



Posudek školitele na diplomovou práci

studenta Matematického inženýrství Bc. Nielse van der Meera

"Mathematical Modelling in Electrophysiology"

Předkládaná práce vznikla v rámci vývoje matematických modelů v biomedicínské oblasti dané spoluprací s Institutem klinické a experimentální medicíny v Praze a INRIA v Paříži. Cílem práce bylo využít reakčně-difuzních rovnic k popisu vzniku a šíření elektrických signálů v excitovatelném prostředí, zohlednit jeho křivočarou geometrii, osvojit si matematické postupy pro analýzu a numerické řešení takového matematického modelu.

V první části práce student shrnuje principy šíření signálu v excitovatelném prostředí myokardu a souvislosti s diagnostikou onemocnění. V další části se podrobněji věnuje matematickým modelům šíření signálu v excitovatelném prostředí se soustředěnými a rozprostřenými parametry. Mezi tyto modely patří FitzHugh Nagumův reakčně difuzní model, případně podrobné modely jedné nebo dvou oblastí. Autor rovněž zmiňuje perspektivy výzkumu této problematiky.

V další části se autor věnuje reakčně difuznímu modelu FitzHugh Nagumova typu. Pro potřeby analýzy systému formuluje slabé řešení. Pomocí principu invariantních regionů zjistí vhodné vlastnosti řešení rovnic. Semidiskrétní diferenční schéma umožňuje konstrukci slabého řešení jako limity semidiskrétních řešení. Dokázána je též jeho jednoznačnost. Významným výsledkem je využití principu invariantních regionů pro semidiskrétní schéma a získání apriorních odhadů pro jeho řešení.

Novým příspěvkem diplomové práce je rovněž odvození divergenční věty na ploše pro potřebu formulace zákona zachování podél plochy představující myokard. Pro tyto potřeby autor dokazuje přímočaře potřebné vztahy a formuluje FitzHugh Nagumův model

na ploše. Pro tento model navrhuje rovněž semidiskrétní schéma, které pak používá ve výpočetních studiích.

Závěrečná část obsahuje kvantitativní výsledky ukazující konvergenci numerického řešení vyhodnocené pomocí experimentálního řádu konvergence a kvalitativní studie ukazující chování řešení v rovině a na plochách s důrazem na vliv excitovatelného prostředí na šíření signálu.

Na dané tématice pracoval autor do značné míry samostatně, aktivně využil doporučené literatury, dalších informačních zdrojů a vlastních zkušeností získaných v průběhu studia. V práci dosáhl zajímavých a hodnotných vlastních výsledků. Za zmínku stojí důkaz konvergence semidiskrétního schématu pomocí invariantních regionů, zformulování a řešení úlohy na ploše. Výpočetní výsledky jsou přehledně uspořádány a představují užitečný přehled o chování řešení vzhledem ke geometrii ploch. Autor tak prací na daném tématu přispěl k osvojení dané problematiky na školícím pracovišti a položil základ pro vznik společných odborných publikací.

Do diskuse v rámci obhajoby předkládám autorovi následující otázku:

Jaká je výpočetní náročnost pro studie v rovině a na plochách netriviálního tvaru?

Práci považuji za cenný příspěvek v dané problematice. Práce je řádně zpracována na odpovídající odborné a grafické úrovni. Proto navrhuji známku A výborně.

Michal Beneš

(katedra matematiky)

Dne 21. května 2022