při $\tau_{II} \sim 1$ ms je řádu nA/cm². Pro oblasti I a IV vychází odhad řádově pA / cm² a lze je tedy zanedbat.

6.2 Vývoj planární technologie

Planární technologie je podrobně popsána v⁶⁰. Na podkladě teoretického rozboru bylo rozhodnuto o vývoji stripového detektoru⁶¹.

Stripový detektor se obvykle skládá z proužků o šířce 10 až 100 μm o délce několik cm. Požadavek nízkého šumu je definován přijatelným klidovým proudem (pod 10 nAcm⁻²). Požaduje se samozřejmě dlouhodobá stálost parametrů detektoru.

Planární technologií vyrobená diodová struktura jednoho stripu je např. v⁸. V části 1) je základem křemík typu N. Vyleptanými otvory jsou implantovány či difundovány příměsové atomy tvořící vrstvu P⁺. 2. část zobrazuje použití křemíku typu P. Aktivní vrstva N⁺ je zhotovena implantací či difúzí fosforu. Ve vrstvě SiO₂ jsou přítomny alkalické ionty působící coulombickou interakcí na volné elektrony. Tím dochází k obohacení povrchové vrstvy v 1. případě (vznikne akumulovaná vrstva) a odtlačení majoritních děr od povrchu za vzniku inverzní vrstvy vodivosti v druhém případě.

Oba druhy diod mají své výhody a nevýhody. U diod Si(P) způsobuje inverzní vrstva znatelně vyšší klidový proud a vyšší povrchovou vodivost. Na druhou stranu křemík typu P vykazuje vyšší radiační odolnost.

6.3 Použití technologie PD-1 k výrobě detektorů Podhorník

Tato technologie je podrobně popsána v závěrečné výzkumné zprávě⁶⁴.

Lze i charakterizovat následovně:

Za základní materiál byly zvoleny křemíkové desky typu N

Broušením a hlubokým kyselým leptáním byly opracovány na tloušťku 400 μm

Implantace iontů bóru a fosforu s energiemi 140 keV a fluencí 1020 m⁻²

Oživení implantované vrstvy žíhání při teplotě 800 °C

Deska byla opatřena z obou stran chrom-niklovými vrstvami a rozřezána na jednotlivé čipy o velikosti 2 x 2 mm²

- Po opracování rozřezaných ploch kyselým leptáním následovala montáž

6.4 Výroba a základní ověření detektorů typu Podhorník

Zadání v úkolu vyžadovalo výrobu 4 typů detektorů Podhorník⁶⁴, jednotlivé typy se lišily citlivostí:

Podhorník 1 - 20 imps⁻¹ při dávkovém příkonu 10 mGyh⁻¹

Podhorník 2 - 40 imps⁻¹ při dávkovém příkonu 10 mGyh⁻¹

Podhorník 3 - 1000 imps⁻¹ při dávkovém příkonu 10 mGyh⁻¹

Podhorník 4 - 2000 imps⁻¹ při dávkovém příkonu 10 mGyh⁻¹

Detektory byly zapojeny na požadované napětí 40 V, což odpovídalo šířce ochuzené oblasti 170 μm.

Za předpokládané linearitu závislosti odezvy detektoru na ploše ochuzené oblasti a z korekce na šířku odleptané vrstvy při rozleptávání křemíkové desky byly odvozeny přibližné průměry čipů :

Podhorník 1: $D = 0,92$ mm

Podhorník 2: $D = 1,20$ mm

Podhorník 3: $D = 5$ mm

Podhorník 4: $D = 7$ mm

Graficky byla připravena hexagonální síť černých kruhových terčků, diapozitiv sítě byl zvětšen tak, aby se průměry terčků rovnaly požadovaným průměrům čipů. S pomocí negativního fotorezistu byla síť přenesena na fosforbronzové folie o šířce 0,1 mm a otvory proleptány zahlubovačem. Dvojice folií s proleptanými kruhovými otvory byly v identické poloze napnuty na prstencové příruby, tvořící držáky masky. Křemíková dioda je fixována v definované poloze tlakem folií.

Rozměry čipů Podhorník 1 představují dolní hranici použitelnosti standartní technologie PD. Technicky obtížná je fixace čipů nad středem patice pouzdra detektoru. Hmotnost a průměr vývodu katody musely být přizpůsobeny protichůdným požadavkům:

Dostatečná hmotnost, aby vývod překonal povrchové pnutí roztavené pájky PbSn

Co nejmenší průměr vývodu, aby při jeho ohybu před bodovým svářením nedošlo k odtržení elektrody od čipu.

Po analýze byl zvolen stříbřený měděný vodič o průměru 0,2 mm. Toto řešení se ukázalo jako vhodné při zkouškách spolehlivosti, kdy původních detektorů používajících silnější vodiče docházelo k odpadávání elektrod i s náparem při ohybu a nárůstu šumové hrany.

6.5 Protokoly měření citlivosti a šumu detektorů Podhorník

Základní parametry určující kvalitu detektoru jsou citlivost a šum při pokojové teplotě a při teplotě 50° C. Tyto parametry byly měřeny na amplitudovém analyzátoru Nuclear Data, řízeném osobním počítačem Epson AX. K řízení analyzátoru byl vypracován vlastní program.

Šumové spektrum bylo načítáno 100 s „živého času“

Šumovou hranu definuje dvojice kanálů s nejnižším pořadovým číslem souhrnně registrující maximálně dva šumové impulzy (šířka jednoho kanálu maximálně 0,5 keV)

Šumová odezva je dána součtem šumových impulzů vyšších než 70 keV za 100 s „živého času“

Nastavené hodnoty referenční odezvy v μGy^{-1}

Základní měření citlivosti je dáno předvolbou 400 impulzů odezvy nad energii 70 keV.

Pokud se odchylka citlivosti liší od referenční odezvy o více než + 10%, pokračuje načítání spektra do 1600 impulzů. Detektory jsou klasifikovány jako vyhovující, pokud se jejich citlivost liší o méně než 15% od referenční odezvy.

Protokoly měření obsahují následující informace:

Datum a čas měření

Použitý vstup analyzátoru

Teplotu detektoru

Dávkový příkon v místě detektoru

Referenční odezvu

Pořadové číslo vzorku, označení vzorku

V případě měření šumu:

Popis šumové hrany (kanál, energie)

Spektrum nad 70 keV

V případě měření citlivosti

Předvolba počtu impulzů

Dobu měření

Odezvu, odchylku od referenční hodnoty, poznámku

Protokoly jsou součástí závěrečné výzkumných zpráv⁶⁴.

7. Výpočet energetické závislosti polovodičového detektoru Podhorník

Tato kapitola je zaměřená na výpočet energetické závislosti detektorů Podhorník. Detektory pracují v pulsním režimu, tj. načítají počet impulzů za jednotku času. Tento počet je úměrný fluenci dopadajícího záření gama a fluence je úměrná kermě, která je rovná dávce za předpokladu radiační rovnováhy. Otázka vztahu mezi kermou a dávkou není jednoduchá, proto byla definována tzv. standartní tkáň, na kterou se veličina kermy vztahuje.

Znalost energetické závislosti detektorů určených k měření dávkového příkonu záření gama má naprosto zásadní význam, neboť směs štěpných produktů se skládá z radionuklidů emitujících záření gama v rozsahu energií desítek keV až přibližně 2,5 MeV.

Pro vyhodnocení energetické závislosti detektoru lze definovat veličinu $\varepsilon_r(E)$, kterou nazveme relativní citlivostí a definujeme takto:

$$\varepsilon_r(E) = N(E) / N(E_c)$$

kde E je energie dopadajícího monoenergetického záření gama, E_c je kalibrační energie (zdroj ^{137}Cs), $N(E)$ je počet impulzů v detektoru po ozáření jednotce kermy $K(E)$ odpovídajícím monoenergetickým zářením gama o energii E . Funkci $\varepsilon_r(E)$ lze vztáhnout na jeden foton a vyjádřit pomocí pravděpodobnosti $p(E)$ vzniku impulzu v detektoru:

$$\varepsilon_r(E) = p(E)/K(E) / [p(E_c)/K(E_c)]$$

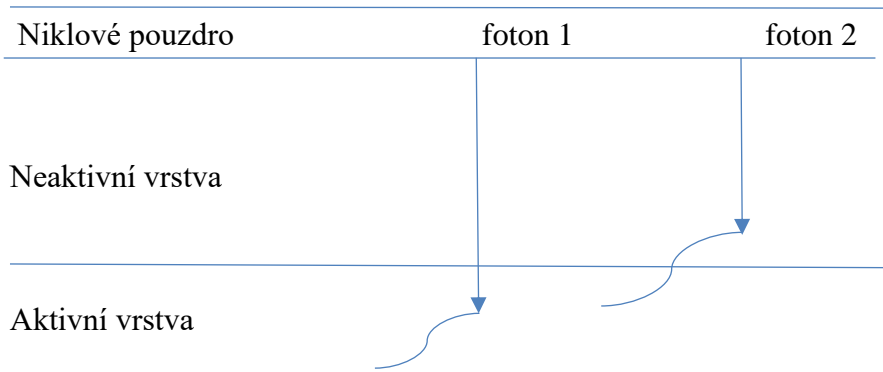
Je užitečné zavést veličinu $\varepsilon(E)$, kterou lze nazvat absolutní citlivostí:

$$\varepsilon(E) = p(E) / K(E)$$

V sondě přístroje DP-86 byla použita křemíková dioda Podhorník diskovitého tvaru o poloměru 2 mm, výšce 0,7 mm, šířce aktivní (ochuzené) vrstvy 0,17 mm a šířce niklového pouzdra 20 μm . Diskriminační úroveň byla nastavená na 50 keV. Výpočet předpokládá vznik impulzu za předpokladu, že procházející elektron uvolněný interakcí záření gama Comptonovým rozptylem nebo fotoefektem zanechá v aktivní vrstvě energii přesahující 50 keV. Jak již bylo zmíněno, byly použity tři metody výpočtu: Modelování mnohonásobného rozptylu metodou Monte Carlo využitím Moliérový teorie, lineární brzdné schopnosti a Tabatovy teorie. Při použití lineární brzdné schopnosti a Tabatovy teorie byly zanedbány okrajové efekty, tj. výpočet předpokládá nekonečný rozměr aktivní i obklopující vrstvy ve směru os x a y a konečné šířky ve směru osy z . Jak plyne z výše uvedených údajů, šířky

křemíkových vrstev obklopující aktivní vrstvu jsou 0,265 mm. V modelu výpočtu se uvažuje pouze vrstva, na níž přímo dopadá gama záření.

Obr. 6: Schematické znázornění interakce elektronů v aktivní i neaktivní vrstvě



Nyní přistupme k popisu celého procesu:

Sonda je vybavena clonou šířky $d = 1$ mm, která zeslabuje svazek kolmo dopadajících fotonů faktorem $e^{-\mu_{\text{Pb}} d}$, kde μ_{Pb} je lineární brzdná schopnost olova.

Foton uvolní elektron buďto v aktivní nebo neaktivní vrstvě fotoefektem nebo Comptonovým rozptylem. Označme $\sigma_e(E)$ a $\sigma_f(E)$ celkové účinné průřezy Comptonova rozptylu a fotoefektu, p_1 pravděpodobnost vzniku impulzu v důsledku ztráty energie elektronu vzniklého v aktivním objemu Comptonovým rozptylem, p_2 pravděpodobnost vzniku impulzu v důsledku ztráty energie elektronu vzniklého v neaktivní vrstvě nebo v niklovém pouzdře Comptonovým rozptylem, p_3 je pravděpodobnost vzniku impulzu v důsledku ztráty energie elektronu vzniklého v aktivní vrstvě fotoefektem, w je poměr šířky aktivní a neaktivní vrstvy. Pro usnadnění výpočtu transportu elektronů byla šířka niklového pouzdra nahrazena vrstvou 60 μm křemíku. Nyní lze psát

$$\varepsilon(E) = K_0 \cdot f(E)$$

kde

$$K_\sigma = e^{-\mu_{\text{Pb}} d} / K(E)$$

$$f(E) = \sigma_e(E) \cdot (p_1(E) + w \cdot p_2(E)) + \sigma_f(E) \cdot p_3(E)$$

Pro jednotlivá pásma energií záření gama platí pro funkci $f(E)$:

Pro energie záření gama nižší než 148 keV je energie elektronů uvolněných Comptonovým rozptylem nižší než 50 keV, lze tedy uvažovat pouze fotoefekt.

Do vzorců není nutné zavádět hodnoty šířek křemíkových vrstev vzhledem k tomu, že při výpočtu relativní citlivosti by se vykrátily. Zavedme diferenciální a celkový účinný průřez pro rozptyl elektronu Comptonovým rozptylem $d\sigma_{el}/d\theta'$ do úhlu θ' a σ_{el} .

7.1 Výpočet $p_1(E)$

K výpočtu byla použita lineární brzdná schopnost. Výpočet byl proveden numericky v Excelu.

Je zřejmé, že pro p_1 platí vztah

$$p_1(E) = \iint p(E', \theta', z) \cdot (d\sigma_{el}/d\theta') d\theta' dz / \sigma_{el}$$

$p(E', \theta', z)$ je pravděpodobnost, že elektron uvolněný ve výšce popsané souřadnicí z o energii E' rozptýlený do úhlu θ' přenesse energii přesahující 50 keV.

$(d\sigma_{el}/d\theta') / \sigma_{el}$ je pravděpodobnostní funkce rozptylu elektronu do úhlu θ' , z se mění od 0 do 170 μm (šířka aktivní vrstvy), úhel θ' se mění od 0° do 90° .

K numerickému výpočtu pravděpodobnostní funkce pro rozptyl elektronu do úhlu θ' lze přímo použít Klein-Nishinův vztah z něhož vypočteme hodnotu pravděpodobnosti rozptylu fotonu $p_f(\theta)$ do úhlu $\Delta\theta = 1^\circ$ pro jednotlivé hodnoty θ . Tato pravděpodobnost odpovídá pravděpodobnosti pro rozptyl elektronu do odpovídajícího úhlu $\Delta\theta'$. Obecně takto samozřejmě nelze postupovat, ale průběh Klein-Nishinovy funkce je velmi hladký a dělení intervalu dostatečně jemné.

Předpokládáme přímočarý pohyb elektronu a ztrátu energie užitím vztahu pro lineární brzdou schopnost S_1 . Vzdálenost, na které ztratí elektron 50 keV lze spočítat integrací funkce $1 / S_1$. Tuto dráhu označme jako $l_s(E', \theta')$. Je zřejmé, že všechny elektrony uvolněné ve výšce přesahující hodnotu $l_s(E', \theta') \cos\theta$ se pohybují po delší dráze, než je $l_s(E', \theta')$. Tím je vyřešená integrace podle z : pravděpodobnost, že elektron o energii E' emitovaný v aktivní vrstvě do úhlu θ ztratí energii přesahující 50 keV je rovná

$$(170 - l_s(E', \theta') \cos\theta) / 170$$

Nyní stačí vynásobit pravděpodobnostní funkcí pro všechny hodnoty E' přesahující 50 keV a sečíst.

Praktické provedení v sešitu Excel:

Sloupec 1: Zadání úhlů rozptylu ve stupních $0^\circ - 180^\circ$ po 1°

Sloupec 2: Převedení stupňů do radiánů

Sloupec 3: Výpočet hodnot $K = E'_\gamma / E_\gamma$

Sloupec 4: Výpočet hodnot energií odražených elektronů E'

Sloupec 5: Výpočet nenormovaného Klein - Nishinova vztahu

Sloupec 6: Výpočet nenormované pravděpodobnosti rozptylu fotonu do úhlu $(\theta, \theta + 1^\circ)$ pro všechny hodnoty θ vynásobením $\sin\theta$ hodnot ve sloupci 5

Sloupec 7: Výpočet nenormované distribuční funkce (maximální hodnota M slouží k normování pravděpodobnosti).

Sloupec 8: Výpočet hodnot úhlů odraženého elektronu v radiánech

Sloupec 9: Převedení radiánů do stupňů

Sloupec 10: Výpočet $I_S(E', \theta')$

Sloupec 11: Vynásobení hodnot sloupce 6 hodnotami $(170 - I_S(E', \theta') \cos\theta')$ / 170 a dělení hodnotou M pro elektrovy o energii přesahující 50 keV.

Nakonec sečteme hodnoty ve sloupci 11 a dostaneme hledanou pravděpodobnost.

Hodnoty celkových účinných průřezů pro křemík byly převzaty z databáze⁶⁵ a pro olovo z databáze⁶⁶, hodnoty lineární brzdné schopnosti S_1 z databáze³⁰, funkce $1 / S_1$ použitá k výpočtu doletu elektronů délku má velmi hladký průběh a lze ji za účelem výpočtu velmi přesně aproximovat pomocí Excelu pro jednotlivé intervaly v oblasti energií následujícími vztahy:

0,05 - 0,15 MeV	$-28,761E^2 + 13,967.E + 0,2052$
0,15 - 0,5 MeV	$-6,0634E^2 + 6,517.E + 0,8422$
0,5 - 1 MeV	$-0,8869E^2 + 1,7252.E + 1,9618$
1 - 2 MeV	$-0,0557E^2 + 0,0875.E + 2,7846$

S menší přesností do 3% lze aproximovat vztahy, které byly použity k výpočtu p_1 .

0,15 - 2 MeV	$2,85 (1 - e^{-5,5E})$
0,04 - 0,15 MeV	$2,73 (1 - e^{-7E})$

E je v MeV, $1 / S_1$ je v μmkeV^{-1}

7.2 Výpočet $p_2(E)$

Hodnoty $p_2(E)$ byly počítány dvojím způsobem a to aplikací Moliérový teorie a Tabatovy teorie. Aplikace Moliérový teorie je popsána v kapitole 4, vypočítané hodnoty označme p_{2M} . Výpočet použitím Tabatovy teorie označme p_{2T} . Pro výpočet byl opět použitý Excel.

Postup výpočtu je v porovnání s výpočtem p_1 podobný, ale zdlouhavější. V tomto případě je nutné vypočítat s_0 a R_{ex} podle vztahů uvedených v kapitole 3.3, čímž máme danou pravděpodobnostní funkci doletu částice, kterou prodloužíme v aktivní vrstvě o 25 μm . Pro dané z vypočteme vzdálenost $z / \cos\theta'$, tuto hodnotu dosadíme za x do pravděpodobnostní funkce. Souřadnici z měníme po 5 μm a pro zadanou hodnotu z dostaneme sečtením pro všechny úhly rozptylu odpovídající pravděpodobnost. Z těchto hodnot vypočítáme výslednou pravděpodobnost.

7.3 Výpočet $p_3(E)$

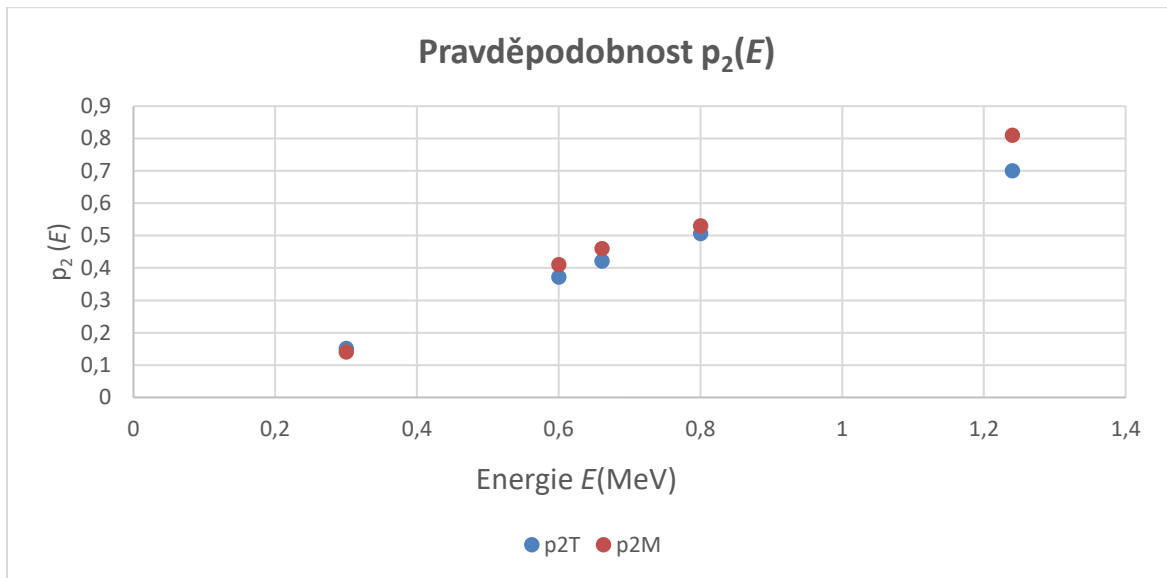
Funkce $p_3(E)$ se vztahuje pouze na fotoefekt u nízkoenergetických fotonů s energií nepřesahující 140 keV, při této energii se již neuvolňují Comptonovským rozptylem elektrony s energií přesahující 50 keV. Vzhledem k tvaru spektra odražených elektronů byla přijata hodnota $p_3 = 1$.

Databáze byly převzaty pro elektrony z^{30} , pro fotony v případě křemíku z^{65} a olova z^{66} .

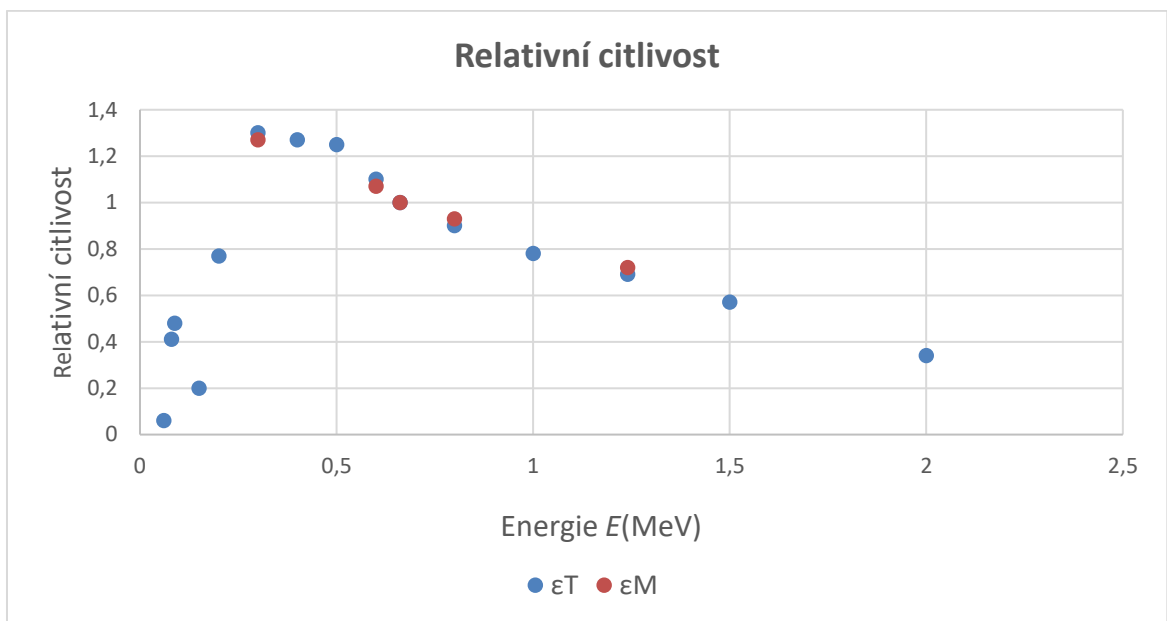
7.4 Shrnutí

Níže jsme definovali p_{2T} a p_{2M} , definujme nyní ϵ_T resp. ϵ_M jako relativní citlivost počítanou podle Tabatovy, resp. Moliérový teorie. Hodnoty kermy byly převzaty z práce⁶⁷. Získané hodnoty byly publikované v⁷³ a výsledky lze znázornit dvěma grafy obrázcích 7 a 8.

Obrázek 7: Porovnání výsledků výpočtu $p_2(E)$



Obrázek 8: Relativní citlivost



Podíváme-li se na dosažené výsledky⁷³, vidíme, že obě metody dávají nečekaně shodné výsledky výpočtu p_2 až na hodnoty p_2 se pro ^{60}Co „úlet“ pro energii 80 keV. Podrobněji bude otázka analyzována v kapitole 11, ve druhém případě se jedná o nárůst účinného průřezu pro fotoefekt před absorpční hranou ^{60}Co 88 keV.

E MeV	Kerma Gy	$\sigma_{Si,e}$ 10^{-28} m^2	$\sigma_{Si,f}$ 10^{-28} m^2	μ_{Pb} cm^2g^{-1}	K₀	p₁, p₃	p_{2T}	p_{2M}	f_T	f_M	ε_T	ε_M
0,050	3,08	7,86	10,6	7,81	0,0018	1 (p ₃)	0		10,6		0,004	
0,060	3,213	7,64	6,0	4,85	0,049	1 (p ₃)	0		6		0,06	
0,080	3,35	7,24	2,42	1,83	0,83	1 (p ₃)	0		2,42		0,41	
0,088 -	3,52	7,07	1,68	2,33	1,39	1(p ₃)	0		1,68		0,48	
0,088 +	3,52	7,07	1,68	7,45	0,0023	1 (p ₃)	0		1,68		0,001	
0,100	4,03	6,90	1,19	5,4	0,0211	1 (p ₃)	0		1,19		0,005	
0,150	6,49	6,21	0,329	1,97	0,642	1 (p ₃) 0,12(p ₁)	0,03		1,45		0,20	
0,200	9,53	5,69	0,134	0,991	1,33	1 (p ₃) 0,31(p ₁)	0,09		2,87		0,78	
0,300	14,69	4,95	-	0,404	1,67	0,474	0,15	0,14	3,83	3,58	1,30	1,27
0,400	20,49	4,43	-	0,251	1,43	0,518(p ₁)	0,29	.	4,30		1,25	
0,500	25,81	4,05	-	0,161	1,26	0,535(p ₁)	0,34		4,9		1,25	
0,600	30,78	3,75	-	0,125	1,10	0,538(p ₁)	0,37	0,41	4,85	5,09	1,07	1,06
0,661	34,41	3,61	-	0,108	1	0,541(p ₁)	0,42	0,46	4,98	5,27	1	1,00
0,800	40,13	3,29	-	0,0885	0,88	0,542(p ₁)	0,51	0,53	5,00	5,10	0,90	0,88
1,000	48,40	2,96	-	0,0708	0,74	0,545(p ₁)	0,58		4,97		0,75	
1,170	56,60	2,78	-	0,06	0,64	0,556(p ₁)	0,7	0,81	5,29	5,67	0,68	0,71
1,310		2,62										
1,500	66,50	2,40	-	0,0517	0,55	0,565(p ₁)	0,80		5,2		0,58	
2,000	106,51	2,05	-	0,0455	0,35	0,574(p ₁)	0,88		4,24		0,34	

Tabulka 7: Shrnutí výsledků

8. Experimentální ověření energetické závislosti

Ověření energetické závislosti proběhlo na pracovištích IHE Praha a někdejším VÚ 070 Brno. Výsledky měření jsou obsaženy v protokolu⁶⁸.

K měření byly předloženy tři sondy. Detektory byly nastaveny na napětí 40 V.

IHE Praha:

Na pracovišti IHE Praha byla měřena odezva na rentgenové záření o středních energiích 72, 88, 105, 134, 205 a 235 keV. Záření bylo filtrováno olověnými filtry z důvodů snížení nízkoenergetické části spektra.

K načítání impulzů bylo použito zařízení Ortec, které bylo majetkem IHE Praha. Také měření dávkového příkonu a výpočet dávky zajistilo IHE Praha.

VÚ 070 Brno:

Na VÚ 070 byla v metrologické laboratoři ověřena odezva na ¹³⁷Cs a ⁶⁰Co. Dávkový příkon byl vypočítán ze znalosti aktivity zářičů ke dni měření a ověřen měřením ionizačními komorami podle standardních postupů na VÚ 070 Brno.

Relativní citlivost získanou měřením označme ϵ_d . Její hodnoty jsou uvedeny v tabulce 8.

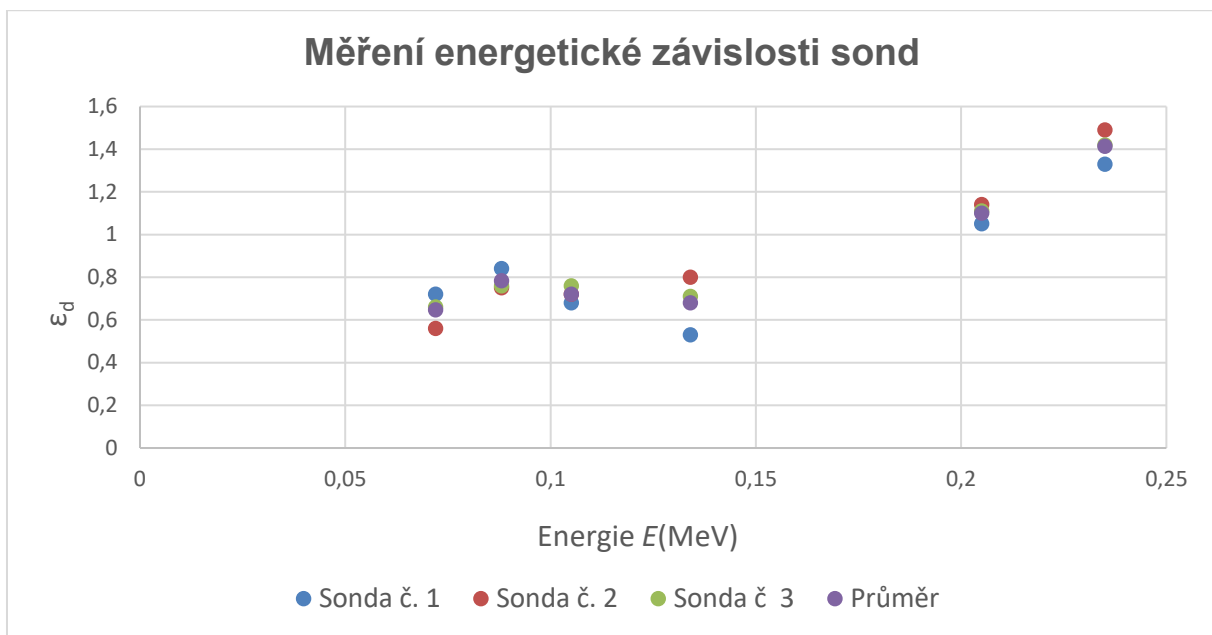
Energie (MeV)	0,072	0,088	0,105	0,134	0,205	0,235	1,24
Sonda č. 1	0,72	0,84	0,68	0,53	1,05	1,33	0,71
Sonda č. 2	0,56	0,75	0,72	0,80	1,14	1,49	0,70
Sonda č. 3	0,66	0,76	0,76	0,71	1,11	1,42	0,71
Průměr	0,647	0,783	0,72	0,68	1,1	1,413	0,707
Odchylka	0,066	0,040	0,033	0,112	0,037	0,065	0,005

Tabulka 8: Výsledky měření sond

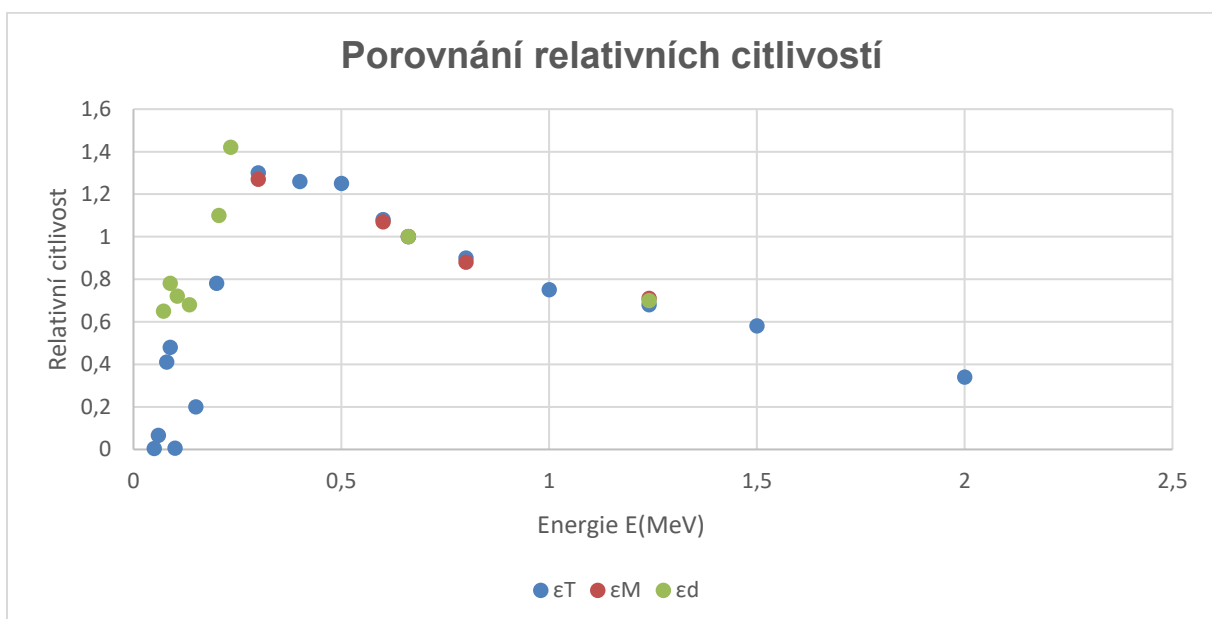
Graficky jsou tyto hodnoty znázorněny na obr. 9, kde vidíme značný rozptyl mezi hodnotami v oblasti nízkých energií a zanedbatelný rozdíl pro ⁶⁰Co. To naznačuje, že zdroj této značné variability je spíše ve variabilitě parametrů konstrukčních prvků sondy: V oblasti nízkých energií má značný vliv např. šířka clony, jak se lze snadno přesvědčit přímo ze vztahu pro zeslabení dopadajícího záření gama vlivem clony.

Z obrázku 9 lze přímo porovnat teoretické a naměřené hodnoty. Rozdíly vidíme v oblasti nízkých energií.

Obrázek 9: Rozptyl relativní citlivostí sond



Obrázek 10: Porovnání relativních citlivostí



Tyto rozdíly jsou dány tvarem energetických spekter rentgenova záření: Teoretické výpočty jsou založeny na monoenergetických spektrech a rentgenova spektra jsou spojitá. U olova se projevuje vliv absorpční hrany 88 keV fotoefektu na K slupce a proto ony značné rozdíly ve vypočítaných hodnotách.

9. Použití přístroje DP-86 k měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů

9.1 Energetická závislost citlivosti

Použitelnost přístroje DP-86 k měření dávkového příkonu záření gama v poli směsi štěpných produktů byla analyzována v práci⁶⁹ využitím monografie Guseva⁷⁰, která měla v době svého vzniku zásadní význam. Tato práce je zaměřena na výpočty ochranných vlastností stínících konstrukcí a obsahuje podrobné údaje o spektru záření gama štěpné směsi a jeho změně v průběhu tří let. Autor analyzoval složení štěpné směsi vzniklé ozařováním U^{235} během různé doby a extrapoloval jeho složení bezprostředně po jaderném výbuchu. Při výpočtu dávkového příkonu postupoval tak, že štěpné spektrum rozdělil do pěti skupin a pro každou skupinu vypočítal příspěvek k dávkovému příkonu:

Číslo grupy	1	2	3	4	5
Interval energií (MeV)	1,8 - 2,4	1,21 - 1,8	0,6 - 1,2	0,31 - 0,6	0,03 - 0,3
Efektivní energie E_{if} (MeV)	2,25	1,56	0,76	0,5	0,17
Rozptyl ΔE (MeV)	0,1	0,05	0,02	0,03	0,04

Tabulka 9: Rozdělení do intervalů energií

Efektivní energie E_{if} pro grupu i je definovaná vztahem:

$$E_{if} = \sum E_{ij} \cdot D_{ij} / D_i$$

Kde E_{ij} je energie radionuklidu j obsaženého v grupě i a D_{ij} odpovídající dávkový příkon, D_i je dávkový příkon radionuklidů grupy i . Jak plyne ze závěrů uvedených v této publikaci, hodnoty efektivních energií v rámci stanovených intervalů prakticky nezávisí na stáří směsi štěpných produktů a platí i pro směs štěpných produktů vzniklou bezprostředně po výbuchu jaderné zbraně. Časová změna rozptylu není v práci uvedena.

Pro jednotlivé grupy je vypočítán jejich relativní příspěvek (v procentech) k celkovému dávkovému příkonu záření gama. Tento relativní příspěvek je časově závislý, podívejme se na průběh závislosti pro směs štěpných produktů vzniklou ozařováním ^{235}U po dobu 30 dní.

E_{if}	0 d	1/24 d	1/12 d	1/4 d	½ d	1 d	2 d	3 d	6 d	10 d
2,25	14,1	13,4	12,2	8,02	4,9	3,2	2,9	2,9	3,0	2,9
1,56	21,6	20,7	20,4	19,6	19,8	22,4	26,2	29,4	36,2	36,8
0,76	43,3	43,8	44,0	44,9	46,0	46,8	46,0	44,0	35,8	36,0
0,50	11,6	11,6	11,8	12,1	12,8	13,8	14,0	15,0	17,0	16,5
0,17	8,7	10,5	11,6	15,4	16,5	13,8	10,9	8,7	8,0	7,8
ϵ_f	79,7	80,4	81,25	84	86,2	86,9	85,9	85,2	83,2	82,8

Tabulka 10: Změna poměrné citlivosti vlivem stárnutí směsi štěpných produktů

E_{if}	20 d	30 d	60 d	90d	120 d	200 d	360 d	720 d	1080 d	1800 d
2,25	2,6	2,5	1,3	0,7	0,53	0,77	2,3	8,4	5,2	1,2
1,56	39,3	37,6	17,3	5,6	1,7	0,33	0,3	0,92	1,5	0,34
0,76	36,1	41,0	69,0	85,9	92,3	95,7	93,8	78,8	84,7	95,8
0,50	16,2	13,5	6,0	2,11	0,9	0,6	1,7	7,4	5,7	1,9
0,17	5,8	5,6	6,4	5,7	4,6	2,6	1,9	4,5	2,9	0,76
ϵ_t	82,2	82,3	88,5	92,4	93,8	94,3	93,6	90,8	92,3	94,6

Tabulka 10 - pokračování

Na podkladě vypočítaných a měření získaných hodnot můžeme odhadnout relativní citlivost (vztaženou na ^{137}Cs a grupu i) detektorů Podhorník :

E_{fi} (MeV)	0,17	0,50	0,76	1,56	2,25
ϵ_i	0,85	1,25	0,95	0,56	0,28

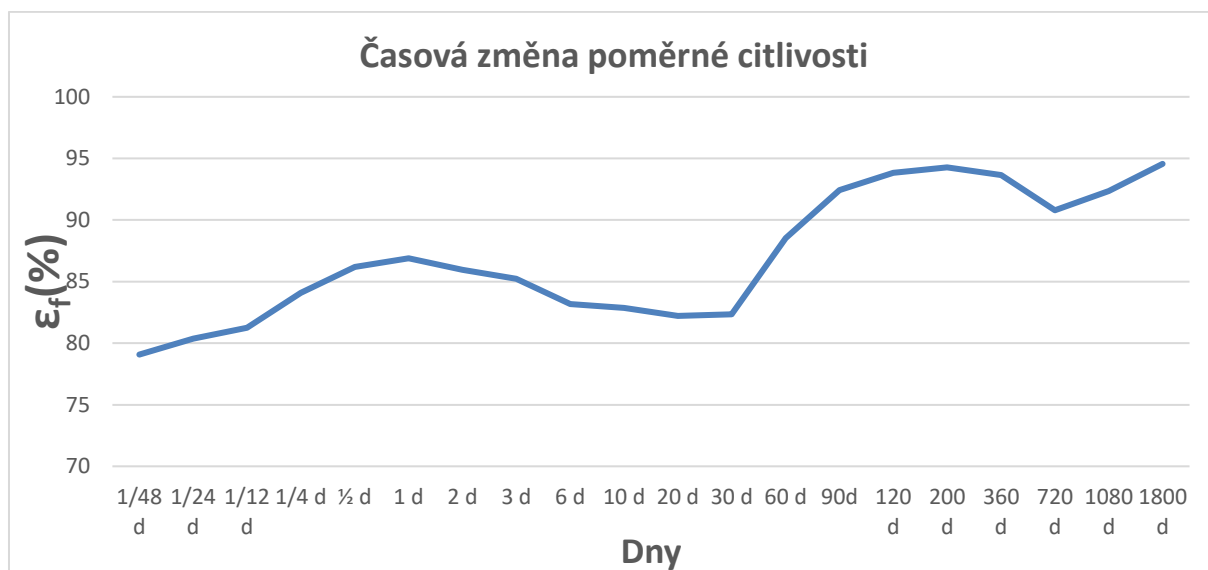
Tabulka 11: Hodnoty relativní citlivosti ϵ_{ai}

Nyní definujme poměrnou citlivost na směs štěpných produktů ϵ_f vzhledem k ^{137}Cs , kde D_{ip} je poměrný dávkový příkon v procentech:

$$\epsilon_f = \sum D_{ip} \cdot \epsilon_i$$

Průběh změny poměrné citlivosti ϵ_f v závislosti na stárnutí směsi štěpných produktů je na obrázku 11, bylo publikováno v⁷³:

Obrázek 11: Časová závislost poměrné citlivosti ϵ_f



9.2 Směrová závislost odezvy sondy

Přístroj DP-86 je určen k vyhodnocení kontaminace terénu, znalost směrové závislosti je tedy spolu se znalostí energetické závislosti detektoru nezbytným předpokladem ke správnému vyhodnocení naměřené hodnoty detektoru.. Tím se dostáváme do oblasti vypracování metodiky použití DP - 86, což představuje složitý úkol a vyžaduje samostatné řešení.

Na VÚ 070 byla ověřována úhlová závislost použitím bodového zdroje ^{137}Cs a ^{60}Co a měřena odezva při natočení osy sondy k směru dopadajícího svazku záření gama o 30° , 60° a 90° .

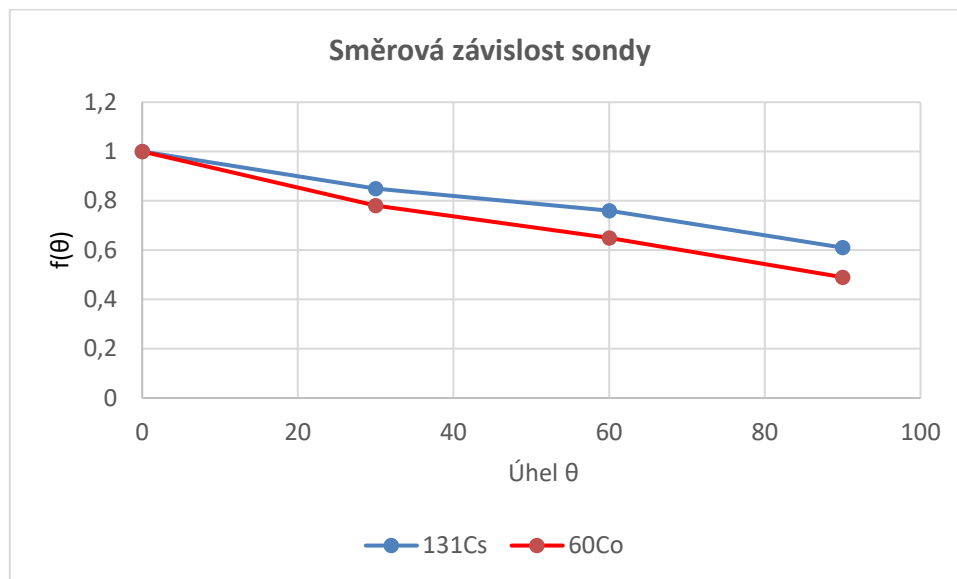
Výsledky jsou uvedeny v tabulce 12:

Úhel θ	0°	30°	60°	90°
^{137}Cs	1	0,85	0,76	0,61
^{60}Co	1	0,78	0,65	0,49

Tabulka 12: Směrová závislost

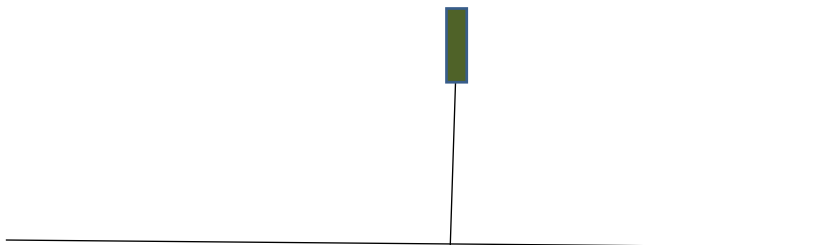
Tyto hodnoty lze pomocí lineárně extrapolovat funkcí $f(\theta)$ a zároveň lze pomocí této aproximace získat závislost r na θ vztahem $\theta = \arctg(h/r)$. Pro ^{137}Cs lze psát $f(\theta) = 0,994 - 0,0042 \cdot \theta$ a pro ^{60}Co $f(\theta) = 0,979 - 0,0055 \cdot \theta$. Bezprostředním cílem je vyhodnotit vliv směrové závislosti na odezvu detektoru při měření v terénu.

Obrázek 12: Směrová závislost sondy



Předpokládejme, že v rovnoměrně kontaminovaném terénu o kruhového tvaru o poloměru R a měříme dávkový příkon, přičemž sonda je držena kolmo k zemi ve výšce h .

Obrázek 13: Umístění sondy nad zemí ve výšce 50 cm



Za předpokladu směrové nezávislosti je naměřená hodnota F_n úměrná integrálu

$$F_n = \int_0^R 2\pi r \cdot dr / (r^2 + h^2)$$

A v případě směrové závislosti popsané funkcí $f(\theta)$ je naměřená hodnota F_z úměrná integrálu

$$F_z = \int_0^R 2\pi r \cdot f(\arctg(h/r)) \cdot dr / (r^2 + h^2)$$

Výpočet prvního integrálu je triviální, druhý integrál lze lehce počítat numericky přímo z definice integrálu dostatečně jemným dělením. Nyní definujme poměr F_z / F_n , který lze

považovat za poměr mezi naměřenou a skutečnou hodnotou. Pro různá R a h jsou tyto hodnoty uvedeny v tabulce:⁷³

h \ R	¹³¹ Cs				⁶⁰ Co			
	50 m	25 m	10 m	5 m	50 m	25 m	10 m	5 m
10 cm	0,72	0,73	0,76	0,78	0,62	0,64	0,67	0,70
20 cm	0,70	0,71	0,73	0,76	0,59	0,61	0,63	0,67
30 cm	0,69	0,70	0,72	0,73	0,58	0,59	0,62	0,64
40 cm	0,68	0,69	0,71	0,72	0,57	0,58	0,60	0,63
50 cm	0,67	0,66	0,69	0,72	0,56	0,58	0,59	0,62

Tabulka 13: Poměr F_z / F_n

Z vypočítaných hodnot lze učinit následující závěr:

Citlivost detektoru značně rychle klesá se zvyšováním hodnoty úhlu θ , což je způsobeno řadou faktorů: Náklonem clony a snížením počtu elektronů uvolněných mimo aktivní vrstvu, které přispívají ke vzniku impulzu, pouzdrem sondy i uložením detektoru v sondě. Jak bude ukázáno dále, stárnutím směsi odpovídá energetické spektrum třetí Gusevově grupě o efektivní energii 760 keV. Nelze vyloučit, že při měření v terénu nedosáhne naměřená hodnota ani 70% skutečné hodnoty.

10. Zkoušky spolehlivosti přístroje DP-86

Cílem zkoušek spolehlivosti bylo ověření požadavku definovaných v TTP pro polovodičové detektory Podhorník, odst. 5.5 Zkouška spolehlivosti.

Ke zkoušce bylo předloženo 31 kusů detektorů Podhorník 1 až Podhorník 4 (25 kusů pro průběžné vyhodnocování, 6 kusů náhradních), metodika a protokoly o zkoušce jsou obsaženy v Protokolech o zkouškách spolehlivosti⁷¹.

Podle této metodiky je celá zkouška rozdělena na tři cykly (doba trvání jednoho cyklu činila 400 hodin) při šesti zkušebních operacích v každém cyklu.

- *Zkouška pevnosti při působení vícenásobných rázů*
- *Zkouška pevnosti při působení sinusoidální vibrace*
- *Zkouška odolnosti při působení zvýšené vlhkosti vzduchu*
- *Zkouška odolnosti při působení snížené teploty*
- *Zkouška odolnosti při působení zvýšené teploty a provozu v normálních podmínkách*

Po každé operaci následovalo měření závěrného proudu za standardních klimatických podmínek s maximálně přípustnou hodnotou 200 nA. Po každém cyklu byla přeměřena citlivost detektorů, přičemž maximální přípustná odchylka od citlivosti detektoru při zahájení zkoušek činila 15%.

Použitá technická zařízení:

Zkouška pevnosti při působení vícenásobných rázů probíhala v Tesle Liberec použitím rázového stolu ST 800.

Ostatní zkušební operace probíhaly v Monokrystal Turnov použitím generátorů Tiravib 5142 (zkouška pevnosti při působení sinusoidální vibrace), mlžné komory Mitron K/W 1 (zkouška odolnosti při působení zvýšené vlhkosti vzduchu), klimatizační komory TTE 125/70 H (zkouška odolnosti při působení snížené teploty) a klimatizační komory HS 624 (zkouška spolehlivosti při působení zvýšené teploty a při provozu v normálních podmínkách). Zkoušky byly vyhodnoceny jako vyhovující a detektory byly uvolněny k zavedení do armády.

11. Přesnost vyhodnocení měření dávkového příkonu záření gama směsi štěpných produktů

Cílem této kapitoly je zanalyzovat přesnost výpočtu odezvy detektoru při měření dávkového příkonu. Už při pohledu na prezentované výsledky je nápadná shoda mezi výsledky získanými modelováním Monte Carlo použitím Moliérovoy teorie, aplikací Tabatovy teorie i experimentálním ověřením pro ^{60}Co . Důvody jsou dva:

Především skutečnost, že cílem výpočtu je relativní citlivost detektoru. Skutečně, stačí si uvědomit, že pokud by všechny dílčí výpočty byly zatíženy stejnou relativní chybou, pak by byla výsledkem přesná hodnota relativní citlivosti. To je ovšem nereálný předpoklad.

Definujme poměr

$$((p_{1E} + \Delta p_{1E} + w(p_{2E} + \Delta p_{2E}))(p_{1Cs} + w p_{2Cs})) / ((p_{1Cs} + \Delta p_{1Cs} + w(p_{2Cs} + \Delta p_{2Cs}))(p_{1E} + w p_{2E}))$$

kde index E znamená energii a Δ odchylku od správné hodnoty pro daný dílčí výpočet. Od tohoto poměru odečtíme 1, je zřejmé, že takto získaná hodnota charakterizuje výslednou chybu relativní citlivosti detektoru. Lehce se lze přesvědčit, že dosazováním různých hodnot odchylek pro dílčí výpočty je výsledná chyba výpočtu relativní citlivosti vícenásobně nižší.

Druhou skutečností je tvar úhlového rozložení elektronů uvolněných Comptonovým rozptylem: Uvažujme dopadající záření gama ve směru polárního úhlu $\theta = 0^\circ$. Pak energie elektronů se zvyšuje s klesajícím úhlem rozptylu elektronu. Lze zhruba odhadnout úhly θ_1 a θ_2 , přičemž prakticky všechny elektrony odražené pod úhlem menším než θ_1 dosáhnou aktivní vrstvy s požadovanou energií a všechny elektrony odražené pod úhlem převyšující θ_2 ji nedosáhnou. Chyba výpočtu se tedy vztahuje na pásmo mezi úhly θ_1 a θ_2 a snižuje se s rostoucí energií záření gama. Proto výpočítané hodnoty pro ^{60}Co odpovídají experimentální hodnotě s přesností několika procent. Platí pro oba způsoby výpočtu relativní citlivosti.

11.1 Přesnost výpočtu p_1

Pro výpočet byl použitý aproximovaný vztah pro lineární brzdnu schopnost, neboť se jedná o ztrátu energie přesahující 50 keV. Střední hodnota délky dráhy pro předání energie přesahující 50 keV je pro elektrony s energií přesahující 150 keV přibližně 130 μm . Jak plyne ze závěrů uvedených v kapitole 3, mnohonásobný rozptyl se na těchto vzdálenostech příliš neuplatňuje. To samozřejmě nelze říct o variabilitě ztráty energie, nicméně všechny výpočty jsou zatíženy stejnou relativní chybou ve výše uvedeném pásmu mezi úhly θ_1 a θ_2 .

11.2 Přesnost výpočtu p_2

- Oprávněnost použití Moliérový teorie

Oprávněnost použití určité teorie pro praktické výpočty vždy vychází z experimentálního ověření. Tuto podmínku je možné považovat za splněnou pro tenké folie, jak je ukázáno v kapitole 3 odkazem na práci³⁶. Nicméně z rozboru interakcí elektronů a záření gama v křemíku v daném energetickém rozsahu plyne možnost použití této teorie: Pokud jde o záření gama, tak ještě není nutné uvažovat tvorbu párů a pokud jde o elektrony, tak lze ještě zanedbat brzdné záření a nepružný rozptyl, který by vedl k tvorbě sekundárních elektronů.

Simulace obsahuje deset tisíc historií, číselným výsledkem každé historie je buďto nula (elektron nedosáhl aktivní vrstvy s energií přesahující 50 keV) nebo 1 (elektron dosáhl aktivní vrstvy s energií přesahující 50 keV). Na výstupu simulace se objeví součet všech jedniček, po vydělení počtem historií dostáváme výběrový průměr π , který by měl co nejpřesněji odpovídat hledané hodnotě p_{2M} . Dolní odhad a horní odhad pro hodnotu π na hladině významnosti 0,01 je dán vztahem roven $\pi \pm t_{0,995} \cdot (\pi(1 - \pi) / N)^{1/2}$, kde $t_{0,995}$ je kvantil Studentova rozdělení, vzhledem k vysokému N lze použít kvantil $u_{0,995}$ normálního rozdělení, tj. 2,576. Interval nabývá maximální hodnotu pro $\pi = 0,5$, dostáváme tedy $\pm 0,01288$.

Přesnost simulace je též ovlivněna kvalitou generátoru náhodných impulsů. Z tohoto důvodu byl ověřen výběrový průměr a výběrový rozptyl pro ^{60}Co a 30 simulací. Byly získány hodnoty 0,8177 a $1,67979 \cdot 10^{-5}$, což naznačuje nečekaně vysokou kvalitu generátoru náhodných pulzů.

- Oprávněnost teorie Tabaty

Tabatova teorie variability doletu elektronů je založena nejen na podkladě výsledků výpočtů, ale i experimentů. Je to tedy pravděpodobně nejpřesnější teorie. Pro danou úlohu se však nehodí vzhledem ke geometrii, k níž byla odvozena (předpokládá svazek rovnoběžných monoenergetických elektronů kolmo dopadající na desku zadané šířky). Nicméně vypočtené hodnoty poměrné citlivosti odpovídají naměřeným hodnotám z výše uvedených důvodů.

11.3 Přesnost výpočtu p_3

Tento výpočet předpokládá že každý elektron uvolněný v aktivním objemu fotoefektem ztratí energii přesahující 50 keV (samozřejmě pokud je jeho energie vyšší). K rozhodnutí o této aproximaci se opírá o tři důvody: Tvar úhlového rozdělení elektronů, jejich nízká energie a

tím vysoké hodnoty lineární brzdě schopnosti a určitá forma „elektronové rovnováhy“ na hranicích ochuzené vrstvy.

11.4 Přesnost výpočtu poměrné citlivosti při měření dávkového příkonu záření gama emitovaného směsí štěpných produktů

Pro přesnost výpočtu poměrné citlivosti je nutné zdůraznit, že složení směsi štěpných produktů vzniklé po jaderném výbuchu moderných jaderných zbraní podléhá režimu utajení. Důvod je vcelku zřejmý, že spektrum by bylo možné odvodit jejich konstrukční řešení a moderní jaderné zbraně již používají některé vyšší transurany (informace získaná v režimu utajení). Z tohoto důvodu je nutné přiznat, že získaná poměrná citlivost nemusí odpovídat skutečnosti.

12. Shrnutí a závěr

12.1 Vyhodnocení vytyčených cílů

Energetická závislost odezvy (relativní citlivost) detektoru Podhorník

Energetická závislost byla zjišťována experimentálně pro vybrané energie i výpočtem.

Výpočet byl proveden třemi způsoby: Použitím lineární brzdné schopnosti, modelováním transport elektronů použitím Moliérový teorie a použitím Tabatových aproximací variability doletu elektronů.

Z hlediska interakcí lze rozsah energií rozdělit do tří pásem:

První pásmo energií 50 keV - 140 keV: V tomto pásmu energií je odezva detektoru dána výhradně fotoefektem a výrazným, energeticky závislým zeslabením dopadajícího svazku fotonů olovenou clonou. Rozhodující vliv má „skokový“ průběh celkového účinného průřezu lineární brzdné schopnosti olova obsahujícím absorpční hranu 88 keV. V tomto pásmu je výpočet velmi přesný, to plyne z toho, že k odezvě detektoru přispívají nízkoenergetické elektrony uvolněné fotoefektem s krátkým doletem a tvar jejich úhlového rozložení.

Vypočítané hodnoty relativní citlivosti jsou zcela zanedbatelné, vyšší hodnotu dosahují pouze pro energie 80 a 88 (dolní limita) keV. Nicméně lze pozorovat nepříjemnou variabilitu naměřených hodnot předložených sond. To může být způsobeno variabilitou šířky aktivní vrstvy, u vysokých energií se tato variabilita již neprojevuje. Pokud jde o nesoulad mezi naměřenými a vypočítanými hodnotami, tak to musí být dáno spojitým spektrem rentgenova záření. V pásmu energií 88 keV až 150 keV prostě existuje „hluché pásmo“.

Nicméně celé první a druhé pásmo patří do první Gusevovy grupy a jeho příspěvek k dávkovému příkonu je nízký a časově omezený.

Druhé pásmo energií 140 keV - 300 keV: V tomto rozsahu energií již nastává příspěvek comptonovských elektronů, vliv fotoefektu se stává zanedbatelný. Zvláštní pozornost zasluhují energie 150 a 200 keV, kde je nutné vzít v úvahu jak fotoefekt, tak i comptonův rozptyl. Zde ovšem velmi záleží na přesnosti nastavení diskriminační úrovně.

Třetí pásmo energií 300 keV – 2000 keV: V tomto rozsahu energií má $K_0(E)$ „hladký“ průběh, zvyšuje se jak pravděpodobnost p_1 a zejména p_2 , od energií přesahujících 500 keV je nutné počítat i s niklovým pouzdem, jak bylo uvedeno v kapitole 3.

Ve třetím pásmu energií byly sondy měřeny pro monoenergetické zdroje ^{137}Cs (661 keV) a ^{60}Co (1170 a 1330 keV). Experimentálně získaná hodnota se liší od vypočítaných hodnot zcela marginálně v řádu procent.

Závislost odezvy na stárnutí směsi štěpných produktů

Na obrázku 11 jsou prezentovány hodnoty citlivosti na stárnutí směsi štěpných produktů. Přestože složení směsi štěpných produktů nemůže plně odpovídat skutečné směsi vzniklé po výbuchu moderních zbraní, ukazují výpočty významné podhodnocení při měření dávkového příkonu, neboť detektor je kalibrován na ^{137}Cs .

Variabilita citlivosti spojená se směrovou závislostí

Jak bylo ukázáno v kapitole 9, velmi významnou nepřesnost v měření dávkového příkonu způsobuje směrová závislost sondy. I velmi jednoduchý odhad naznačuje, jak bylo konstatováno v kapitole 9, že v závislosti na složení směsi štěpných produktů se může naměřená hodnota dávkového příkonu velmi odchylovat od skutečné hodnoty.

12.2 Poskytnutí návodu a detailního programu k modelování transportu elektronů

Existuje řada vynikajících monografií a publikací, které se detailně zabývají transportem nabitých i nenabitých částic. Právě tak již dnes existují špičkové programy transportu záření, které vlastní specializovaná pracoviště. Cílem kapitol 3 a 4 však bylo poskytnout pracovníkům v dozimetrii i v ostatních oborech, kteří nejsou specialisty v oboru, návod s použitím lehce dostupných prostředků k řešení úloh transportu elektronů. Tímto všeobecně dostupným prostředkem je Excel.

Sešit Excelu postačuje na práci s Tabatovou, Landauovou i Vavilovou teorií, v případě tenkých folií i na práci s Moliérovou a Goudsmit - Saundersonovou teorií. Pro širší vrstvy lze vypracovat jednoduchý program transportu podle Moliérové teorie ve VBA. V této práci je zveřejněn vlastní program na transport elektronů uvolněných zářeními gama. Je třeba zdůraznit, že tento poměrně jednoduchý program lze použít jen v pásmu energií záření gama v oblasti od desítek keV do 2 MeV. Jak bylo uvedeno, neprojevují se další interakce, které by algoritmus procesu programu podstatně zkomplikovaly.

12,3 Další faktory spojené s výrobou

Z řady vlivů spojených s výrobou, které mají vliv na variabilitu odezvy detektoru, lze uvést variabilitu spojenou s citlivostí detektoru na vybraný zdroj záření, jak bylo ukázáno v kapitole 9. Přímo ve výrobě byly vyřazeny detektory s odchylkou přesahující 15% při použití referenčního zdroje záření, přesto se v oblasti nízkých energií projevuje značná variabilita odezvy. Projevuje se i vliv variability šířky olověné clony (již desetina mm má významný vliv na zeslabení záření gama v této oblasti) a umístění detektoru pod olověnou clonou. Výpočty ukazují, že je nutné umístit detektor alespoň 2 cm pod olověnou clonou, aby nedošlo ke zkreslování výsledku rozptýleným gama zářením vzniklým v olověné cloně. Pokud jde o výrobu detektorů, tak by výrobce měl zajistit důkladné ověření procesu podle metodiky six sigma, zejména multiregresní analýzu a úplnou faktorovou analýzu, neboť v oblasti nízkých energií detektor projevil značnou variabilitu citlivosti.

12.4 Doporučení

Ze získaných výsledků plyne, že závislost odezvy přístroje DP - 86 na stáří směsi štěpných produktů není nijak kritická a překalibrováním detektoru (vynásobením naměřené hodnoty 1,25) lze dosáhnout citlivost měření od 100% do 119%. Podhodnocení vlivem úhlové závislosti odezvy je výraznější, ale po navrhovaném překalibrování bychom mohli dosáhnout 70% až 83% za podmínek uvedených. Místo překalibrování lze upravit pracovní návod.

Základní fyzikální veličiny a jednotky

E - Energie	$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-12} \text{ erg} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}$
λ - de Broglieova vlnová délka elektronu	h/p
a_0 - Bohrov poloměr	$r_0 = 5.291 \cdot 10^{-11} \text{ [m]}$
Z - Atomové číslo	Z
e - Charge of the electron	$e = 4.803 \cdot 10^{-10} \text{ CGSE} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}$
h - Planckova konstanta	$h = 6.625 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s}^{-1}]$
A - Atomová hmotnost	A
v - Rychlost elektronu	$3.108 \cdot ((E^2 + 261121)^{1/2} - 261121) / E \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}], E \text{ [keV]}$
N - Atomové číslo	$N, N_0 = 6.025 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$
p - Moment hybnosti elektronu	$5,337 \cdot 10^{-7} \cdot ((E^2 + 261121)^{1/2} - 261121) \text{ [kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}], E \text{ [keV]}$

Použitá literatura:

- [1] Kittel Ch., Introduction to Solid State Physics, John Wiley & Sons, Inc., 2004
- [2] Lenhard R., Fyzika polovodičů, Přejchod PN, PF MU Brno 2013, Strana 9
- [3] Pánek P. a kol., Fyzikální principy technologie výroby polovodičů PF MU Brno 2013
- [4] Lutz G., Semiconductor Radiation Detectors, Device Physics, Springer, Berlin 2007
<https://doi.org/10.1007/978-3-540-71679-2>
- [5] [Semiconductor materials for radiation detectors](#), Alan Owens, Journal of Synchrotron Radiation ISSN 0909 – 0495, 2005
- [6] Detektory RTG a gama záření na bázi polovodiče CdTe/CdZnTe, J. Pekárek diplomová práce. Fyzikální ústav UK Praha 2013
- [7] Room temperature semiconductor detectors for nuclear security
<https://doi: 10.1063/1.5091805>
- [8] Monte Carlo Transport of Electrons and Photons, Edited by T.M. Jenkins, W.R. Nelson and A. Rindi, Plenum Press, New York and London 1987
<https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1059-4>
- [9] Ivachenko V. et al., Incorporation of the Goudsmit–Saunderson electron transport

- Theory in the Geant 4 Monte Carlo Code, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B 267 (2009), Strana 3624–3632
<https://doi.org/10.1016/j.nimb.2009.09.015>
- [10] O Molierovskoj teorii mnogokratnogo rassejanija zarjažonnych častic i jeho kritike v posleduščije gody, A. A. Bedňakov, Fyzika elementarnych častic i atomnogo jadra. Moskva 2014
- [11] Monte Carlo Calculation of Electron Multiple Scattering in Thin Foils, D.Ch. Jensen, Thesis 1988, NPS Monterey, California.
- [12] Determining dose rate with a semiconductor detector - Monte Carlo calculations of the detector response, Charlotte Nordenfors, ISRN: FO A-R--99-01035-861 – SE
- [13] V. Sopko, B. Sopko, V. Pisa, J. Blazej, Radiation hardness of semiconductor single photon detection structure, <https://doi.org/10.1117/12.252104>
- [14] Virius M., Metoda Monte Carlo, ČVUT 2010
- [15] Dřimal J. a kol., Úvod do metody Monte Carlo, PF MU Brno, 2006
- [16] I.M.Sobol, Čislennye metody Monte Karlo, Nauka, Moskva 1973
- [17] R.Ch. Casella, Monte Carlo Statistical Methods, Springer 1999
<https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3071-5>
- [18] O. Klein, Y. Nishina, Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantenmechanik nach Dirac. In: Zeitschrift für Physik. 52, 1929, Strana 853–868, [doi:10.1007/BF01366453](https://doi.org/10.1007/BF01366453).
- [19] Dozimetrie ionizujícího záření, J. Šeda a kol., Praha 1983, Strana 32
- [20] On wave theory of the photoeffect, A. Komev, Strana 1
<https://arxiv.org/pdf/1206.3680.pdf>
- [21] The Theory of Photon-Impact Bound-Free Pair Production and Applications to Relativistic Heavy-Ion Collisions, Carsten Kallesø Agger, 1996, Strana 1
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.694.9742>
- [22] Nuclear and particle physics, W.S.C. Williams, Non relativistic quantum mechanics,
- [23] A.Z. Capri, Nonrelativistic Quantum Mechanics, World scientific publishing 2002
 Strana 433
<https://doi.org/10.1142/4712>

- [24] The Thomas - Fermi theory of atoms and expectation values of electron positions, I.K. Dmitrieva et al., hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00209513, Strana 1340
<http://dx.doi.org/10.1051/jphys:019820043090133900>
- [25] Mott N. F., Massey H.S,W. The Theory of atomic collisions, Strana 237
[https://doi.org/10.1016/0160-9327\(66\)90126-8](https://doi.org/10.1016/0160-9327(66)90126-8)
- [26] Luian T., ANALYTIC FITTING TO THE MOTT CROSS SECTION OF ELECTRONS, Radial. Phys. Chern. Vol. 45, No.2, pp. 235-245, 1995
[https://doi.org/10.1016/0969-806x\(94\)00063-8](https://doi.org/10.1016/0969-806x(94)00063-8)
- [27] Møller Ch., Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie, Strana 1
<https://doi.org/10.1002/andp19324060506>,
- [28] J.D, Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley&Sons,Inc.,New York 1975
 Strana 429
<https://doi.org/10.1002/piuz.19760070420>
- [29] Calculation of the total mass stopping power for electrons in some human body tissues in the energy range 0.01-1000 MeV, S.S.Kamoon, J.F. Mahdi, Iraqi Journal of Physics, Vol. 15, No 34, Strana 114
<https://doi.org/10.30723/ijp.v15i34.122>
- [30] Stopping-Power & Range Tables for Electrons, Protons, and Helium Ions, NIST, Physical measurements laboratory ESTAR, Free online on internet
<https://doi.org/10.6028/nist.ir.4999>
- [31] Zur Theorie der Streuung von, β -Strahlen, Gregor Wentzel, Muenchner Habilitationsschrift 1922. Strana 335
<https://doi.org/10.1002/andp.19223742103>
- [32] An Overview of the Transport Theory of Charged Particles, Radial. Phys. Chem. Vol. 41, No. 4/5, pp. 673—703, 1993, Strana 673
[https://doi.org/10.1016/0969-806x\(93\)90318-o](https://doi.org/10.1016/0969-806x(93)90318-o)
- [33] On the theory and simulation of multiple elastic scattering of electrons, J.M. Femindez-Varea et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B73 447-473, 1993, Strana 448

[https://doi.org/10.1016/0168-583x\(93\)95827-r](https://doi.org/10.1016/0168-583x(93)95827-r)

- [34] Multiple Scattering in an infinite Medium, H. W. Lewis, Department of Physics, University of California, Berkeley, California, 1950, Strana 527
<https://doi.org/10.1103/physrev.78.526>
- [35] Multiple Scattering of Electrons, S. Goudsmit and J. L. Saunderson, Physical Review, Vol. 57, 1940, Strana 24
<https://doi.org/10.1103/physrev.57.24>
- [36] Multiple Scattering of Electrons II, S. Goudsmit and J. L. Saunderson, Physical Review, Vol. 58, 1940 Strana 36
<https://doi.org/10.1103/physrev.57.552.2>
- [37] Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I, Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld Gert Moliere, Z. Naturforschung. 2a, 133—145 [1947] Strana 133
<https://doi.org/10.1515/zna-1947-0302>
- [38] Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II, Mehrfach- und Vielfachstreuung, Gert Moliere, Z. Naturforschung. 3a, 78—97 [1948], Strana 78
<https://doi.org/10.1515/zna-1948-0203>
- [39] A Monte Carlo Method for Calculations of the Distribution of angular Deflections due to Multiple Scattering, T. Mukoyama, Y. Watanabe, Bull. Inst. Chem. Res., Kyoto Univ., Vol. 56, No. 1, 1978, Strana 1
- [40] L. Landau, J. Phys. (USSR) 8 (1944) 201. Strana 1
- [41] Calculation of electron energy loss straggling, Younes Mejaddem et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B 173 (2001) 397±410
[https://doi.org/10.1016/s0168-583x\(00\)00428-6](https://doi.org/10.1016/s0168-583x(00)00428-6)
- [42] Energy loss measurements for charged particles in very thin silicon layers, S. Meroli et al.
<https://doi.org/10.1088/1748-0221/6/06/p06013>
- [43] T. Tabata, R. Ito, Nucl. Instr. and Meth. 158 (1979) 521.
- [44] O. Blunck, S. Leisegang, Z. Phys. 128 (1950) 500.
<https://doi.org/10.1007/bf01330032>

- [45] P.V. Vavilov, J. Exp. Theoret. Phys. (USSR) 5 (1957) 749.
- [46] A.F. Makhov, Fiz. Tverd. Tela 2 (1960), Strana 2161 [English transl.: Soviet Phys.-Solid State 2 (1961) 1934
- [47] B. N. S. Rao, Nucl. Instr. and Meth. 44 (1966), Strana 155
[https://doi.org/10.1016/0029-554x\(66\)90456-3](https://doi.org/10.1016/0029-554x(66)90456-3)
- [48] A generalized empirical Equations for the transmission coefficients of electrons, T. Tabata, R. Ito, Nuclear Instruments and Methods, 127 (1975), Strana 429
[https://doi.org/10.1016/s0029-554x\(75\)80016-4](https://doi.org/10.1016/s0029-554x(75)80016-4)
- [49] Beránek, J. Křemíkový detektor částic ionizujícího záření
- [50] Škubal J., Disertační práce, FJFI ČVUT Praha 1984
- [51] Šeda J., Frank H., Trousil J., Výzkumná zpráva Z 5/18, FJFI ČVUT 1973
- [52] Frank H. a kol., Výzkuná zpráva Z333 005 – 02, FJFI ČVUT 1977.
- [53] Frank H. Doktorská disertační práce, Praha 1979.
[https://doi.org/10.1016/0038-1101\(84\)90120-5](https://doi.org/10.1016/0038-1101(84)90120-5)
- [54] Frank H., Ueber die Moeglichkeiten einer Erhoehung der Epfindlichkeit von Neutronendetektoren auf Si-Basis. Kernenergie, 24, 8, 1981, Strana 306
- [55] De Cosnac et al., Mesure Des Flux de Neutron Rapides du Moyen de Diodes en Silicum Sensibles aux Dommages, CEA-conf., 1967, 1968. Strana 97
<http://dx.doi.org/10.1051/rphysap:019660010209700>
- [56] Severa L., Hutyra F., Jaderná energie, 27, 1981, Strana 12
- [57] Prouza Z. a kol., Report ÚBNM 5/83, ÚBNM FVL UK, Praha 1983 Strana 1
- [58] Heřmanská I. A kol., Měření dozimetrických svazků cyklotronu U 120 M, část II, Report ÚBNM 5/83, ÚBNM FVL UK, Praha 1983, Strana 1
- [59] Frank H. a kol. Výzkumná zpráva Z 333 005-02, FJFI ČVUT Praha 1980, Strana 24
- [60] Frank H., Šnajder V., Principy a vlastnosti polovodičových součástek, SNTL 1976
- [61] Schroeder D. K., Effective Lifetimes in High Quality Silicon Devices, Solid States Electronics, V 27, 1974, Strana 247
- [62] Sze S. M., Semiconductors devices, Physics and Technology, Wiley, New York, 1982
- [63] Sopko B., Závěrečná výzkumná zpráva k DÚ 02, FJFI ČVUT 1978.

- [64] Vít V. a kol., Závěrečná výzkumná zpráva k úkolu Podhorník, Monokrystaly Turnov 1988.
- [65] NIST XCOM: Photon Cross Section Data for Lead
- [66] Photon Cross Sections, Attenuation Coeffitients, and Energy Absorbtion Coeffitients, from 10 keV to 100 GeV. NSRDS
- [67] Píša V., Dozimetrie směsných polí n + gama pomocí organických scintilátorů, Diplomová práce, FJFI ČVUT, Praha 1978
- [68] Píša V., Měření energetické závislosti sondy přístroje DP-86, VÚ 070, 1990
- [69] Píša V., Vyhodnocování energetické závislosti sondy přístroje DP-86, VÚ 070, 1991.
- [71] Píša V., Protokoly o zkouškách spolehlivosti detektorů Podhorník, VÚ 070, 1991
- [66] V. Sopko, B. Sopko, D. Chren, J. Dammer and V. Píša, Study of the development of defects in Si PIN diodes exposed to 23 GeV/c protons, JINST_043P_1114.pdf, 2015
- [70] Gusev N. G., Zaščita ot gama izlučenija produktov dělenija, Atomizdat, Moskva 1968.
- [72] Semiconductor materials and radiation detection, A. Owens, J, Synchrotron Radiation, 2005
<https://doi.org/10.1107/s09090495050333119>
- [73] Píša V., Sopko B., Sopko V., Application of semiconductor detectors for dose rate measurement of fission products, AIP Conference, Proceedings **2411**,080010, 2021
<https://doi.org/10.1063/5.0067384>

Seznam publikací autora této práce vztažených k disertační práci

- [68] Píša V., Měření energetické závislosti sondy přístroje DP-86, VÚ 070, 1990
- [69] Píša V., Vyhodnocování energetické závislosti sondy přístroje DP-86, VÚ 070, 1991
- [71] Píša V., Protokoly o zkouškách spolehlivosti detektorů Podhorník, VÚ 070, 1991
- [13] V. Sopko, B. Sopko, V. Píša, J. Blazej, **Radiation** hardness of semiconductor single photon detection structure, 2019
<https://doi.org/10.1117/12.2521042>
- [73] Píša V., Sopko B., Sopko V., Application of semiconductor detectors for dose rate measurement of fission products, AIP Conference,

Proceedings **2411**,080010, 2021

<https://doi.org/10.1063/5.0067384>