

I. IDENTIFIKAČNÍ ÚDAJE

Název práce:	Modelování populační dynamiky pomocí ODR
Jméno autora:	Daniel Rodr
Typ práce:	Bakalářská práce
Fakulta/ústav:	FS
Katedra/ústav:	12101 – ústav technické matematiky
Oponent práce:	Mgr. Hynek Řezníček
Pracoviště oponenta práce:	FS ČVUT, 12101 – ústav technické matematiky

II. HODNOCENÍ JEDNOTLIVÝCH KRITÉRIÍ

Zadání	náročnější
<i>Hodnocení náročnosti zadání závěrečné práce.</i>	
Zadání považuji za náročnější, protože studenti na strojní fakultě jsou spíše vedeni k praktickému využití matematiky a úplně nejsou školeni ve vedení důkazů a psaní matematického textu. Tyto dovednosti si musel student nově osvojit. Jinak je ale práce korektně zadaná a myslím, že rozsahem odpovídá zadání jiných bakalářských prací.	

Splnění zadání	splněno s menší výhradou
<i>Posuďte, zda předložená závěrečná práce splňuje zadání. V komentáři případně uveďte body zadání, které nebyly zcela splněny, nebo zda je práce oproti zadání rozšířena. Nebylo-li zadání zcela splněno, pokuste se posoudit závažnost, dopady a případně i příčiny jednotlivých nedostatků.</i>	
Oceňuji matematický zápis a pečlivé vedení důkazů v kapitolách 3 a 4, kde autor analyzuje logistickou funkci a threshold model. Škoda, že stejná pečlivost není věnována kapitole 2 (úvod do ODR), nebo podkapitole 5.5 (bifurkace threshold modelu), tady bych měl k zápisu menší výhrady (viz dále). Autor uvádí příklady z vývoje populací obyvatel v Belgii a USA nebo z vývoje populace ohroženého Kondora kalifornského, čímž splnil zadání.	

Zvolený postup řešení	správný
<i>Posuďte, zda student zvolil správný postup nebo metody řešení.</i>	

Odborná úroveň	C
<i>Posuďte úroveň odbornosti závěrečné práce, využití znalostí získaných studiem a z odborné literatury, využití podkladů a dat získaných z praxe.</i>	
Od matematické bakalářky bych čekal pečlivější zavedení pojmů – hlavně kapitola 2 obsahuje nepřesnosti, nekonzistentní značení a dokonce nepravdy. Více viz dále	

Formální a jazyková úroveň, rozsah práce	D
<i>Posuďte správnost používání formálních zápisů obsažených v práci. Posuďte typografickou a jazykovou stránku.</i>	
Typograficky OK; jazykově je to někdy kostrbaté, ale OK; K formální stránce (kam zařazuji i matematický formalismus) mám výhrady. Jinak ale forma práce byla dodržena.	

Výběr zdrojů, korektnost citací

B

Vyjádřete se k aktivitě studenta při získávání a využívání studijních materiálů k řešení závěrečné práce. Charakterizujte výběr pramenů. Posuďte, zda student využil všechny relevantní zdroje. Ověřte, zda jsou všechny převzaté prvky řádně odlišeny od vlastních výsledků a úvah, zda nedošlo k porušení citační etiky a zda jsou bibliografické citace úplné a v souladu s citačními zvyklostmi a normami.

U online zdrojů chybí datum, ke kterému byl udán web aktuální (nebo chybí odkaz na garantovaný archiv). Třeba zdroj [24] jsem na udaném odkazu již nenalezl. Nicméně všechny [online] odkazy jsou na důvěryhodné zdroje a lze je dohledat.

Ostatní citace a práce se zdroji odpovídá standardům odborného textu (včetně práce s cizojazyčnou literaturou).

Další komentáře a hodnocení

Vyjádřete se k úrovni dosažených hlavních výsledků závěrečné práce, např. k úrovni teoretických výsledků, nebo k úrovni a funkčnosti technického nebo programového vytvořeného řešení, publikačním výstupům, experimentální zručnosti apod.

Škoda, že není uvedené, pomocí kterých programů byly výsledky zpracovány (a hlavně vykresleny).

Nalezené chyby a připomínky:

- anglický abstrakt: logistic function (máte tam s navíc)
- Tab1: Řekl bych, že tam má být popisek Fibonacciho *posloupnost* (ne řada)
- kap 1.2 (pod rcí 1.3) ...se podrobněji zabýval *tím*, jak do rovnice ...
- kap. 1.3 ... což *bylo* pravděpodobně poprvé, kdy se model *používal* pro posouzení ...
- kap. 1.3 V nadpisu kapitoly jsou spalničky, ale v kapitole se mluví výhradně o neštovicích.
- kap. 1.4 ... popisuje uvěznění lidstva pomocí 2 zákonů. (podle mě nešťastně formulováno)
- kap. 1.4 ... dříve nebo později bude (populace) *vymírat* (jak už není z pohledu mat. modelu důležité)
- kap. 1.5 ... Queteleta, jenž ~~í~~ navazoval ...
- kap. 1.5 (pod rcí 1.10) Také platí, že křivka ... ?? není jasné která křivka, asi $y = P(t)$.
- kap. 1.5 Pro Belgie určil $r = 2.62\%$? tedy $r = 2.62$ nebo $r = 0.0262$
- obr. 1: Chybí popisky os (vertikální bude v milionech obyv.), také obr. 1 není nikde zmíněn v textu -

Obecně se moc na obrázky neodkazujete v textu

- pravá strana rce 1.15: $y = y(x_1, x_2)$
- kap. 1.6 (pod rcí 1.15) ... kdy se pro derivování *podle času* užívá tečka ...
- kap. 2.1 ...neznámou funkcí, jejími derivacemi a ~~zpravidla~~ jednou nezávisle proměnnou.
- kap. 2.1 okrajové jsou zadány v krajních bodech intervalu *pro nezávisle proměnnou*
- def. 2.1.1 ...nazýváme obyčejnou diferenciální rovnicí ~~n~~ řádu n
- **kap. 2.1** (pod def 2.1.2) Navíc je zřejmé, že i nelineární homogenní rovnice budou mít

vždy triviální řešení. !! to přeci obecně není pravda

např. pro homogenní ODR $y' - \ln y = 0$ určitě $y=0$ řešením nebude

- kap. 2.2 (rce 2.5) chybí zavedení funkcí $H(y)$ a $G(y)$,
- rce. 2.6 Co když inverze k $H(y)$ nebude existovat?
- kap. 2.2 (pod rcí 2.6) není řečeno, kde to nalezené řešení existuje (pro jaké oblasti).
- kap. 2.3 rovnovážný stav. K takovému stavu dříve či později dospějí všechna řešení dané rovnice ??

Opravdu, a co když je rovnovážný stav nestabilní?

def. 2.3.1 mluví o stacionárním bodu, ale dále je používáno pojmu stacionární řešení. Není jasné, jestli je to totéž.

def. 2.3.2 předtím jste měl $y = y(x)$ (y jako funkci x), najednou máte $y = y(t)$ (funkci t)

není to špatně, jen je to nekonzistentní a čtenáře to může mást

- obr. 3 pokud jste graf vykresloval V_y , není jasné odkud jste vzal data (z odkazu [15]?)
- kap. 3.2 (nadpis): ~~Řešení~~ Analýza logistické funkce
- rce. 3.11 – 3.14 V podmínkách nemá být absolutní hodnota

(pochybuji, že výsledek absolutní hodnoty může být záporný)

- důkaz k Tvzení 3.3.4 : z předpokladu není jasné že $P(t) < K$ (Vy máte jen zaručeno, že poč. stav splní tuto podmínku)
 - rce. 4.3 a 4.4 Řekl bych, že tam chybí absolutní hodnota
 - kap. 4.3 ... která je časovou derivací funkce $dP/dt = f(P)$, kde je $P(t)$ vyjádřenou explicitně pomocí P jako proměnné.
 - kap. 4.3. (pod rcí 4.12) ... můžeme tedy vykreslit graf $y = F(P)$ stejně jako u každé jiné funkce 1. proměnné.
 - obr. 9 vertikální osa: $F(y) y = F(P)$ popisek: (3.1.) je rovnice, nikoliv funkce !
 - rce. 4.13 a 4.14 má být klesající (a ne nerostoucí)
 - v důkazu tvrzení 4.3.3 (rce 4.17) chybí krok – já potřebuji mít druhou derivaci kladnou pro všechna P , ne jen pro počáteční stav P_0
 - rce. 4.20
$$-3P^2 + 2P(K+T) - KT = 3(P - P_1)(P_2 - P)$$
 - obr. 10 chybí popisky os
 - obr. 11 Není jasné, proč jsou diskrétní modely zobrazeny spojitou čarou (a ke se vzaly hodnoty mezi diskrétními stavy)
 - obr. 12 popisek: Pro vysoké hodnoty r se je model (5.2) neustálený ...
 - obr. 16 a 17 nejspíš jsou pro rcí 5.4 (rce 5.3 neobsahuje parametr a)
 - kap. 5.3 (pod obr. 16) Všimněme si, že záporné znaménko derivace způsobí ...
- rce 5.4. žádnou derivaci neobsahuje, tohle je dost matoucí.
- rce. 5.15 má podle mě být dP/dt Nebo chybí vysvětlení, proč by se mělo derivovat podle parametru T
 - **kap. 5.5.** Chtělo by to podrobnější popis (včetně odkazu, kterou rovnici konkrétně analyzujete). Navíc threshold model analyzujete podle parametru r , ale pro bod P_{p3} používáte parametr $lambda$, který nemáte nikde zavedený. Nebo to odpovídá chování logistické funkce? - chtělo by lépe vysvětlit.
 - Bifurkační diagramy: Obecně mi není jasné, jak jste je vykresloval bifurkační diagramy (na to Vám chybí v práci analýza chování stacionárních bodů po změně). Pokud jsou to převzaté obrázky, tak Vám chybí citace.

III. CELKOVÉ HODNOCENÍ, OTÁZKY K OBHAJOBĚ, NÁVRH KLASIFIKACE

Shrňte aspekty závěrečné práce, které nejvíce ovlivnily Vaše celkové hodnocení. Uvedte případné otázky, které by měl student zodpovědět při obhajobě závěrečné práce před komisí.

Začnu tím pozitivním, velice se mi líbí provedená analýza logistické křivky a threshold modelu včetně ukázky na názorných příkladech (populace obyvatel nebo Kondorů). Rešeršní část práce je také obstojná a poučná. Obzvláště v dnešní době, kdy ještě doznívá debata o prospěšnosti očkování, je milé připomenout Bernoulliho závěry ohledně očkování.

Bohužel k hodnocení patří i to negativní, co jsem v práci objevil. Jedná se především o matematicky nedbalý přístup k úvodu do ODR včetně nepravdivých zobecnění, nebo vágních závěrů aniž by si autor dal práci s vyjmenováním předpokladů. Také vykreslování grafů bifurkačních diagramů by si podle mého zasloužilo větší pozornost a hlubší analýzu.

Vzhledem k náročnějšímu zadání (zmněno výše) a tomu, že se jedná o autorovu prvotinu jsem přesvědčený, že práce obstojí se ctí. Proto

Předloženou závěrečnou práci hodnotím klasifikačním stupněm **C A doporučuji k obhajobě.**

Otázky k obhajobě:

1. Podle čeho Bernoulli vyhodnotil očkování jako výhodné? Lze to nějak jednoduše matematicky ukázat (nejspíš z Vaší rce 1.7) nebo je to ještě příliš komplikované?
2. Jak je to s nehomogenními nelineárními ODR 1. řádu - bude triviální řešení existovat vždy? Připomínám nelin. homog. rovnici $y' - \ln y = 0$ (zkuste najít obl. Existence řešení)
Případně lze odvodit existenci triviálního řešení aspoň pro některé případy?
3. Můžete lépe popsat, jak jste vykreslil bifurkační diagram pro logistickou rovnici? Jinými slovy jak jste došel k obr. 18 (případně jaký software jste k tomu používal).

Datum:

Podpis: H.Ř.