

**KATEDRA  
ELEKTROENERGETIKY**

**ČESKÉ VYSOKÉ  
TECHNICKÉ V PRAZE**

**UČENÍ**



**FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
DISIPACE SKUPENSKÉHO TEPLA  
NA DESCE PLOŠNÉHO SPOJE  
PŘI PÁJENÍ PŘETAVENÍM**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**KVĚTEN 2022**

**DOMINIKA  
DUSÍKOVÁ**





# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Dusíková** Jméno: **Dominika** Osobní číslo: **474459**  
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**  
Zadávající katedra/ústav: **Katedra elektroenergetiky**  
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**  
Specializace: **Elektroenergetika**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Disipace skupenského tepla na desce plošného spoje při pájení přetavením**

Název diplomové práce anglicky:

**Latent heat dissipation in printed circuit boards for reflow soldering**

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se s technologií pájení přetavením a proveďte rešerši relevantních materiálových parametrů (zejména tepelná vodivost a kapacita)
- 2) Modelujte uvolňování skupenského tepla v pájecí plošce během chladnutí po přetavení. Uvažujte vedení tepla mezi pájecími ploškami a konvekci v okolním vzduchu. Využijte metodou konečných prvků (trojrozměrný model pomocí Comsol Multiphysics).
- 3) Porovnejte změny teploty na vybraných pájecích ploškách během tuhnutí pájky.
- 4) Porovnejte výsledky simulací s dostupnými naměřenými daty.
- 5) Odhadněte vliv uvolňování latentního tepla na pájení součástek BGA (ball grid array).

Seznam doporučené literatury:

- [1] MACH P., SKOČIL V., URBÁNEK J.: Montáž v elektrotechnice, ČVUT Praha, 2001
- [2] Pietriková A., Ďurišin J., Mach P.: Diagnostika a optimalizácia použitia ekologických materiálů pre vodivé spájanie v elektronike, Fakulta elektrotechniky a informatiky Technickej university v Košiciach, Košice 2010, ISBN: 978-80-553-0447-2
- [3] Dušek K., Stancu C., Notingher P.V., Mach P.: Temperature distribution in solder joints during melting and solidification. Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 2015 9th International Symposium on 2015 May 7 (pp. 500-506). IEEE.
- [4] Dušek K., Stancu C., Notingher P.V., Mach P., Plaček M.: Experimental and Numerical Analysis of Melting and Solidification of SnAgCu Joints. IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology. 2016 Sep;6(9):1445-55.
- [5] Dušek K., Zahradník V., Veselý P., Bušek D. and Plaček M.: Released of Latent Heat from Solder Joints to Surrounding During Solidification of Solder Alloy - Experimental Study, 42nd International Spring Seminar on Electronics Technology (ISSE), 2019, pp. 1-4, doi: 10.1109/ISSE.2019.8810199.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**Mgr. Jan Zemen, Ph.D. katedra elektrotechnologie FEL**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **10.02.2022** Termín odevzdání diplomové práce: \_\_\_\_\_

Platnost zadání diplomové práce: **30.09.2023**

Mgr. Jan Zemen, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.  
podpis děkana(ky)



## PODĚKOVÁNÍ

---

Především bych ráda poděkovala vedoucímu práce Mgr. Janu Zemenovi, Ph.D. za vstřícné a odborné vedení této diplomové práce. Dále bych ráda poděkovala panu Ing. Tomáši Tichému, který mi rovněž věnoval spoustu cenných rad. V neposlední řadě bych ráda poděkovala katedře elektrotechnologii za poskytnutí modelovacího programu.

Na závěr bych také chtěla poděkovat mé rodině, která mi byla oporou po celou dobu studia.

## PROHLÁŠENÍ

---

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 20. května 2022

.....

## ABSTRAKT

---

Tato diplomová práce se zaměřuje na matematický model disipace skupenského tepla na desce plošného spoje při pájení přetavením. Teoretická část práce je rozdělena do tří tematických okruhů. První část se zabývá typy pájek, metodami pájení a defekty, jež mohou během pájení vzniknout. Druhá část se zabývá šířením tepla a třetí část popisuje FEM metodu, kterou modelovací prostředí používá pro řešení rovnic.

Praktická část práce se zabývá vytvořeným matematickým modelem a porovnáním výsledků získaných z modelu s dostupnými experimentálními daty. Na závěr je diskutován vliv termočlánků používaných pro měření experimentálních dat.

**Klíčová slova:** Pájení, Pájení přetavením, latentní teplo, FEM model

## ABSTRACT

---

This diploma thesis is focused on mathematical modelling of latent heat dissipation in a printed circuit board during reflow soldering. The theoretical part of the thesis is divided into three chapters. The first part deals with solder types, soldering methods and defects which may occur during the soldering process. The second part discusses heat propagation, and the third part describes the FEM method used to solve the heat equation.

The practical part of the thesis includes the development and numerical solution of mathematical model and comparison of the results with available experimental data. Finally, the impact of thermocouples on the temperature measured locally in each pad will be shown.

**Keywords:** Soldering, Reflow soldering, Latent heat, FEM modelling

# OBSAH

---

<b>ÚVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>KAPITOLA 1: PÁJENÍ</b> .....	<b>2</b>
<b>1.1 TYPY PÁJEK</b> .....	<b>2</b>
1.1.1 Měkké pájky.....	2
1.1.2 Tvrdé pájky.....	4
<b>1.2 TAVIDLA</b> .....	<b>4</b>
<b>1.3 TECHNOLOGIE PÁJENÍ</b> .....	<b>5</b>
1.3.1 Ruční pájení.....	5
1.3.2 Strojové pájení.....	5
<b>1.4 LATENTNÍ TEPLA</b> .....	<b>13</b>
<b>KAPITOLA 2: MATERIÁLOVÉ KONSTANTY</b> .....	<b>14</b>
<b>KAPITOLA 3: ŠÍŘENÍ TEPLA</b> .....	<b>15</b>
<b>3.1 RADIACE - TEPELNÉ ZÁŘENÍ</b> .....	<b>16</b>
<b>3.2 KONDUKCE - VEDENÍ TEPLA</b> .....	<b>18</b>
<b>3.3 SDÍLENÍ TEPLA KONVEKČÍ</b> .....	<b>21</b>
<b>KAPITOLA 4: METODA KONEČNÝCH ELEMENTŮ (FEM)</b> .....	<b>23</b>
<b>KAPITOLA 5: POPIS MODELU</b> .....	<b>27</b>
<b>5.1 GEOMETRIE</b> .....	<b>27</b>
<b>5.2 MATERIÁLY</b> .....	<b>28</b>
<b>5.3 MESH</b> .....	<b>28</b>
<b>5.4 MODELOVÁNÍ LATENTNÍHO TEPLA</b> .....	<b>29</b>
<b>KAPITOLA 6: FEM – VÝSLEDKY</b> .....	<b>31</b>
<b>6.1 EXPERIMENT</b> .....	<b>31</b>
<b>6.2 VÝSLEDKY A POROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH KOMBINACÍ</b> .....	<b>31</b>
6.2.1 Pájka na padu 1.....	32
6.2.2 Pájka na padech 3 a 5.....	34
6.2.3 Pájka na padech 1, 3 a 5.....	36
6.2.4 Pájka na padech 1,2, 3 a 5.....	37
6.2.5 Pájka na všech padech.....	40
<b>6.3 VLIV MĚŘENÍ TEPLoty TERMOČLÁNKY NA TEPLotNÍ VÝKYV</b> .....	<b>42</b>
<b>KAPITOLA 7: VLIV UVOLŇOVÁNÍ LATENTNÍHO TEPLA NA PÁJENÍ SOUČÁSTEK BGA</b> .....	<b>44</b>
<b>7.1 SEZNÁMENÍ S PROBLEMATIKOU</b> .....	<b>44</b>
<b>7.2 ODHAD GENEROVANÉHO MECHANICKÉHO NAPĚTÍ</b> .....	<b>44</b>
<b>7.3 DISKUZE</b> .....	<b>45</b>
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>46</b>
<b>LITERATURA</b> .....	<b>47</b>





## ÚVOD

Pájení je jednou z nejdůležitějších technologií určenou ke spojování kovů, konkrétně v elektronice je používána k upevnování součástek na desce plošných spojů. Vzhledem k rozšiřitelnosti elektroniky v dnešním světě je zapotřebí zaručit bezpečnost a kvalitu zařízení. Právě proto je důležité se věnovat technologiím používaným již při sestavě zařízení, kam pájení bez diskuse patří. Abychom mohli označit spoj za kvalitní musí mít dobré elektrické i mechanické vlastnosti. Zároveň by použitá pájka měla vyhovovat současným legislativním požadavkům na ekologičtější životní prostředí. Bezolovnaté pájení je však náročnějším procesem a nese s sebou další spoustu otázek na které je třeba hledat odpovědi.

V této diplomové práci bude popsán teplotní model vychládající pájky poté co došlo k pájení přetavením. Tento proces obecně vyžaduje vysokou teplotu pro vytvoření elektrického spojení. Osazená deska s plošnými spoji musí projít takto vysokou teplotou, aby došlo k přetavení. Pro bezolovnaté pájení se teplota pohybuje až ke 250 °C. Tepelné namáhání během pájení přetavením iniciuje termomechanické namáhání celé desky plošných spojů. Dalším aspektem, ke kterému během chlazení dojde je změna fáze pájky, která je běžně doprovázena uvolněním latentního tepla. Množství uvolněného tepla pak může vést k jevu rekalescence.

V teoretické části práce jsou sepsány typy pájek, technologie pájení, zejména pájení přetavením, které bylo použito v experimentu, jímž se model inspiroval. Jelikož klíčovou roli při vzniku termomechanických napětí hrají teplotní změny během ochlazování pájecích spojů, je velmi důležité sledovat uvolňování latentního tepla během fázové přeměny. Proto se podkapitola 1.4 věnuje právě této problematice.

Dalším velkým teoretickým tématem jsou možnosti šíření tepla, jelikož přímo ovlivňují ochlazování desky plošných spojů. Na závěr teoretické části je popsána metoda konečných diferencí, kterou model používá k vypočtení výsledků.

V praktické části práce je popsán vytvořený model. Následně také experiment, dle kterého model vznikl a jehož data slouží k porovnání a zhodnocení modelu. V dalším kroku jsou popsány jednotlivé kombinace rozložení pájky a vliv jednotlivých rozložení na teplotu okolních měděných destiček a ostatních destičkách (padech) s pájkou.

Na závěr praktické části je popsán model rozšířený o termočlánky, které měří teplotu v experimentu během chlazení a zároveň je rozebrán vliv termočlánku během uvolňování latentního tepla.

V poslední kapitole je probrána problematika pájení součástek BGA (ball grid array), konkrétně se zaměřením na uvolňování latentního tepla pájky a vlivu na změnu tloušťky okolních kuliček pájky.

## KAPITOLA 1: PÁJENÍ

Pájení se řadí k nejstarším metodám spojování kovů za tepla, kterou používali již staří Egypťané, případně na našem území šperkaři Velkomoravské říše. Používání tohoto způsobu v průmyslové výrobě se datuje od 1930. [1]

Při pájení dochází ke spojení materiálů roztavením cizího kovu, který se taví na nižších teplotách nežli spojované materiály a tím dochází ke vzniku spojení.

### 1.1 Typy pájek

K pájení jsou za potřebí pájecí látky, pájky, tavidla, případně již kombinované pájky s tavidly. Pájky jsou kovy, případně slitiny kovů, které tají při nižší teplotě, nežli je teplota tání spojovaného materiálu, vytvoří spoj. [2]

Jsou děleny dle konzistence na pájky měkké a tvrdé. Měkké pájky se dále dělí dle obsahu olova, a to na pájky olovnaté a pájky bezolvnaté. [2]

Tavidla jsou látky nekovové povahy, které odstraňují povlaky oxidů z míst určených k pájení. Zabraňují tak jejich vzniku při pájení a zlepšují smáčení a roztékání roztavené pájky po pájeném místě. Tavidla se dělí dle konzistence na pájecí gely a na kapalná tavidla. [3]

#### 1.1.1 Měkké pájky

Měkké pájky jsou kovy s teplotou tání nižší, nežli je 450 °C. V minulosti, byly nejvíce používány eutektické pájky SnPb díky jejich nízké ceně, nízkému bodu tání a vynikající mechanické vlastnosti.

Se zvyšujícím se množstvím elektronického odpadu na skládkách se Evropská Unie začala obávat, aby nedošlo k toxicitě podzemních vod a následnému poškození lidského zdraví. Z tohoto důvodu vyšla k 1.7.2006 směrnice EU, která omezuje používání nebezpečných látek v elektronickém průmyslu. Za nebezpečné látky byly označeny olovo (Pb), kadmium (Cd), rtuť (Hg), šestimocný chrom (CrVI), polybromované bifenyly (PBB) a polybromované difenylethery (PBDE). Výjimkou jsou například výrobky, u kterých není náhrada možná z vědeckého, či technického hlediska a v aplikacích, kde by náhrada měla větší dopad na životní prostředí. Dalším případem, kdy se udržuje použití olovnatých pájek, je případ kdy by nedostatečně kvalitní spoj mohl ohrozit lidský život, například ve zdravotnictví. [4] [5]

Z tohoto důvodu přichází na trh použití bezolvnatých typů pájek, které mají vyšší teplotu tání nežli pájky olovnaté. Nejčastěji jsou tvořeny cínem, který zapříčiní vysokou pevnost spoje a oproti jiným prvkům má nízkou teplotu tání.



Obr. 1-1 Příklad pájky [6]

---

### a. Olovnaté pájky

Olovnaté pájky jsou slitiny cínu a olova s pracovní teplotou v rozmezí 190 °C-350 °C. Cín působí v pájkách jako aktivní složka a působí na dobrou smáčivost. Naproti tomu olovo má špatnou smáčivost a se spojovaným materiálem metalurgicky nereaguje. Stačí však přidání jiného povrchově aktivního prvku, aby se zlepšili pájecí vlastnosti pájky a vzniká kvalitní pájecí sloučenina, která je pevná, dostatečně pružná a dobře smáčitelná.

Se zvyšujícím se obsahem cínu v pájce roste také její cena, používá se proto směsný cín, který je částečně znečištěn. Čím je pájka znečištěnější tím je méně kvalitní, a proto dochází například ke zhoršení korozní odolnosti. [1]

Nejznámější olovnatou pájkou je Sn63Pb37, která je složena z 63 % cínu a 37 % olova. Vyznačuje se nízkou teplotou tání, a to zhruba při 183 °C. Další známé olovnaté pájky jsou například Sn60Pb40, Sn40Pb60, Sn35Pb65, Sn50Pb50, které se liší v poměru cínu a olova. [6]

### b. Bezolvnaté pájky

Za bezolvnaté pájky jsou označovány pájky, které obsahují maximálně 0,1 % olova. Pájka bez Pb musí splňovat následující požadavky: smáčivost, nízká teplota tání, dobré mechanické vlastnosti, dobrá odolnost proti mechanické a tepelné únavě, odolnost proti korozi, dobré elektrické vlastnosti, nezávadnost pro zdraví a životní prostředí, dostupnost a nízká cena materiálu. Jediné, co má většina bezolvnatých pájek společného s PbSn pájkou, je to, že hlavní složkou zůstává Sn (nízká teplota tání). Na tomto typu pájek často uvidíme příklady označení bezolvnatých pájek viz Obr. 1-2. [7]

Nejčastěji doporučovanými a zkoumanými slitinami jsou slitiny založené především na systému Sn-Ag-Cu (SAC). Tyto slitiny SAC mají obecně vyšší teploty tání než konvenční slitiny Pb-Sn. Kromě toho jsou náchylné k mikrostrukturnímu vývoji intermetalických sloučenin, které se podílejí na tepelné únavové životnosti, mechanické pevnosti a lomové houževnatosti pájených spojů. [7] [8]

V této diplomové práci bude použita bezolvnatá pájka SAC387, která je složena z 95,5 % z cínu, ze 3,8 % ze zlata a z 0,7 % z mědi. Vzhledem k většímu obsahu stříbra a mědi patří pájka mezi dražší pájky. Mezi pozitivní vlastnosti pájky se řadí zejména dobrá smáčivost a roztékavost.

Teplota tání je u této pájky okolo 219 °C, což je o téměř 40 °C více nežli u výše zmíněné olovnaté pájky. Vyšší teplota tání u bezolvnatých pájek s sebou nese značnou míru rizik, jako například destrukci či deformaci pájené desky, či ke znehodnocení osazených součástek, při pájení vlnou. SAC387 se často užívá především u technologie BGA (Ball grid array). [9]



Obr. 1-2 Příklad označení bezolvnatých pájek [9]

### 1.1.2 Tvrdé pájky

Tvrdé pájky se používají pro tvrdé pájení, to je metoda spojování kovů pomocí přídavné pájky s teplotou tání nad 450 °C. Pracovní teplota pájky je vždy nižší než teplota tání pájených kovů. Spojovaný kov, tzv. základní kov, se zahřeje na teplotu, při níž se mosazná nebo stříbrná pájka roztaví a po ochlazení vytvoří pevný spoj.

K roztavení tvrdé pájky je zapotřebí využití tzv. pájecího hořáku, ke zvýšení teploty plamene se používají kombinace plynů, jako například kyslík-acetylen, kyslík propan. [10]

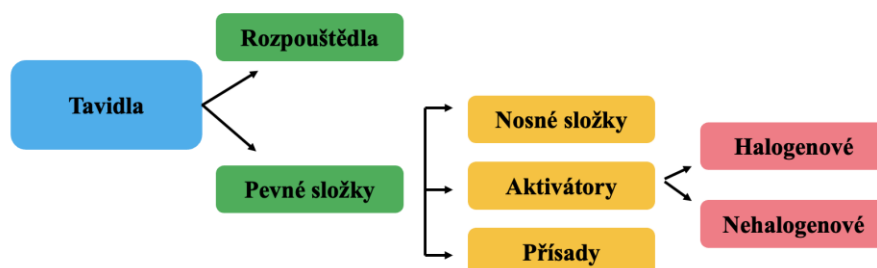
Teplota tání kovů	
Kov	Teplota tání [°C]
Bronz hliníkový	600 - 650
Bronz manganový	865 - 890
Mosaz, žlutá	930
Stříbro	893 - 961
Mosaz, červená	1000
Měď	1084
Nikl	1453
Titan	1860

Tab. 1-1 Teplota tání kovů [10]

## 1.2 Tavidla

Tavidla redukují vznik oxidových vrstev na povrchu pájeného předmětu. Ovlivňují povrchové napětí pájky a tím i zatékání pájky, vznik můstků a krápníků. Nežádoucí jsou však korozně aktivní a elektricky vodivé zbytky tavidel a jejich reakčních produktů. Příklad složení tavidla je uveden na Obr. 1-3.

Tavidlo se skládá ze základního materiálu (např. epoxidované pryskyřice) a aktivátoru (halogenidy, či organické kyseliny), což je chemická látka, která podporuje lepší smáčení pájky odstraněním oxidů z kovu. Obsahuje také rozpouštědla a přísady, které napomáhají procesu pájení a zabraňují korozi. Tavidlo může být v pevné formě, pastovité nebo tekuté formě v závislosti na způsobu a místě použití. [11] [12]



Obr. 1-3 Složení tavidel

## 1.3 Technologie pájení

Vzhledem k nárůstu poptávky po elektronických zařízeních se rovněž kladl důraz na kvantitu a kvalitu spojů. Vysokého množství však nebylo možné dosáhnout manuálním pájením, a proto docházelo k rozmachu strojového pájení. Ruční pájení tak nyní přetrvává zejména u oprav, či k dopájení součástek u nichž by mohlo dojít ke zničení během strojového zapájení.

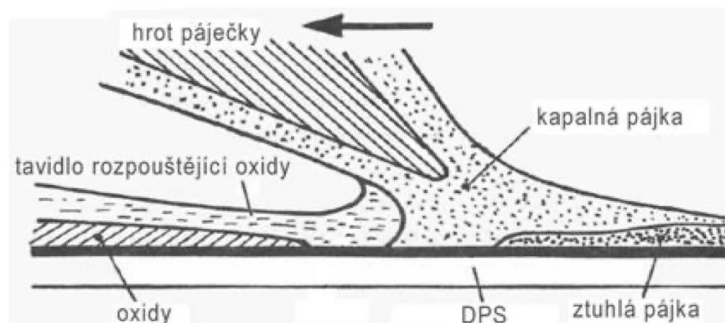
Z hlediska technologie pájení je nejčastěji děleno na dva základní typy, a to na manuální pájení a strojové, hromadné pájení.

### 1.3.1 Ruční pájení

Ruční pájení je již považováno za starou a nepřesnou techniku. Ačkoliv tato metoda bývala ve své době průlomová, dnes ji nahrazují přesnější strojní metody. Ruční pájení se však dál řadí k levnějším a snadno dostupným typům pájení. Metoda je dále využívána pro jednorázová řešení nebo opravy jednotlivých pájecích spojů. [13]

Nevýhodou je například nezaručitelnost kvality výsledného spoje. Spoj závisí na šikovnosti a praxi osoby, která jej provádí. Mohou vznikat extrémní zbytky tavidla a na každém spoji může být jiné množství pájky. Dále se může vyskytovat vyšší lokální tepelné zatížení v důsledku malého pájecího hrotu a malé kontaktní plochy. [13]

Před zhotovením spoje očistíme místo, například otřením povrchu desky rozpouštědlem, kam budeme pájku nanášet. Ke zhotovení ručně pájeného spoje je třeba nejdříve součástku zafixovat do vhodné pozice, poté nanést a zahřát tavidlo. V dalším kroku je spoj zahřát na potřebnou pracovní teplotu, očištěn hrot páječky a vložena pájka do spoje. Na závěr je spoj očištěn. Tvorba spoje je znázorněna na Obr. 1-4. [11] [14]



Obr. 1-4 Ruční pájení [15]

### 1.3.2 Strojové pájení

Strojové pájení je typické pro průmyslové výroby. Má nezpochybnitelnou výhodu eliminace lidského faktoru, který je při pájení markantní. Je tedy možné vytvořit větší množství spojů za jednotku času, a navíc jsou vytvořené spoje kvalitnější. Na rozdíl od ručního pájení je strojové pájení rychlé, materiálově a energeticky úsporné.

Strojové pájení se z hlediska metod dělí na dva typy na pájení tekutou pájkou (flow) a na pájení přetavením (reflow).

V praxi jsou nejčastěji využívány metody pájení vlnou u pájení tekutou pájkou a pájení přetavením. Ostatní metody jsou používány zejména u speciálních požadavků.

## A.1 Pájení tekutou pájkou - Flow

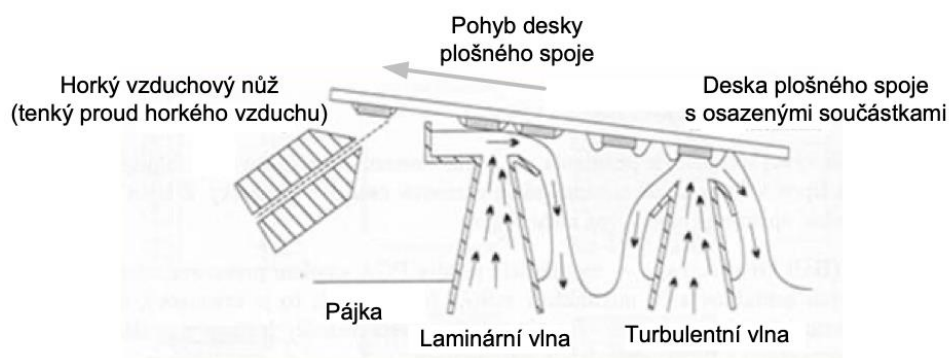
Při pájení tekutou pájkou je nejčastěji používána metoda pájení vlnou, dalšími známými metodami jsou například pájení vlečením, či ponorem.

### A.1.1 Pájení vlnou

Při pájení vlnou je třeba pájený povrch zaktivovat, například tavidly. Následně je deska zahřívána, aby se předešlo teplotním šokům při kontaktu s pájecí slitinou. V této části dochází k odpařování rozpouštědel z tavidla, jež by mohli tvořit nežádoucí dutiny ve spojích. [15]

Následně každá deska s plošnými spoji prochází nad nádobou s roztavenou pájkou (o teplotě v rozmezí 240–260 °C). V nádobě jsou ukotveny soustavy čerpadel, které pomocí trysek způsobuje vlnu pájky, jež omývá desku a pájí součástky na desku. [15][16]

První vlna, kterou deska prochází je vlnou turbulentní, ta podporuje funkci tavidla a tím vyvolá dokonalé očištění spojovaných povrchů a podpoří jejich smáčivost. Druhá vlna je laminární, ta způsobí dokonalé vytvoření homogenního spoje. Na závěr ještě deska prochází nad „horkým nožem“, jedná se o úzký proud velmi horkého vzduchu (teploty 380 °C), který odstraní přebytečnou pájku. [15]



Obr. 1-5 Metoda pájení vlnou [15]

Deska plošných spojů je dále ochlazována vzduchem, či kapalinou tak, aby se bezpečně ochladila a součástky se upevnily na místě. Při pájení vlnou je velmi důležitá správná teplota. Nedostatečná kontrola teploty může způsobit mechanické namáhání desky, což může vést k prasklinám a ztrátě vodivosti. Nedostatečný přehřev může způsobit vznik dutin, které mohou ohrozit pevnost i vodivost desky. Nesprávná teplota pájení může mít za následek nedosažení správné tloušťky pájky, což může způsobit větší náchylnost desky k namáhání. [16]

### A.1.2 Pájení vlečením

Pájení tažením, někdy nazývané technika Miniwave nebo pájení více svodů, je oblíbená metoda používaná k instalaci součástek pro povrchovou montáž s jemnou roztečí. Pájecí hroty jsou obvykle vybaveny konkávním koncem ve tvaru lžičky, který slouží, jako zásobník pájky a umožňuje přetahovat kuličku pájky přes více vodičů najednou. [17]

Hroty MiniWave fungují jako miniaturní pájecí stroj s vlnou a umožňují rychlé pájení celé řady vývodů najednou. Při pájení tažením nezřídka vznikají pájecí můstky, zejména pokud používáte slitinu bez olova, proto je důležité nanést větší množství tavidla a dokonale zarovnat vývody. [17]

### A.1.3 Pájení ponorem

Při pájení ponorem se sestavená a upevněná deska s plošnými spoji ponoří do tavidla a předejde se na teplotu pájení. Tavicí kapalinou je glycerin aktivovaný kyselinou. Po předejřátí, a ještě při ponoření do tavicí kapaliny se upevněná deska přenesení přes eutektickou pájecí vlnu cínu a vizmutu. Tato technika má oproti běžným pájecím postupům několik výhod, včetně eliminace tvorby pájecího můstku, lepší kontroly nad nanášením pájky, snížení tepelného šoku, snadnější čištění po pájení a lepší účinnost tavidla.[18]

### A.2 Pájení přetavením – Reflow

Pájení přetavením bylo použito na pájení součástek v experimentální části konané na fakultě elektrotechniky, proto je této metodě věnována větší pozornost. V této části jsou zmíněny metody pájení přetavením a možné způsoby ohřevu. V závěru jsou rozebrány jednotlivé defekty, které nejčastěji vznikají při použití této metody. [19]

Pájení přetavením je jedna z nejčastěji užívaných metod. Je zejména používána tam, kde by při pájení vlnou mohlo vést ke zvýšené pravděpodobnosti vytváření můstků z pájky mezi sousedními vývody. Pájení přetavením umožňuje dosazení maximální hustoty osazení. [15]

Nejdříve se na povrch desky plošných spojů předem nanese (nejčastěji sítotiskem) určitý druh pájecí pasty, poté se součástky osadí do vhodné polohy a zafixují se pájecí pastou. Poté se takto připravená deska plošných spojů, vloží do zařízení pro pájení přetavením. Zde pomocí transmisního systému dochází k průchodu desky plošných spojů každou zónou v zařízení a na závěr dojde ke spojení vývodů součástky a desky plošných spojů. [20] [21]

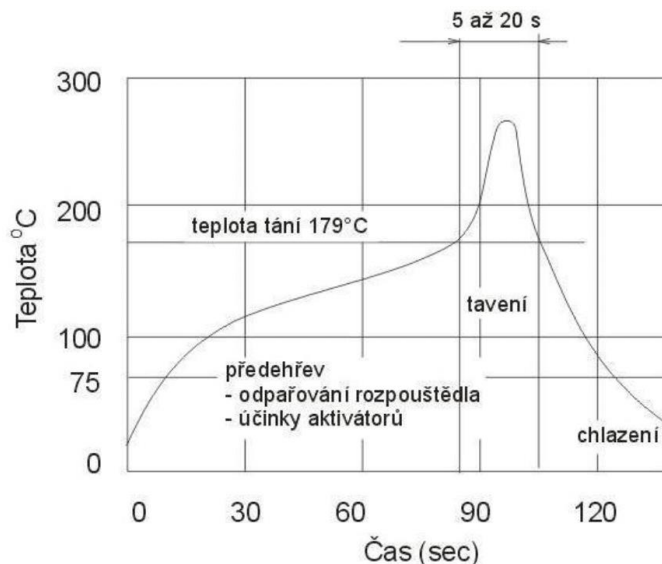
Pracovní proces pájení přetavením je obvykle složen ze čtyř zón. Před pájením je nejdříve nutné provést sušení pasty, aby mohlo dojít k odpaření kapalných složek pasty a aktivace tavidla. Tento proces probíhá obvykle při teplotách okolo 120 °C. [15][21]

První zónou je předejřívací zóna (Preheating Zone), která slouží ke zvýšení teploty z okolního prostředí na potřebnou aktivační teplotu. V této zóně dále dochází k odstranění vlhkosti a rozpouštění v pájecí pastě, aby se zabránilo deformaci pájecí pasty. Dále se v této části průběžně zvyšuje teplota výrobků v rozmezí (2-4) °C/s. V případě, ve kterém by se teplota zvýšila příliš rychle, došlo by k nenávratnému poškození součástek. [21]

Druhou zónou je zóna ochrany tepla (Heat Preservation Zone), jež plní dvě klíčové funkce. První funkcí je zahřát desku plošných spojů, součástky a materiály na rovnoměrnou teplotu, která se přiblíží k bodu tání pájecí pasty, tak aby došlo k vyrovnání teploty na povrchu DPS. Druhým úkolem je aktivovat tavidlo a odstranit oxidy kovů v součástkách, či podložkách. [15][21][22]

Třetí zónou je zóna tavení (Reflow Soldering Zone). Tato zóna je obvykle rozdělena na dvě části dle funkce. Na tavicí zónu a přetavovací zónu. Základní funkcí je dokončit celý proces pájení, při kterém je třeba zvýšit teplotu desky plošných spojů z aktivační teploty na špičkovou teplotu pájky, aby se roztavily veškeré části pájecí pasty. V této zóně je teplota ohříváče stanovena jako nejvyšší, aby teplota součástek rychle stoupla na špičkovou teplotu. [21][22]

Čtvrtou zónou je zóna chlazení. Ve které dochází ke zchlazení DPS. Pomalé chlazení, či příliš rychlé ochlazení může způsobit defekty pájených spojů. Rychlost ochlazení je obecně 3-10 °C/s. [21]



Obr. 1-6 Typický teplotní profil pájení přetavením [26]

### A.2.1 Typy ohřevů

V této podkapitole jsou popsány jednotlivé typy ohřevu používané pro pájení přetavením.

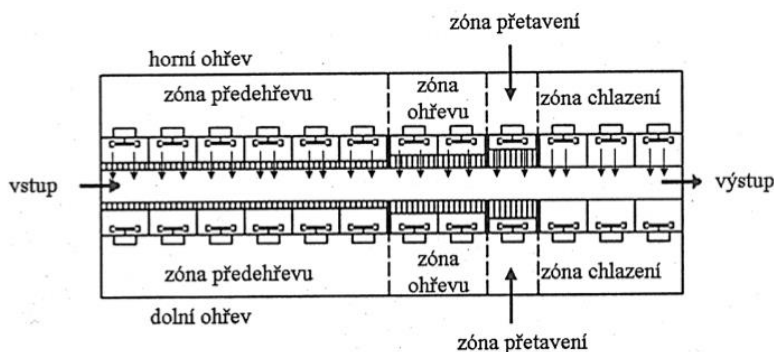
#### a. Ohřev infračervenými zářiči

Pro ohřev je využíváno záření o vlnové délce mezi 0,8 – 400  $\mu\text{m}$ . Část záření se pohltí a část odrazí, jelikož koeficient odrazu i koeficient absorpce závisí na mnoha faktorech týkajících se vlastností materiálu, závisí mimo jiné i na přechodu ze skupenství kapalného do skupenství pevného. Je tedy zřejmé že při této metodě dochází k nerovnoměrnému zahřívání pájecí pasty. V důsledku mohou vznikat spoje různých kvalit a mechanického napětí. [15]

Zdrojem tepla jsou zářiče situované nad i pod dopravníkem, které jsou zároveň rozděleny do několika samostatně regulovatelných zón, vybavené teplotními senzory. [20]

#### b. Ohřev horkým plynem

Tento způsob ohřevu je užíván v případech pájení malého rozsahu. Nejčastěji se používá vzduch, ale je možné užít i některého inertního plynu například dusíku, pokud by mohlo dojít při pájení k nežádoucí oxidaci. V tomto případě je užívání pájecích pecí, které jsou schopni dosáhnout vyšších teplot vzhledem k trendu používání bezolovnatých pájek. Pájecí pece jsou rozděleny do zón, kterými DPS prochází, jak je zobrazeno na Obr. 1-7. [23]



Obr. 1-7 Uspořádání pájecí pece [20]



Princip ohřevu DPS spočívá vproudění vzduchu nebo plynu z regulovatelných trysek pece. Pozitivem těchto pecí je regulace průtoku horkého vzduchu v závislosti na hustotě a typu součástek. Při změně rychlosti dopravníku je navíc možné dosáhnout i úpravy teplotního profilu. Další předností pecí s konvekčním ohřevem je malý teplotní gradient v rámci celé pece. [23]

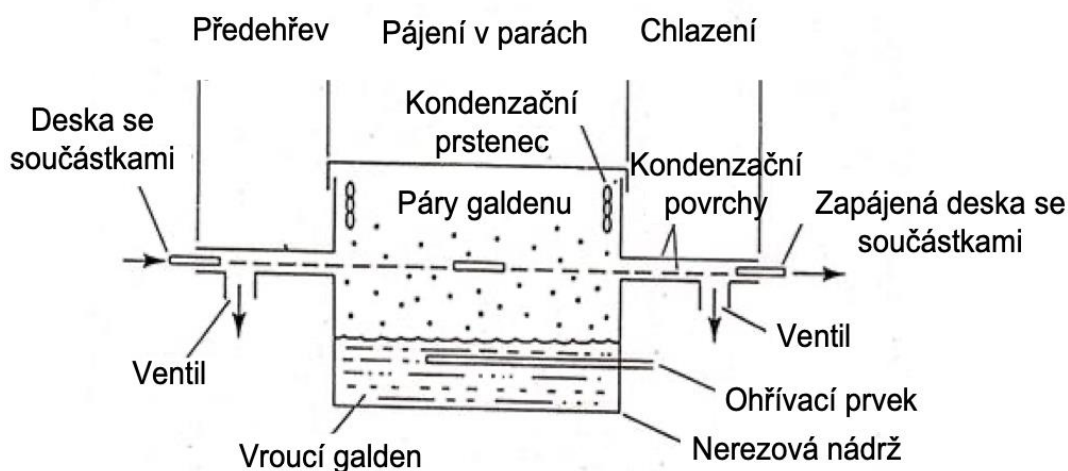
Na rozdíl od pecí s infračerveným ohřevem je konstrukce pecí na plyn (horký vzduch) komplikovanější, poněvadž je zapotřebí zařízení vybavit složitým řídicím systémem, který umožní účinný přestup tepla ze zdroje do celého prostoru pájení. To podstatné je, aby se docílilo žádaného teplotního profilu v podélném i příčném směru. [20]

### c. Ohřev kondenzací par

Tento způsob ohřevu se sebou nese mnoho výhod, největší výhodou je však rovnoměrná teplota ohřevu desky, proto se tento způsob ohřevu stává oblíbeným. Při této metodě je na DPS nanášena pasta a je již osazena součástkami. Dále se deska umístí do zařízení určené pro pájení v parách.

Jako pracovní kapalina je užíván Galden, jež má vysokou stabilitu v širokém rozsahu teplot a není chemicky agresivní. Galden je umístěn v nerezové nádobě ve spodní části zařízení. Tato nádoba je zahřívána a z vroucího galdenu stoupají páry do horní části kde se nachází umístěny DPS. Páry na DPS kondenzují a jejich teplota společně s kondenzačním teplem způsobí zapájení spojů. Zkondenzovaná kapalina se vrací zpátky do nerezové nádoby a je opět zahřívána. [15][20]

Pájení v parách je možné dělat dvěma způsoby, jedním z nich je v dávkách, druhým je kontinuálně, jak je zobrazeno na obrázku.



Obr. 1-8 Zařízení pro pájení v parách [15]

Princip ohřevu DPS spočívá vproudění vzduchu nebo plynu z regulovatelných trysek pece. Pozitivem těchto pecí je regulace průtoku horkého vzduchu v závislosti na hustotě a typu součástek. Při změně rychlosti dopravníku je navíc možné dosáhnout i úpravy teplotního profilu. Další předností pecí s konvekčním ohřevem je malý teplotní gradient v rámci celé pece.

#### d. Ohřev laserovým svazkem

Laserový svazek mířen přímo na jednotlivé spoje, kde dojde k ohřevu pájecí pasty. Pájení laserem vytváří velmi kvalitní spoje, ale z důvodu cenové a časové náročnosti je tato metoda používána pouze zřídka. [15]

Je užíván zejména Nd:YAG laser nad CO2 laserem, poněvadž se ukázalo, že záření prvně uvedeného laseru je lépe absorbováno pájkou a navíc zajišťuje dobrý tepelný přenos na nanesenou pájecí pastu. [20]

Jedná se o velmi perspektivní technologii, zejména tam, kde je potřeba pájet obtížně přístupná místa a zejména tam kde se vyrábí velké objemy elektroniky s vysokými nároky na kvalitu spoje. Typickým příkladem je automobilový a letecký průmysl, kde jsou velmi často specifické nároky na elektronickou sestavu.

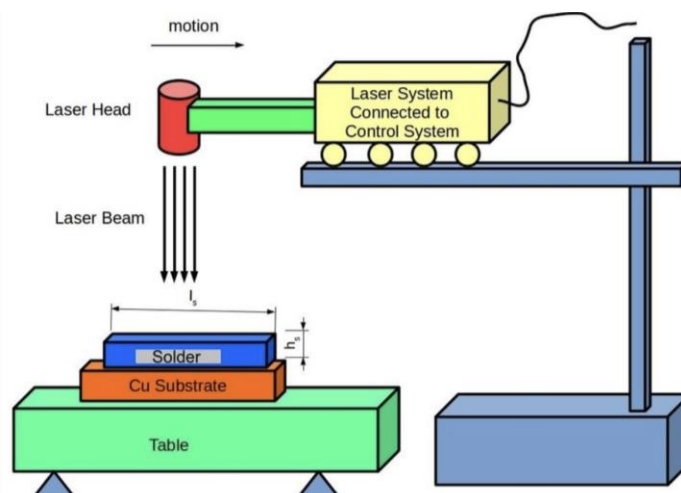
Nezanedbatelnou výhodou této technologie je nízká spotřeba elektrické energie. To je způsobené tím, že není zapotřebí ohřívat velké objemy materiálu. [24]

#### e. Ultrazvukový ohřev

V tomto způsobu ohřevu se roztavená pájka rozkmitává sonotrodou, jenž umožní jak kvalitní zapájení bez použití tavidla, tak vzájemné spojení materiálů, které není možné jinak než pájením spojit. Je však zapotřebí používat speciálních typů pájecích slitin. [20]

Pájení ultrazvukem využívá kavitačního jevu, jedná se o jev, kdy při použití vibrací ultrazvukové vlny na kapalinu se v důsledku rozdlů tlaku, vytvářejí drobné dutiny ve formě bublin. Tyto dutiny následně zanikají vlivem atmosférického tlaku. Během této chvíle se však uvolní velké množství energie. [25]

Tato metoda je velmi výhodná v tom, že umožní spojit různé typy materiálů pomocí ultrazvukové vlny. Například umožňuje pájení na materiály, jako je hliník, nerezová ocel, sklo, či keramika. Principy připojení se u každého materiálu liší. [25]



Obr. 1-9 Schématické znázornění pájení laserovým svazkem [24]

## A.2.2 Defekty vzniklé u pájení přetavením

Za kvalitní spoj je považován spoj, který je lesklý, hladký a má ostrý úhel smáčení. Toho dosahujeme dodržením základních podmínek pájení (např. správná pracovní teplota, dostatečné množství pájky), v některých případech však může nastat defekt.

Pájecí vady lze rozdělit na hlavní vady, drobné vady a povrchové vady. Hlavní vada je druh vady, která způsobuje ztrátu funkčnosti součástek pro povrchovou montáž. Drobná vada je vada, při níž je smáčivost mezi jednotlivými místy pájení v pořádku, což nevede ke ztrátě funkčnosti součástí povrchové montáže, ale může to ovlivnit životnost výrobků. Povrchová vada je vada, která neovlivní funkčnost a životnost výrobků.

### a. Studený spoj

Jedná se o defekt, který vznikl v případě, kdy je pájka správně přetavena, ale součástka nemá s kontaktní ploškou dostatečný kontakt, a tedy se tyto části nespojí. Často se tento děj děje právě v případě, kdy je znečištěna součástka, či kontaktní ploška.

### b. Překuličkování

Cínové kuličky se při pájení přetavením často objevují na straně mezi oběma vývody obdélníkové čipové součástky nebo mezi vývody s jemnou roztečí. Při montáži součástky je pájecí pasta nanášena mezi piny součástky a pájecí podložku. Při průchodu DPS pájecí pecí se pak pájecí pasta roztaví na kapalinu. Pokud je její smáčivost s pájecí podložkou a pinem součástky nedostatečná, tekutá pájka se smršťuje, což způsobí, že spoj není zcela vyplněn pájecí pastou a není možné vytvořit kvalitní pájený spoj. Část tekuté pájky pak vyteče ze svaru a stane se cínovou kuličkou. Špatná smáčivost mezi pájkou a pájecí podložkou a vývodem součástky je tedy původní příčinou vzniku cínových kuliček. [22] [26]

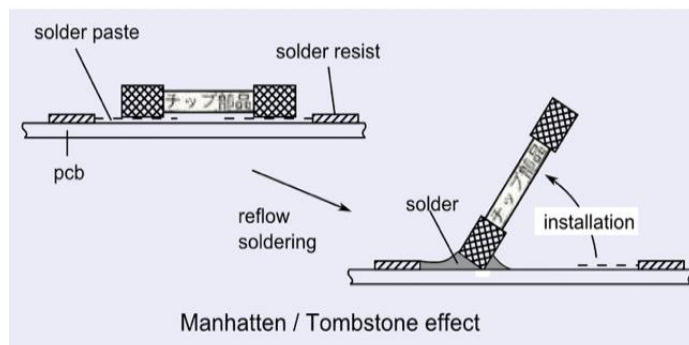
Tento jev je často způsoben, je-li rychlost nárůstu teploty v zóně předehřevu příliš rychlá a čas příliš krátký, nebo voda, popřípadě rozpouštědlo se v pájecí pastě zcela neodpaří, což vede k varu vody (rozpuštědla) a následnému vzniku cínových kuliček při dosažení teplotní zóny pájení přetavením. Z dokumentu [21] plyne, že ideální je řídit rychlost nárůstu teploty v předehřívací zóně na 1~4 °C/S, aby se předcházelo vzniku cínových kuliček.

### c. Manhattanský efekt

V případě, kdy je jedna strana připájena na pájecí podložku a druhá strana se zvedá, jedná se o Manhattanův efekt. Hlavními příčinami tohoto jevu je, že obě strany součástky nejsou rovnoměrně zahřáté a pájecí pasta se neroztaví naráz. [26]

Jakmile pájecí pasta projde pecí, roztaví se. Jestliže jedna strana vývodů součástky nejprve projde pájecí linkou a pájecí pasta se nejprve roztaví, čímž plně smočí kovový povrch součástky a udrží si povrchové napětí kapaliny, zatímco u druhého vývodu součástky pájecí pasta nedosáhne teploty 183 °C. Pak se u druhého vývodu pájecí pasta neroztaví, poněvadž má pouze pevnost pájky, která je mnohem menší, než je povrchové napětí pájecí pasty. Z tohoto důvodu se svorka součástky, která se neroztaví, zvedne. [21]

Proto musí obě strany součástky vstoupit do pájecí pece společně, aby se pájecí pasta na obou pájecích podložkách roztavily ve stejnou chvíli, díky tomu je rovnoměrné povrchové napětí kapaliny, aby byla poloha součástky stabilní. [21]



Obr. 1-10 Manhattanský fenomén [27]

#### d. Přemostění

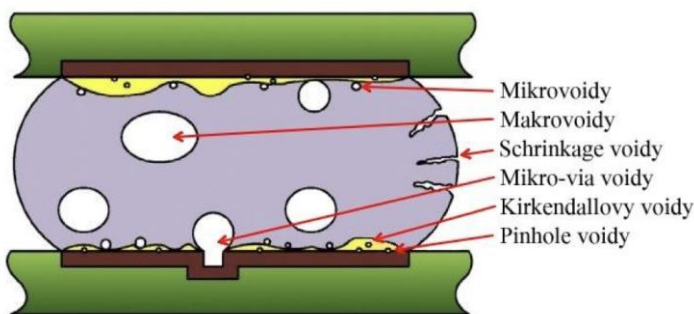
Jedná se o jednu z nejčastěji se vyskytujících závad. Dochází k ní, vlivem nerovnoměrného rozložení sil během pájení přetavením. Ne vždy je přemostění pájky okamžitě zřejmé, i přesto však může způsobit nevratné poškození součástky. [28]

#### e. Wicking

Jedná se o jev, kdy je rychlost ohřevu v zóně předeřevu při pájení přetavením příliš vysoká, rozpouštědlo se pak v pájecí pastě nestihne odpařit, čímž se změní sklon křivky nárůstu teploty v předeřívací zóně. Pájka steče z pájecí podložky a vytvoří vadné spojení mezi vývodem a tělem součástky. [26]

#### f. Voids

Připomínají jakési dutiny, které jsou vyplněny vakuum, plynem, či tekutou složkou nekovového materiálu. Jsou způsobeny například tvarem teplotního profilu při přetavení pájecí pasty, vyšším povrchovým napětí pájky, složením pájecí pasty, případně povrchovou úpravou DPS. Často mají za následek snížení elektrické, tepelné, či mechanické vodivosti. Výskyt voidů je značně ovlivněn přechodem na bezolovnatý typ pájky. [29]



Obr. 1-11 Typy voidů [29]

#### g. Whiskery

Jedná se o elektricky vodivé krystalické struktury, jež mohou vyrůstat z povrchu kovů, které může vést až ke spojení dvou whiskerů a může dojít ke zkratu. Tato vada je typická zejména pro bezolovnaté pájení.

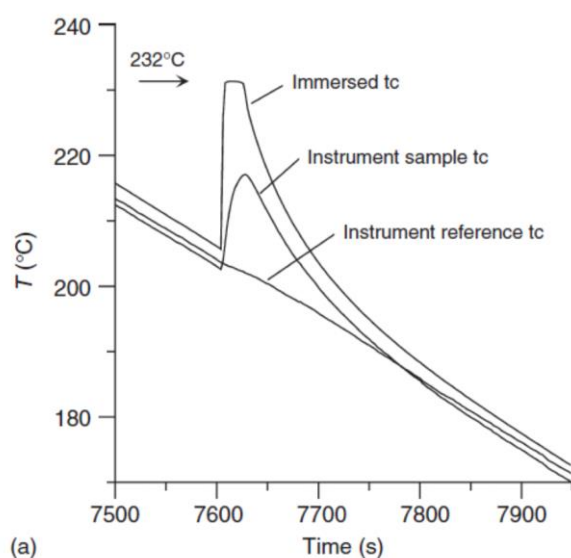
## 1.4 Latentní teplo

Latentní teplo je energie absorbovaná či uvolněná z látky při fázové změně. Pokud se například látka mění z pevné látky na kapalinu, musí absorbovat energii z okolního prostředí, aby se molekuly rozložily do většího objemu. V opačném případě dochází-li ke změně kapalně látky na látku pevnou, tedy k tuhnutí. Během tuhnutí kapalná fáze látky ztrácí svou vnitřní energii.

V okamžiku, kdy látka dosáhne teploty tuhnutí, uvolní se latentní teplo. V tomto okamžiku se části látky mohou vyskytovat jak v kapalném, tak pevném skupenství. Následně, když se již látka nachází pouze v pevném skupenství, je již veškeré latentní teplo uvolněno. V důsledku ztráty kinetické energie částic tuhnoucí látky a přechodu do organizované mřížky pevného skupenství, dochází ke snížení konfigurační entropie atomů. V uzavřeném systému (při rychlém termodynamickém ději můžeme kuličku pájky v dobrém přiblížení považovat za uzavřený systém) se celková entropie nemůže zmenšit. Uspořádání do mřížky je tedy kompenzováno nárůstem vibrací atomů kolem rovnovážných poloh v mřížce, což popisujeme jako uvolnění latentního tepla a pokud není dostatečně rychle odváděno do okolí, pozorujeme ho jako lokální zvýšení teploty. V opačném případě (tání) je zapotřebí částicím dodat energii, aby mohli opustit mřížku, což je spojeno se zvýšením konfigurační entropie. [30] [31]

V případě pájení může dojít ke dvěma jevům. Jedním z nich je v případě absorpce tepla materiálem během fázové přeměny tzv. dekalescence. Tento děj zapříčiní pokles teploty, nebo zmírní trend nárůstu teploty. Opačný děj se nazývá rekalescence. Jedná se o jev, kdy během chladnutí, při změně fáze dojde k chvilkovému zpomalení chladnutí, či případně mírnému zvýšení teploty. V momentě, kdy tento děj odezní, látky se vyskytuje již v tuhém skupenství a dále dochází k chladnutí až na teplotu okolí. Velikost této energie je závislá na typu a množství pájecí slitiny. Každá látka má jedinečnou hodnotu latentního tepla. [32]

Na Obr. 1-12 je vidět teplotní výkyv, způsobený uvolněním latentního tepla. Tento výkyv v cínu vytvoří dočasné navýšení teploty až o 20 °C, na měděné plošce byl pak tento výkyv naměřen o 13 °C nižší.



Obr. 1-12 Rekalescence během chladnutí čistého cínu: uvnitř cínu, na plošce v těsném kontaktu a bez kontaktu (referenční) [32]

---

## KAPITOLA 2: MATERIÁLOVÉ KONSTANTY

V této kapitole budou popsány jednotlivé materiálové konstanty, jejichž hodnoty ovlivňují výsledky modelu. Materiálové konstanty obecně ovlivňují vlastnosti materiálů.

### a. Tepelná vodivost ( $\lambda$ )

Tato konstanta je definována jako množství tepla za jednotku času na jednotku plochy, které může být odvedeno deskou o jednotkové šířce z daného materiálu, přičemž plochy desky se liší o jednu jednotku teploty. Z této definice vychází i jednotka, která je  $W/(mK)$ . [33]

Tuto materiálovou konstantu používáme například ve Fourierově zákoně, který bude rozebrán v následující kapitole.

Hodnoty tepelné vodivosti se u jednotlivých materiálů výrazně liší a jsou velmi závislé na struktuře každého konkrétního materiálu. Některé materiály mají různé hodnoty tepelné vodivosti v závislosti na směru šíření tepla. Tyto materiály nazýváme anizotropními. V těchto případech se teplo snáze pohybuje určitým směrem v důsledku uspořádání struktury. [33]

Má-li materiál ve všech směrech stejné fyzikální vlastnosti jedná se o izotropní materiál.

### b. Tepelná kapacita ( $C$ )

Tepelná kapacita popisuje, kolik tepla je třeba dodat látce, aby se její teplota zvýšila o 1 stupeň Celsia. Zjednodušeně řečeno se jedná o ukazatel schopnosti objektu odolávat zahřívání přidáním tepelné energie. Jednotkou je  $J/Kg \cdot K$ . [34]

Existují i specifické tepelné kapacity, a to tepelná kapacita, která vyjadřuje množství tepelné energie uvolněné nebo pohlcené jednotkovou hmotností látky při změně teploty za konstantního tlaku. Tuto tepelnou kapacitu značíme  $C_p$ . [35]

Další užívanou tepelnou kapacitu je tepelná kapacita značená  $C_v$ , jenž odpovídá množství tepelné energie absorbované/uvolněné na jednotku hmotnosti látky při malé změně teploty, přičemž objem se nemění. Při konstantním objemu se objem látky nemění, takže změna objemu je nulová. [35]

### c. Koefficient přestupu tepla ( $\alpha$ )

Další používanou konstantou v této diplomové práci je koefficient přestupu tepla  $\alpha$ , který však není materiálovou konstantou, jako například tepelná vodivost. Tato konstanta parametrizuje konvekci tepla ve vzduchu v okolí pájeného spoje. Je závislá na mnoha dalších parametrech jako jsou například rychlost proudění média, viskozita, či hustota.

Určení její přesné hodnoty sahá za rámec této práce. V modelu používáme hodnotu, která nejlépe popisuje rychlost chladnutí vzorku při výjezdu z pece. Tato hodnota je v rozsahu očekávaném pro volně proudící vzduch.

## KAPITOLA 3: ŠÍŘENÍ TEPLA

Teplu je jednou z forem energie, která se přenáší z jednoho tělesa na druhé v důsledku rozdílu teplot. Pokud se spojí dvě tělesa o různých teplotách, dochází k přenosu energie neboli k toku tepla, z teplejšího tělesa na chladnější. Tepelná energie se může šířit konvekcí, kondukcí a radiací. Ve většině praktických inženýrských problémů se obvykle všechny tři mechanismy přenosu tepla, tedy vedení, konvekce a sálání, vyskytují současně.

Tepelnou energii, jako obvykle množství přeneseného tepla obvykle označuje symbolem  $Q$ . Jednotkou uvažujeme Jouly. Přenos tepla může být označen kladným nebo záporným číslem. Teplu, které se uvolňuje do okolí, se zapisuje jako záporná veličina ( $Q < 0$ ). Pokud je teplo absorbováno z okolí, zapisuje se jako kladná hodnota ( $Q > 0$ ). [36]

Tepelná energie je dána rovnicí:

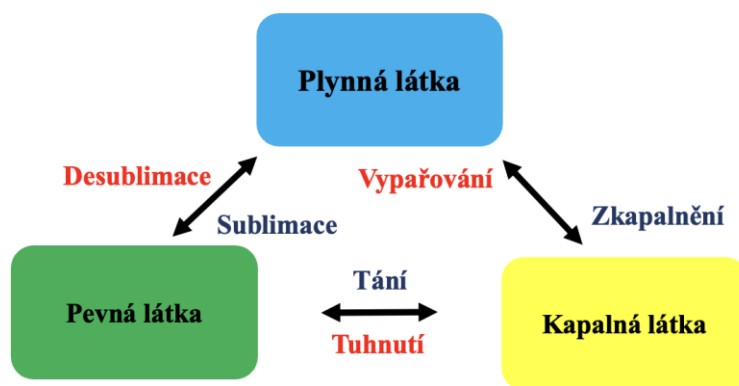
$$Q = m \cdot C \cdot \Delta T \quad (3-1)$$

kde  $Q$  je tepelná energie v Joulech,  $m$  je množství zahřívání látky v kg,  $C$  je tepelná kapacita v J/Kg $\cdot$ K,  $\Delta T$  je rozdíl teplot.

O tepelné energii jednají 4 termodynamické zákony. Nultý termodynamický zákon říká, že pokud jsou dva systémy v termodynamické rovnováze s třetím systémem, jsou oba původní systémy ve vzájemné tepelné rovnováze. První termodynamický zákon říká, že energii lze přeměnit z jedné formy na druhou působením tepla, práce a vnitřní energie, ale nelze ji za žádných okolností vytvořit ani zničit. Druhý termodynamický zákon říká, že stav entropie celého vesmíru jako izolovaného systému se bude v čase vždy zvyšovat. Třetí, poslední termodynamický zákon pak říká, že entropie každé ideálně krystalické látky by byla rovna nule právě při teplotě 0 K. [37]

Látka může tepelnou energii absorbovat, či uvolňovat. To může vést i ke změně teploty systému, případně až ke změně termodynamické fáze. Každá látka se při ustáleném stavu za určité teploty nachází v jedné ze tří fází, jako je kapalná, plynná, či pevná. Teplota a tlak, při kterých se látka změní, velmi závisí na mezimolekulárních silách, které působí na molekuly a atomy látky. [38]

Na níže uvedeném obrázku jsou vyznačeny jednotlivé fáze a fázové změny ve kterých se látka může nacházet, v této diplomové práci nás bude zajímat především jev tuhnutí.



Obr. 3-1 Látkové skupenství a fázové změny

### 3.1 Radiace - Tepelné záření

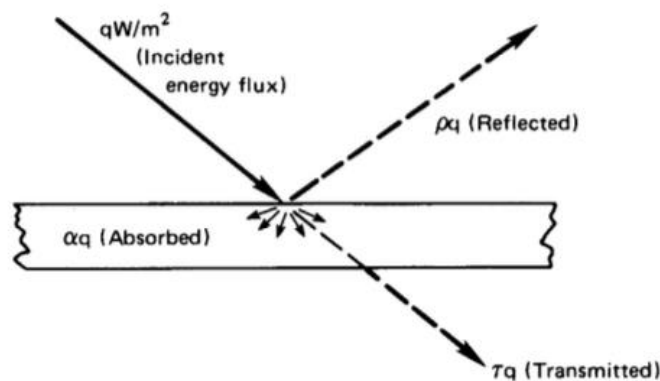
Všechna tělesa vyzařují energii formou elektromagnetického záření. Intenzita tohoto toku vyzařované energie je přímo spjata s teplotou tělesa, charakterem jeho povrchu (matný, popřípadě lesklý povrch) a velikosti plochy povrchu. Vyzářená energie je přímo úměrná obsahu povrchu vyzařovaného tělesa. [39],[40]

Tepelné záření je jednou z forem elektromagnetické energie. Vykazuje proto shodné vlnové vlastnosti jako světlo či rádiové vlny. Každé kvantum zářivé energie má přiřazenu vlnovou délku  $\lambda$  a frekvenci  $\nu$ . [39]

Ideální tepelným zářičem je tzv. černé těleso. Jedná se o těleso, které veškerou energii, která k němu dorazí, pohltí neodrazí. Tento termín však může být lehce matoucí, protože taková tělesa energii vyzařují. Dokonalé zářiče pohlcují veškeré viditelné světlo, které k nim dopadá. [39]

Nicméně při procesech výměny tepla, které probíhají při vysokých teplotách nebo při kondukcii a konvekci tlumené vakuem, obvykle dochází k významnému podílu sálání. Na rozdíl od konvekčního a kondukčního přenosu, radiací se teplo může přenášet i ve vakuu. [39],[40]

Na Obr. 3-2 je znázorněn paprsek, jenž prochází deskou. Z obrázku je zřejmé, že část záření se absorbuje, část záření se odrazí a zbylá část záření projde deskou. Všechny tyto jevy jsou dány materiálovými konstantami, a to konkrétně absorpčním koeficientem, reflexním koeficientem přenosu. Součet těchto jednotlivých koeficientů je vždy roven 1.



Obr. 3-2 Znárodnění průchodu paprsku deskou [39]

Radiace je popsána následujícími zákony, jejichž vyjádření bylo převzato ze zdroje [52].

Planckův vyzařovací zákon:

$$f(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 \left( e^{\frac{ch}{\lambda kT}} - 1 \right)} \quad (3-2)$$

kde je rychlost světla,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  je Boltzmanova konstanta,  $T$  je termodynamická teplota,  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  je Planckova konstanta,  $\lambda$  je vlnová délka.



Wienův posunovací zákon :

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \quad (3-3)$$

kde  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  je Wienova konstanta. Tento zákon konstatuje, že maximum funkce  $f(\lambda, T)$  se se vzrůstající teplotou posouvá k nižším vlnovým délkám.

Posledním zákonem je nejspíše nejrozšířenější zákon a to Stefan-Boltzmanův zákon.

Vztah závislosti vyzařovaného toku z tělesa na vlnové délce a teplotě v integrálním tvaru:

$$q(T) = q(\infty, T) = \int_0^{\infty} e_{\lambda}(\lambda, T) \quad (3-4)$$

kde  $q(T)$  je tok vyzařovaný z tělesa ve  $\text{W}/\text{m}^2$ ,  $T$  je termodynamická teplota,  $\lambda$  je vlnová délka.

Závislost  $q_r$  na  $T$  byla pro černé těleso stanovena experimentálně. Stefanem v roce 1879 a následně objasněna Boltzmannem na základě termodynamických poznatků až v roce 1884.

Stefanův-Boltzmannův zákon pro černé těleso je vyjádřen:

$$q_b(T) = \sigma T^4 \quad (3-5)$$

kde  $\sigma$ , jenž je rovna  $5,6697 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ,  $T$  je termodynamická teplota.

Ve skutečnosti však žádné těleso nevyzařuje tak jako černé těleso a právě z toho důvodu zavádíme koeficient vyzařování, emitanci. Ta je dána vztahem:

$$\varepsilon = \frac{q(T)}{q_b(T)} \quad (3-6)$$

kde  $q(T)$  je tok vyzařovaný z tělesa ve  $\text{W}/\text{m}^2$ ,  $q_b(T)$  je tok vyzařovaný z absolutně černého tělesa ve  $\text{W}/\text{m}^2$ .

Emitance je zcela dána vlastnostmi povrchu daného tělesa a jeho teplotou a naopak je nezávislá na okolí tělesa. Nabývá hodnot od 0 – 1, přičemž hodnotu 1 přiřazujeme absolutně černému tělesu, které veškerou energii pohltí a k hodnotě 0 absolutně bílé těleso jenž veškerou energii odrazí. Většina materiálů je právě kombinací těchto dvou dějů, kdy dochází k absorpci části energie.

Dále by bylo možné použít korekční člen, jenž by bral v úvahu i jiné vlastnosti tělesa, jako například geometrický tvar.

S takto zavedenou emitancí pak uvádíme Stefanův-Boltzmannův zákon ve tvaru:

$$q(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad (3-7)$$

Pomocí Stefanova-Boltzmannova zákona však můžeme určit i přenos tepla sáláním mezi dvěma objekty. Dvě tělesa, která sálají směrem k sobě, mají mezi sebou tepelný tok. Tepelný tok mezi nimi je pak dán vztahem:

$$\vec{q}_r = \varepsilon \sigma (T_1 - T_0)^4 \quad (3-8)$$

Tepelné vyzařování je velmi široké a komplikované téma, které v této diplomové práci zanedbáváme. Rovnice (3-8) ospravedlňuje takovou aproximaci, protože rozdíly teplot mezi jednotlivými komponentami našeho systému (i modelu) nejsou příliš veliké. Jim úměrný tepelný tok je též malý ve srovnání s tokem způsobeným kondukcí a konvekcí.

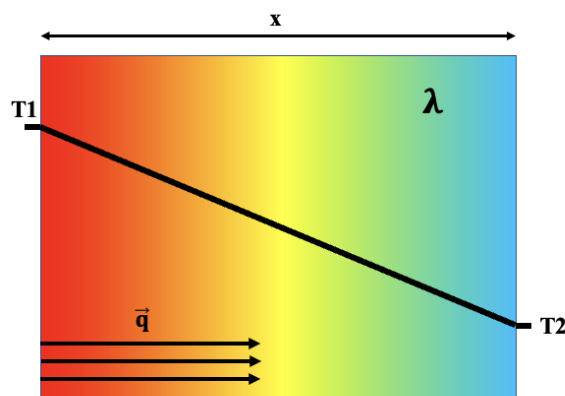
## 3.2 Konduktce - Vedení tepla

Vedení tepla popisuje, jak se teplo šíří v určitém prostředí, které je definováno fyzikálními vlastnostmi. Proces vedení tepla závisí na čtyřech základních faktorech: teplotním gradientu, průřezu, délce materiálů a na fyzikálních vlastnostech těchto materiálů, jako je například tepelná vodivost, která určuje například rychlost vedení.

S rostoucím objemem materiálu, který je do přenosu zapojen, roste i množství potřebné tepelné energie k jeho ohřátí.

Přenos tepla vedením v plynech a kapalinách je způsoben srážkami a difuzí molekul při jejich náhodném pohybu. Naproti tomu přenos tepla v pevných látkách je způsoben kombinací mřížkových vibrací molekul a přenosem energie volnými elektrony.

Během konduktce dochází k proudění tepla od místa s větší tepelnou energií do místa s nižší tepelnou energií v důsledku interakce mezi částicemi. Tento přenos je pak ukončen v momentě, kdy se soustava nachází v termodynamické rovnováze.[42]



Obr. 3-3 Znáznornění vedení tepla

Na Obr. 3-3 je znázornění průřez stěny o šířce  $x$ , která je na jedné straně zahřáta na teplotu  $T_1$  a na druhé straně má teplotu  $T_2$ . Tepelný tok je pak kladný ve směru od  $T_1$  k  $T_2$  a dochází k poklesu teploty se vzdáleností  $x$ .

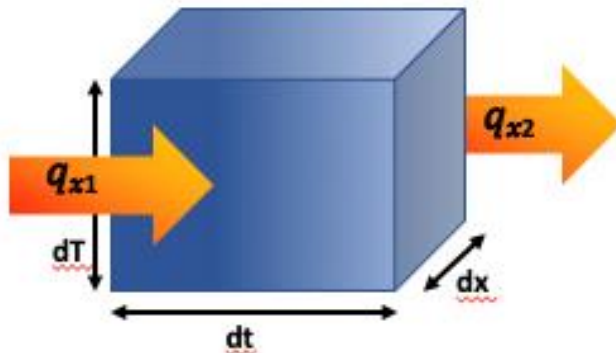
Tento jev je popisován Fourierovým zákonem, který říká, že množství tepla, jenž proteče tělesem je přímo úměrné teplotnímu spádu, času a průřezové ploše kolmé na směr proudění:

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (3-9)$$

kde  $\lambda$  je tepelná vodivost ve  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $q$  je tepelný tok ve  $\text{W}/\text{m}^2$ , gradient  $T$ , který lze také vyjádřit ve tvaru  $\nabla T = \partial T / \partial x$  (ve směru  $x$ , gradient je možné rozepsat i ve směrech  $y, z$ ).

Klesne-li teplota s polohou  $x$ , bude  $q$  kladné, tedy poteče ve směru  $x$ . Pokud  $T$  s  $x$  roste, je  $q$  záporné a bude proudit proti směru  $x$ . V obou případech bude tepelný tok proudit od vyšších teplot k nižším.

Rovnici, která popisuje vedením tepla kondukcí je Fourier-Kirchhoffova rovnice. Níže bude odvozena její zjednodušená forma bez zdroje tepla, která je však dostačující pro pochopení. K odvození bude použit Obr. 3-4, jehož souřadný systém je tvořen jednou prostorovou souřadnicí,  $x$ , časovou souřadnicí,  $t$ , a teplotou,  $T(x,t)$ , jako funkcí  $x$  a  $t$ .



Obr. 3-4 Znárodnění Fourier-Kirchhoffova zákona

Nejdříve si vyjádříme zákon zachování energie. Obr. 3-4 schematicky vyjadřuje, že pokud do jistého elementu vtéká jiné množství tepla, než vytéká, ihned se to projeví změnou vnitřní tepelné energie,  $Q$ , elementu v čase  $dt$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{q}}{\partial x} = -\frac{q_{x2} - q_{x1}}{dx} \quad (3-10)$$

Ke zvýšení teploty elementu může tedy dojít dvěma způsoby. První případ je v momentě, kdy je  $q_{x2}$  menší nežli  $q_{x1}$ . Ve druhém případě může dojít ke zvýšení teploty, pokud se v elementu nachází zdroj tepla.

Změna tepelné energie se pak projeví změnou teploty:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3-11)$$

kde  $Q$  je tepelná energie v Joulech,  $t$  je čas v sekundách,  $c$  je měrná tepelná kapacita v  $J/(Kg \cdot K \cdot m^2)$ ,  $\rho$  je hustota v  $kg/m^3$  a  $T$  je termodynamická teplota v Kelvinech. Čím větší je tepelná kapacita materiálu, tím menší je nárůst jeho teploty způsobený jednotkovou změnou tepelné energie, jak bylo zmíněno v kapitole 2b.

Zkombinujeme-li Fourierův zákon (3-9) se zákonem zachování energie (3-10,11) získáváme Fourier-Kirchhoffovu rovnici ve tvaru:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{q}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3-12)$$

Rovnici (3-13) získáváme vyjádřením časové derivace teploty z rovnice (3-12):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3-13)$$

V případě rozšíření do 3D souřadnic získáváme:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3-14)$$

Rovnici (3-14) je pak dále možné upravit pomocí Laplaceova operátora

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T \quad (3-15)$$

kde  $\kappa$  je součinitelem teplotní vodivosti ve  $W/(m \cdot K)$ .

Výše uvedená forma je, jak již bylo zmíněno, zjednodušená forma Fourier-Kirchhofova zákona, pro účely modelování se aplikuje zákon ve formě:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T \right) = -\nabla \vec{q} + Q_v \quad (3-16)$$

kde  $q$  je opět vektor tepelného toku,  $Q_v$  je člen jenž popisuje vznik tepla uvnitř systému,  $J/(Kg \cdot K \cdot m^2)$ ,  $\rho$  je hustota v  $kg/m^3$  a  $T$  je termodynamická teplota v Kelvinech.

Zbýlý člen  $\vec{v} \cdot \nabla T$ , je možné také zapsat z definice gradientu následovně:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \right) \cdot (v_x, v_y, v_z) \quad (3-17)$$

kde první závorka znázorňuje změnu teploty v prostorových souřadnicích a druhá závorka popisuje rychlosti šíření tepla v jednotlivých směrech.

### 3.3 Sdílení tepla konvekcí

Konvektivní přenos tepla je přenos tepla mezi dvěma tělesy pomocí proudů pohybujícího se plynu nebo kapaliny.

Proudění tepla je spojeno v tomto případě se současným prouděním tepla i kapaliny. Tato okolnost však celý tento děj komplikuje, poněvadž závisí jak na způsobu, jímž se médium uvádí do kapaliny, tak i na typu a fyzikálních vlastnostech kapaliny a na tvaru a rozměrech tuhého tělesa, jímž médium protéká. Proto je tento děj dán různými podobnostními (bezrozměrnými) čísly, které tyto skutečnosti respektují. Důležitými podobnostními čísly jsou například Machovo číslo, které udává poměr rychlostí proudícího média a rychlosti zvuku, Prandtlovo číslo, jenž je definované jako poměr kinematické viskozity a teplotní vodivosti. Dalšími důležitými čísly jsou Grashofovo číslo, jenž je dáno poměrem vztlaku a viskózní síly působící na kapalinu a Nusseltovo číslo, které zahrnuje již zmíněná podobnostní čísla, díky tomuto číslu je pak možné dále určit koeficient přestupu tepla.[43]

Způsob, jakým se kapalina uvede do pohybu, je rozdělován na dva případy, a to na pohyb volný a nucený. Volná konvekce je typická pohybem kapaliny směrem od ohřivaného tělesa, přičemž teplejší kapalina stoupá vzhůru a je nahrazována chladnějším médiem u kterého opět dochází k ohřevu. Při nucené konvekci se vzduch, popřípadě jiné médium pohybují po povrchu tělesa a účinně odvádějí teplo z tělesa. Vznik i intenzita tohoto způsobu proudění jsou závislé jen na tepelných podmínkách pochodu, tedy teplotního rozdílu a rozsahu prostoru ve kterém ke konvekci dochází. Samovolnou konvekci popisuje Newtonův ochlazovací zákon, který je znám například ve tvaru:

$$P = \alpha \cdot S \cdot \Delta T \quad (3-18)$$

kde  $P$  je výkon ve  $W$ , odvádějí konvekci,  $\alpha$  je koeficient přestupu tepla  $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ,  $S$  je plocha tělesa v  $m^2$ ,  $\Delta T$  je teplotní rozdíl mezi tělesy.

Nuceným pohybem kapaliny je myšleno proudění média, jenž vzniká působením vnějších účinků, například větrákem, čerpadlem, ale i třeba větrem. Podmínky vzniku závisí rovněž na druhu, fyzikálních vlastnostech a na teplotě a rychlostí proudění kapaliny. Při tomto typu proudění závisí zejména na druhu proudění.

Na rozdíl od samovolné konvekce se do nucené konvekce promítne další podobnostní čísla, jako například Reynoldsovo číslo.

Reynoldsovo číslo zahrnuje statické i kinetické vlastnosti tekutin a udává jej poměr setrvačných sil k viskózním silám. Tento poměr pomáhá kategorizovat laminární proudění od turbulentního. Setrvačné síly kladou odpor změně rychlosti pohybu objektu a jsou příčinou pohybu tekutiny. Tyto síly převládají při turbulentním proudění. V opačném případě, pokud převažují viskózní síly, proudění je laminární.[44]

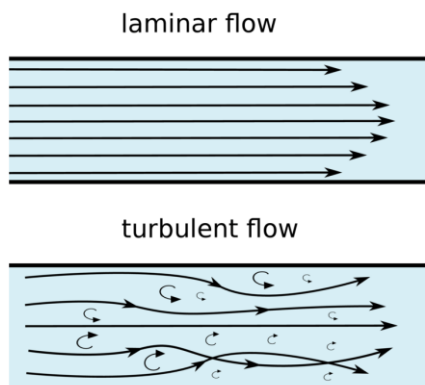
$$Re = \frac{\bar{c}D}{\nu} \quad (3-19)$$

kde  $D$  je průměr trubice v  $m$ ,  $\nu$  je kinematická viskozita v  $m^2/s$  a  $\bar{c}$  je střední rychlost v  $m/s$ .

Pro trubici kruhového průřezu je kritická hodnota Reynoldsova čísla 2300, tato hodnota udává hranici mezi laminárním a turbulentním prouděním.

Ve většině případů je nucené proudění kapaliny doprovázeno přirozenou konvekcí. Záleží však na rychlosti nuceného proudění, při vysokých rychlostech je volné proudění zanedbatelné.

Obecně vzato existují dva druhy proudění laminární a turbulentní. Částice při laminárním proudění se pohybují rovnoběžně. Při laminárním proudění zůstávají rychlost, tlak a další vlastnosti proudění v každém bodě tekutiny konstantní.[43] [45]



Obr. 3-5 Ukázka laminárního a turbulentního proudění[46]

Laminární proudění nad vodorovným povrchem si lze představit jako proudění skládající se z tenkých vrstev neboli lamel, které jsou navzájem rovnoběžné. Kapalina v kontaktu s vodorovným povrchem je nehybná, ale všechny ostatní vrstvy po sobě kloužou. [45]

Tento typ proudění je běžné pouze v případech, kdy je kanál proudění relativně malý, tekutina se pohybuje pomalu a její viskozita je relativně vysoká.

Naopak turbulentní proudění je charakterizováno nepravidelným, chaotickým pohybem částic tekutiny. Turbulentní proudění se vyskytuje spíše při vyšších rychlostech a nízké viskozitě.

Při laminárním proudění přechází teplo v kolmém směru na směr proudění kapaliny, v podstatě vedením určuje tepelnou vodivost kapaliny. Zato u turbulentního proudění teplo přechází pouze na mezní vrstvu, uvnitř turbulentního jádra se přecházení tepla děje intenzivním promícháváním částic média. Za těchto podmínek tedy závisí přecházení tepla na termickém odporu mezní vrstvy. [43]

Dalšími vlastnostmi, které ovlivňují přechod tepla jsou následující fyzikální parametry, tyto parametry definují proudící kapaliny. Jedná se zejména o tepelnou vodivost, hustotu kapaliny, vazkostí, či součinitelem teplotové vodivosti.

Laminární proudění je specifické hlavně pro menší rychlosti proudění, turbulentní naopak při vyšších rychlostech. Hodnota rychlosti, jenž je třeba přesáhnout, aby bylo možné mluvit o turbulentním se nazývá kritická rychlost proudění. Tato hodnota není konstantou a závisí na typu potrubí v němž médium proudí. [43][45]

V této práci popisujeme chlazení konvekcí formou okrajové podmínky. Proudění vzduchu v okolí vzorku nemodelujeme explicitně, ale parametrizujeme jeho vliv podle rovnice (3-18).

## KAPITOLA 4: METODA KONEČNÝCH ELEMENTŮ (FEM)

Popis fyzikálních zákonů pro úlohy prostorově a časově závislé se obvykle vyjadřuje pomocí parciálních diferenciálních rovnic (PDE). Pro naprostou většinu geometrií a problémů nelze tyto PDE řešit analytickými metodami. Místo toho lze sestavit aproximaci rovnic, obvykle založenou na různých typech diskretizace. Tyto metody diskretizace aproximují PDE rovnicemi numerického modelu, které lze řešit pomocí numerických metod. Řešení numerických modelových rovnic je zase aproximací skutečného řešení PDE. K výpočtu těchto aproximací se používá metoda konečných prvků (FEM).[47]

Hledané řešení PDE, funkci  $u$ , lze aproximovat funkcí  $u_h$  pomocí lineárních kombinací báзовých funkcí podle následujících výrazů:

$$u \approx u_h \quad (4-1)$$

$$u_h = \sum_i u_i \cdot \psi_i \quad (4-2)$$

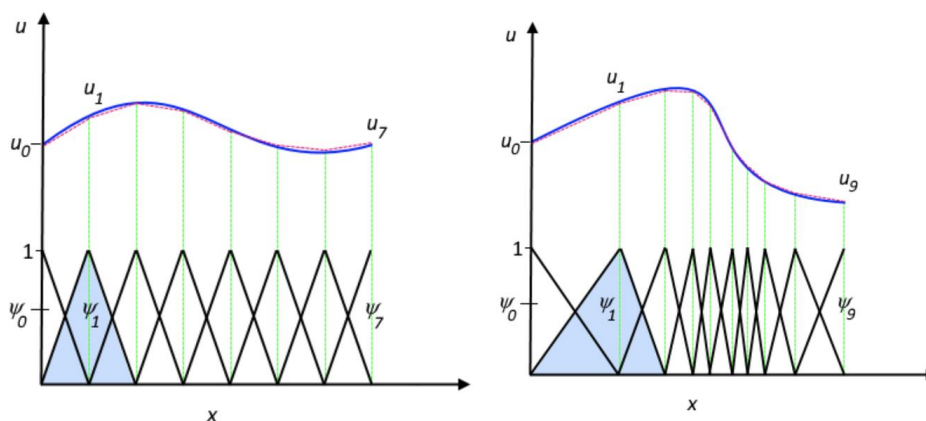
kde  $\psi_i$  označuje báзовé funkce a  $u_i$  jsou číselné koeficienty, jež udávají zastoupení každé báзовé funkce v aproximujícím řešení  $u_h$ .

Následující obrázek *Obr. 4-1* ilustruje tento princip pro 1D problém. Zde mají lineární báзовé funkce v příslušných uzlech hodnotu 1 a v ostatních uzlech hodnotu 0. V tomto případě je podél části osy  $x$ , kde je definována funkce  $u$ , sedm prvků. [47]

Jednou z výhod použití metody konečných prvků je, že nabízí volnost při výběru diskretizace, a to jak prvků, které je možné použít k diskretizaci prostoru, tak báзовých funkcí.

Na obrázku *Obr. 4-1* níže jsou znázorněny prvky rovnoměrně rozloženy po ose  $x$ , ačkoli tomu tak být nemusí. Je možné použít menší prvky v oblasti, zejména tam, kde je velký gradient  $u$ .

Oba obrázky ukazují, že vybrané lineární báзовé funkce jsou nenulové pouze v úzkém intervalu a překrývají se podél osy  $x$ . V závislosti na daném problému lze místo lineárních funkcí zvolit jiné funkce. [47]



*Obr. 4-1* Možnosti linearizace [47]

Vezměme si například Fourier-Kirchhoffovu rovnici ve tvaru:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla(-\lambda \nabla T) = g(T, t, x) \quad (4-3)$$

.....

kde  $T$  symbolizuje hledanou funkci, závislou proměnnou, zatímco složky polohy  $x = (x, y, z)$  a času  $t$  jsou nezávislé proměnné. Vektor tepelného toku v pevném tělese je vázán Fourierovým zákonem, přičemž divergence  $q$  popisuje změnu tepelného toku podél těchto prostorových souřadnic.

Z rovnice (4-3) plyne, že pokud při sčítání změn ve všech směrech dojde ke změně čistého toku tak, že divergence  $q$  není nulová, pak musí být tato změna způsobena zdrojem tepla nebo případně změnou teploty v čase (akumulací tepelné energie). [47]

Pokud je diferenciální rovnice vyjádřena v podobě derivací více než jedné nezávislé proměnné, označuje se jako parciální diferenciální rovnice (PDE), protože každá derivace může představovat změnu v jednom směru z několika možných směrů. Namísto analytického řešení PDE je pro komplikovanou geometrii problému vhodnější alternativou hledání přibližných numerických řešení modelových rovnic. Metoda konečných prvků je právě tímto typem metody – numerickou metodou pro řešení PDE. [47]

V dalším kroku popíšeme metodu numerického řešení pro názornost v ustáleném stavu, kdy je derivace teploty nulová. Dále předpokládáme, že v simulační doméně je zdroj tepla,  $g(t, x)$ , a všude na hranici domény známe okrajové podmínky pro hodnotu teploty nebo její derivace.

$$\nabla(-\lambda\nabla T) = g(t, x) \quad (4-4)$$

V dalším kroku vynásobíme výše zmíněnou rovnici testovací funkcí  $\varphi$ :

$$\int_{\Omega} \nabla(-\lambda\nabla T) \varphi dV = \int_{\Omega} g\varphi dV \quad (4-5)$$

Dále předpokládáme, že testovací funkce  $\varphi$  a řešení  $T$  patří do Hilbertových prostorů. Hilbertův prostor je nekonečně velký prostor funkcí s funkcemi specifických vlastností. To umožňuje s funkcemi snadněji manipulovat, jako s běžnými vektory ve vektorovém prostoru. Například lze v této oblasti tvořit lineární kombinace funkcí a lze měřit úhly mezi funkcemi stejně jako u euklidovských vektorů. [47]

Metoda konečných prvků je systematický způsob, jak převést funkce v nekonečně rozměrném prostoru funkcí nejprve na funkce v konečně rozměrném prostoru funkcí, a nakonec na vektory, které jsou pak snadno řešitelné numerickými metodami.

Požadujeme, aby rovnost v rovnici (4-5) platila pro všechny testovací funkce v Hilbertově prostoru. Následně předpokládáme, že řešení  $T$  patří do stejného Hilbertova prostoru jako testovací funkce. To může být zapsáno jako  $\varphi \in H$  a  $T \in H$ , kde  $H$  označuje Hilbertův prostor. Pomocí první Greenovy identity:

$$\int_{\Omega} \lambda\nabla T \cdot \nabla \varphi dV + \int_{\partial\Omega} -\lambda\nabla T \cdot \vec{n} \varphi dS = \int_{\Omega} g\varphi dV \quad (4-6)$$

Rovnici (4-6) nazýváme slabou formulací, slabou právě proto, že oslabuje požadavek v rovnici (4-5), kde všechny členy PDE musí být definovány ve všech bodech. Na místo toho je u rovnice (4-6) vyžadována rovnost pouze v integrálním smyslu. Například nespojitost první derivace pro řešení je slabou formulací povolena, poněvadž nebrání integraci.

Pomocí slabé formulace je pak možné rovnice matematického modelu diskretizovat a získat tak rovnice numerického modelu. K diskretizaci lze použít Galerkinovu metodu, kde se jako báze i testovací funkce používá stejná množina funkcí.



Diskretizace zaprvé znamená hledání přibližného řešení rovnice (4-6) v konečně rozměrném podprostoru Hilbertova prostoru  $H$  tak, aby  $T \approx T_h$ . To znamená, že přibližné řešení je vyjádřeno lineární kombinací množiny bázových funkcí  $\psi_i$ , které náležejí do tohoto podprostoru:

$$T_h(\vec{x}) = \sum_i T_i \psi_i(\vec{x}) \quad (4-7)$$

Použitím tohoto vztahu můžeme diskretizovat rovnici (4-6) a tím získáváme tvar:

$$\sum_i T_i \int_{\Omega} \lambda \nabla \psi_i \cdot \psi_j dV + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-\lambda T_i \nabla \psi_i) \cdot \vec{n} \psi_j \varphi dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_i \psi_i \right) \psi_j dV \quad (4-8)$$

Neznámými jsou zde koeficienty  $T_i$  v aproximaci funkce  $T(x)$ . Rovnice pak tvoří soustavu rovnic stejné dimenze, jako má prostor konečných funkcí. Použijeme-li  $n$  testovacích funkcí  $\psi_j$  a to tak, že  $j$  je od 1 do  $n$ , získávám tak soustavu  $n$  rovnic. Z rovnice vyplývá, že existuje také  $n$  neznámých koeficientů  $T_i$ .

$$A \vec{T}_h = \vec{b} \quad (4-9)$$

kde  $T_h$  je vektor neznámých,  $T_h = \{T_1, \dots, T_i, \dots, T_n\}$ , a  $A$  je matice  $n \times n$  obsahující koeficienty  $T_i$  pro každou rovnici  $j$  v rámci jejích složek  $A_{ji}$ . Pravá strana modelu je vektorem o rozměru 1 až  $n$ .

Pokud je výchozí funkce nelineární vzhledem k teplotě nebo pokud koeficient přestupu tepla závisí na teplotě, pak je soustava rovnic rovněž nelineární a vektor  $b$  se stává nelineární funkcí neznámých koeficientů  $T_i$ . [47]

Jedná-li se o časově závislý problém, model se značně zkomplikuje. Diskrétní slabou formulaci pro každou testovací funkci  $\psi_j$  pak zapisujeme pomoví Galerkinovy metody a získáme rovnici ve tvaru:

$$\rho C_p \frac{\partial T_i}{\partial t} \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_i \int_{\Omega} \lambda \nabla \psi_i \cdot \psi_j dV + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-\lambda T_i \nabla \psi_i) \cdot \vec{n} \psi_j \varphi dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_i \psi_i \right) \psi_j dV \quad (4-10)$$

kde první člen znázorňuje časovou závislost, to je ostatně jediný člen, kterým se rovnice liší od (4-8). Zde jsou koeficienty  $T_i$  časově závislé funkce, zatímco bázové a testovací funkce závisí pouze na prostorových souřadnicích.

Pro řešení je možné použít FEM, ale jednalo by se o velmi nákladné řešení, proto je výhodnější použít metodu konečných diferencí (FDM), kterou vyjádříme aproximací níže:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} \approx \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \quad (4-11)$$

Pak jsou možné dvě metody řešení, první takzvaná implicitní metoda. Ta je použita v případě, je-li problém lineární. Pro každý časový krok je pak potřeba řešit lineární soustavu rovnic:

$$\rho C_p \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_{i,t+\Delta t} \int_{\Omega} \lambda \nabla \psi_i \cdot \psi_j dV + \sum_i \int_{\partial\Omega} (-\lambda T_{i,t+\Delta t} \nabla \psi_i \cdot \vec{n}) \psi_j \varphi dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_{i,t+\Delta t} \psi_i \right) \psi_j dV \quad (4-12)$$

Pokud se jedná o nelineární problém, je pak třeba v každém časovém kroku řešit odpovídající nelineární soustavu rovnic, což je náročné. Druhá metoda se nazývá explicitní metodou. Řešení této rovnice formulujeme následovně:

$$\begin{aligned}
\rho C_p \frac{T_{i,t+\Delta t} - T_{i,t}}{\Delta t} \sum_i \int_{\Omega} \psi_i \psi_j dV + \sum_i T_{i,t} \int_{\Omega} \lambda \nabla \psi_i \cdot \psi_j dV \\
+ \sum_i \int_{\partial\Omega} (-\lambda T_{i,t} \nabla \psi_i \cdot \vec{n}) \psi_j \varphi dS = \int_{\Omega} g \left( \sum_i T_{i,t} \psi_i \right) \psi_j dV
\end{aligned} \tag{4-13}$$

U explicitního časového schématu není nutné řešit soustavu rovnic v každém časovém kroku. Nevýhodou však u explicitních schémat s časovým posunem je skutečnost, že zahrnují omezení časového kroku stability. Pro tepelné modely, vyžaduje explicitní metoda velmi malé časové kroky, přičemž implicitní metoda umožňuje daleko větší časové kroky, což snižuje nároky například na výpočetní výkon počítače.

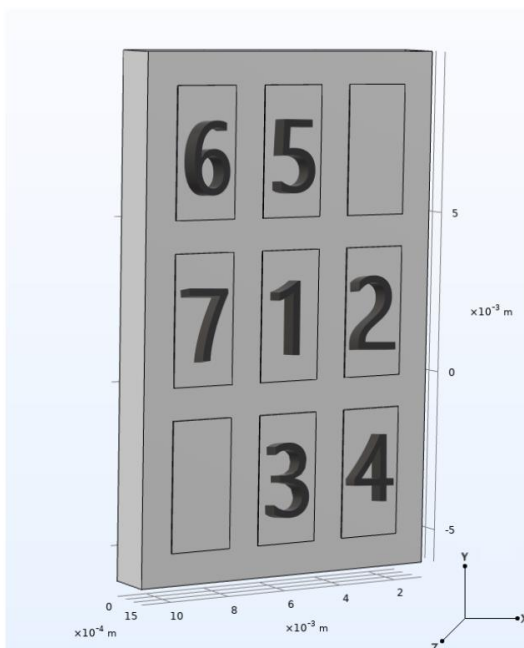
## KAPITOLA 5: POPIS MODELU

V této práci je modelováno chladnutí desky tištěného spoje s pravidelně uspořádanými pájecími ploškami bez vodivého propojení. Na některých ploškách je tenká vrstva pájecí slitiny. Model je konstruován tak, aby odpovídal experimentální studii [38]. Rovnice přenosu tepla je řešena numericky pomocí metody konečných prvků (FEM) implementované v programu COMSOL Multiphysics® (COMSOL AB, Stockholm, Švédsko). Za počáteční podmínky byla zvolena počáteční teplota 513 °K při výstupu z pece. Tato hodnota byla zvolena tak, aby korelovala s již naměřenými údaji z experimentální studie. [19]

Okrajová podmínka je nastavena na konvekci tepla (ochlazování vzduchem, které není v modelu explicitně zahrnuto), jenž je popsána parametrem tepelného toku,  $q = -1800 \text{ W/m}^2$ , který byl získán porovnáním ochlazovacích křivek z experimentální studie. Koeficient alfa pak vychází v rozmezí  $10 - 50 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ , v závislosti na teplotě vzorku, což koresponduje s typickými hodnotami pro chlazení vzduchem, tedy v intervalu od  $10 - 500 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . [19]

### 5.1 Geometrie

Model je složen z desky plošných spojů s rozměry:  $10 \text{ mm} \times 16 \text{ mm} \times 1,5 \text{ mm}$ . Na které je devět měděných pájecích desek o rozměrech:  $2 \text{ mm} \times 4 \text{ mm} \times 30 \text{ }\mu\text{m}$ . Ty jsou umístěny v matici 1 mm od sebe. Na těchto deskách je umístěna pájecí pasta SAC 387, která je vymodelována do tvaru kvádrů o rozměrech  $2 \text{ mm} \times 4 \text{ mm} \times 0,5 \text{ mm}$ , což odpovídá množství 30 g pájecí pasty. Čísla vyobrazená na každé měděné destičce označují polohu, což nám usnadňuje porovnání hodnot získaných experimentem a modelováním.



Obr. 5-1 Rozložení padů

## 5.2 Materiály

Simulovaný vzorek se skládá z desky plošného spoje FR4, měděných plošek a pájky SAC387. Následující tabulky obsahují materiálové konstanty, které model uvažuje. Tyto konstanty byly převzaty ze studií [19], [48] nebo z databáze parametrů v Comsol Multiphysics.

<b>Materiálové konstanty pro FR4:</b>		
Tepelná kapacita při konstantním tlaku	1369	J/ (Kg · K)
Hustota	1900	kg/m <sup>3</sup>
Tepelná vodivost – anizotropní	1;1;0,5	W/ (m · K)
<i>Tab. 5-1 Materiálové konstanty pro FR4</i>		

<b>Materiálové konstanty pro pájecí pastu SAC 387:</b>		
Tepelná kapacita při konstantním tlaku	150	J/ (Kg · K)
Hustota	9000	kg/m <sup>3</sup>
Tepelná vodivost – izotropní	6,50E+01	W/ (m · K)
Latentní teplo	50	kJ/kg
<i>Tab. 5-2 Materiálové konstanty pro SAC387</i>		

<b>Materiálové konstanty pro měděné destičky:</b>		
Tepelná kapacita při konstantním tlaku	364	J/ (Kg · K)
Hustota	8960	kg/m <sup>3</sup>
Tepelná vodivost – izotropní	4,01E+02	W/ (m · K)
<i>Tab. 5-3 Materiálové konstanty pro měděné destičky</i>		

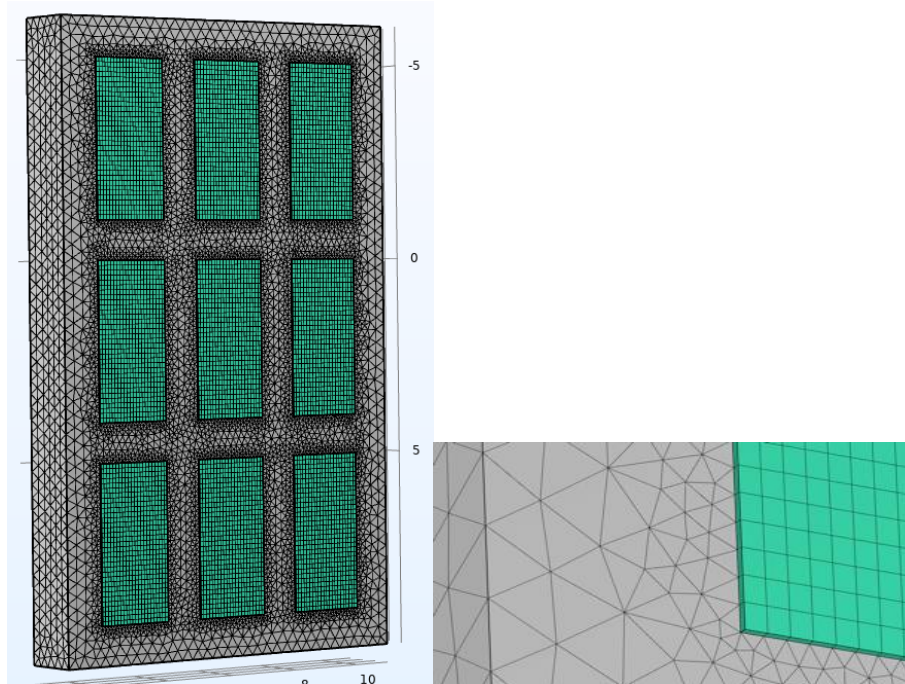
## 5.3 MESH

Comsol Multiphysic umožňuje generovat mesh automaticky, nicméně v našem případě geometrie s velkými rozměrovými rozdíly (tloušťka vrstev ~ μm – délka desky ~ cm) byla vytvořena mesh těchto domén ručně.

Měděné desky byly meshovány pomocí mapovací funkce do obdélníku 33 x 22 (horní povrch pájecích plošek), následně byla použita funkce „swept mesh“ k propagaci pravoúhlého meshe do objemu plošky. Deska FR4 byla definována pomocí volné tetraedrické metody, která automaticky navazuje na již hotový mesh pájecích plošek. Pájecí slitina tvaru kvádrů byla rovněž rozdělena do obdélníku 33 x 22 (horní povrch) a poté byla pomocí funkce „swept mesh“ rozdělena na 7 částí, jak je znázorněno na Obr. 5-2.

Maximální velikost prvku je 5,6E-4 m a minimální velikost prvku je 2,4E-5 m. Dále při automatickém generování tetraedrálního meshe uvažujeme faktor zakřivení 0,3, maximální rychlost růstu prvků 1,35 a rozlišení úzkých oblastí 0,85. Nejmenší počet prvků sítě je 383 979, tento počet se mění v závislosti na změně geometrie.

Porovnáním teplotního průběhu pro mnoho variant meshe s proměnnou jemností (počet elementů) bylo ověřeno, že mesh popsany výše dosahuje konvergence. Přesnost výsledku tedy nelze relevantním způsobem vylepšit při dalším zjemnění meshe.



Obr. 5-2 Ukázka meshe

Diskretizace času je důležitou součástí simulace, protože sledovaný jev, uvolňování latentního tepla, probíhá relativně rychle ve srovnání s celkovým časem vychládání. Zvolili jsme konstantní časový krok,  $\Delta t = 0,01$  s. Celková doba simulace je 100 s. Bylo ověřeno, že výsledný průběh teploty nezávisí na dalším zkracování časového kroku. Delší časový interval by bylo obtížné simulovat – za daného nastavení trvá simulace mezi 5 a 6 hodinami na pracovní stanici s 8jádrovým procesorem AMD Ryzen a s paměť RAM 64 GB.

## 5.4 Modelování latentního tepla

Latentní teplo bylo modelováno, jako nezávislý zdroj tepla, pomocí instrukce „heat source“. V této instrukci byl zvolen blok, na němž se nachází pájecí pasta. Do instrukce je dále vložena rovnice, která ponese zakomponované dva parametry.

Prvním z parametrů je obdélníková funkce, která se aktivuje v předem nastaveném čase, tento čas byl nastaven v závislosti na naměřených datech z experimentu. Druhým z nich je nastavené množství uvolněného tepla, jež byla získána pomocí vztahu:

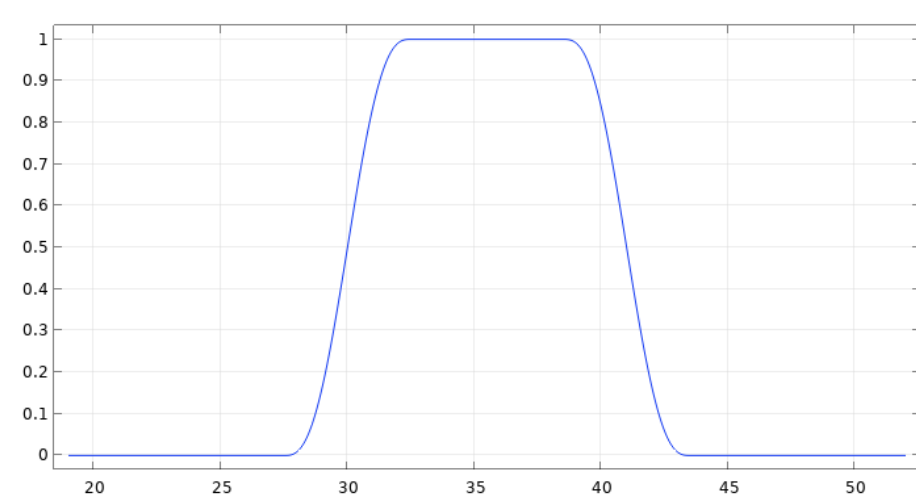
$$LH_W [W/m^3] = LH_J \left[ \frac{J}{kg} \right] \cdot \frac{\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]}{t_r [s]} \quad (5-1)$$

---

kde  $LHJ = 50 \text{ kJ/kg}$  je množství latentního tepla, získané z experimentálního měření, které se uvolní během doby  $t_r$ ,  $\rho$  pak značí látkovou hustotu. Tomu v našem případě odpovídá hustota tepelného výkonu  $LHW = 38.8 \text{ W/cm}^3$  aktivovaná po dobu vyznačenou v Obr. 5-3 pomocí funkce „heat source“:

$$\text{Heatsource}(t) = LH_W \cdot \text{rect}(t) \quad (5-2)$$

kde  $\text{rect}(t)$  je předem definovaná obdélníková funkce. Příklad takové funkce je na Obr. 5-3. Numerické stabilitě řešení napomáhá konečný sklon náběžné hrany (smoothing), který částečně koreluje s rychlostí vyjždění vzorku z pece, ale volíme ho jako fitovací parametr při porovnání s měřenými daty.[48]



Obr. 5-3 Ukázka použité obdelníkové funkce

## KAPITOLA 6: FEM – VÝSLEDKY

V této kapitole je nejdříve popsán experiment, dle kterého byl tento model vytvořen. Dále jsou rozebrány výsledky dle jednotlivých kombinací rozložení pájky na různých měděných ploškách (padech) a zároveň v těchto podsekcích bude srovnání s daty, které byly získány z již zmiňovaného experimentu.

### 6.1 Experiment

Tento experiment byl proveden Ing. Martinem Plačkem, Ph.D. a jeho skupinou. Pro tuto diplomovou práci bude uvedeno pouze shrnutí tohoto experimentu.

Experiment byl založen na vzorcích desek plošných spojů s pájecími ploškami o rozměrech 2 mm x 4 mm x 30 μm, které jsou vedle sebe navrženy v matici s mezerou 1 mm. Na pájecí plošky bylo nanášeno 30 mg bezolovnaté pájecí pasty SAC387.

Do předvrtaných otvorů na spodní straně pájecích plošek byly upevněny termočlánky o průměru 0,13 mm. K přetavení poté docházelo v konvekční horkovzdušné peci Mistral 260. Tato přetavovací pec byla nastavena na teploty 165 °C, 205 °C a 265 °C v různých zónách.

Teplotní čidla byly měřeny po desetínách stupňů a dále byly připojeny k zařízení snímající teplotní profily KIC EXPLORER se sedmi kanály. [19]

V experimentu byla pájka vložena na pady dle tabulky níže, číslování odpovídá obrázku. Následně byl vyhodnocován vliv uvolnění latentního, jak na padu s pájkou, tak i vliv tohoto uvolněného tepla na okolní pady.

Výsledkem tohoto experimentu bylo získání souborů .csv s teplotními profily vychládání pájky, tyto data budou rovněž porovnány s namodelovanými daty.

	Pad 1	Pad 2	Pad 3	Pad 4	Pad 5	Pad 6	Pad 7
Experiment 1	x						
Experiment 2			x		x		
Experiment 3	x		x		x		
Experiment 4	x	x	x		x		
Experiment 5	x	x	x	x	x	x	x

Tab. 6-1 Kombinace rozložení pájky

### 6.2 Výsledky a porovnání jednotlivých kombinací

V této sekci budou zobrazeny 2D obrázky získané z modelu během uvolňování latentního tepla, dále budou jednotlivé případy popsány a u každé kombinace bude uvedena sada grafů se srovnáním teplotních profilů na jednotlivých padech v okamžiku kdy dochází k uvolnění latentního tepla.

Tyto grafy byly přiblíženy tak, aby byl vidět vliv uvolnění tepla i na ostatních padech.

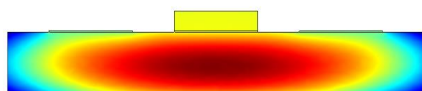
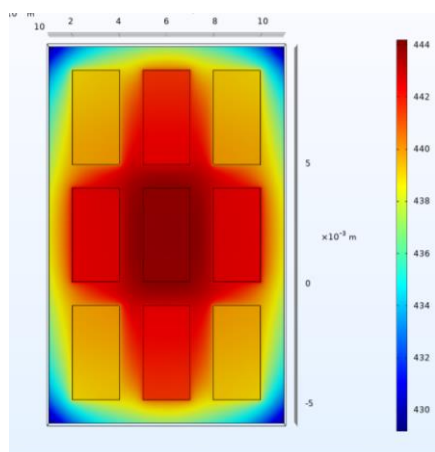
## 6.2.1 Pájka na padu 1

V tomto případě byla pájka umístěna pouze na padu 1, tedy na prostředním padu. Na obrázku *Obr. 6-1* je vidět, že při chladnutí desky plošných spojů se nejvyšší teplota soustřeďuje okolo prostředního padu s pájkou, dalšími nejteplejšími pady jsou pady v bezprostřední blízkosti, které mají navíc nejdelší hranici s padem 1.

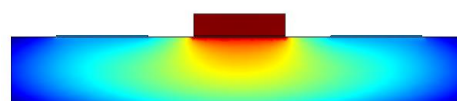
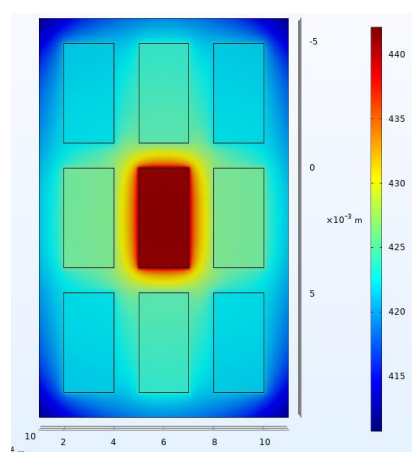
Na obrázku *Obr. 6-2* je vidět teplotní rozložení na DPS v čase 34,8 s od počátku chladnutí. V tomto okamžiku již dochází k postupnému uvolňování latentního tepla.

Z tohoto důvodu dojde k mírnému zvýšení teploty na okolních padech. Jakmile tento děj odezní pájka dále lineárně chladne.

Na obrázcích řezů, je znázorněné rozložení teploty uvnitř FR4. Je zřejmé, že během chladnutí se nejvyšší teplota nachází uvnitř FR4, zatímco během uvolnění latentního tepla dojde k ohřátí pouze část FR4, která se nachází v blízkosti padu s pájkou. Měděné destičky po vychladnutí dále poslouží, jako chladič pro FR4, díky své vysoké tepelné vodivosti.



*Obr. 6-1* Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla

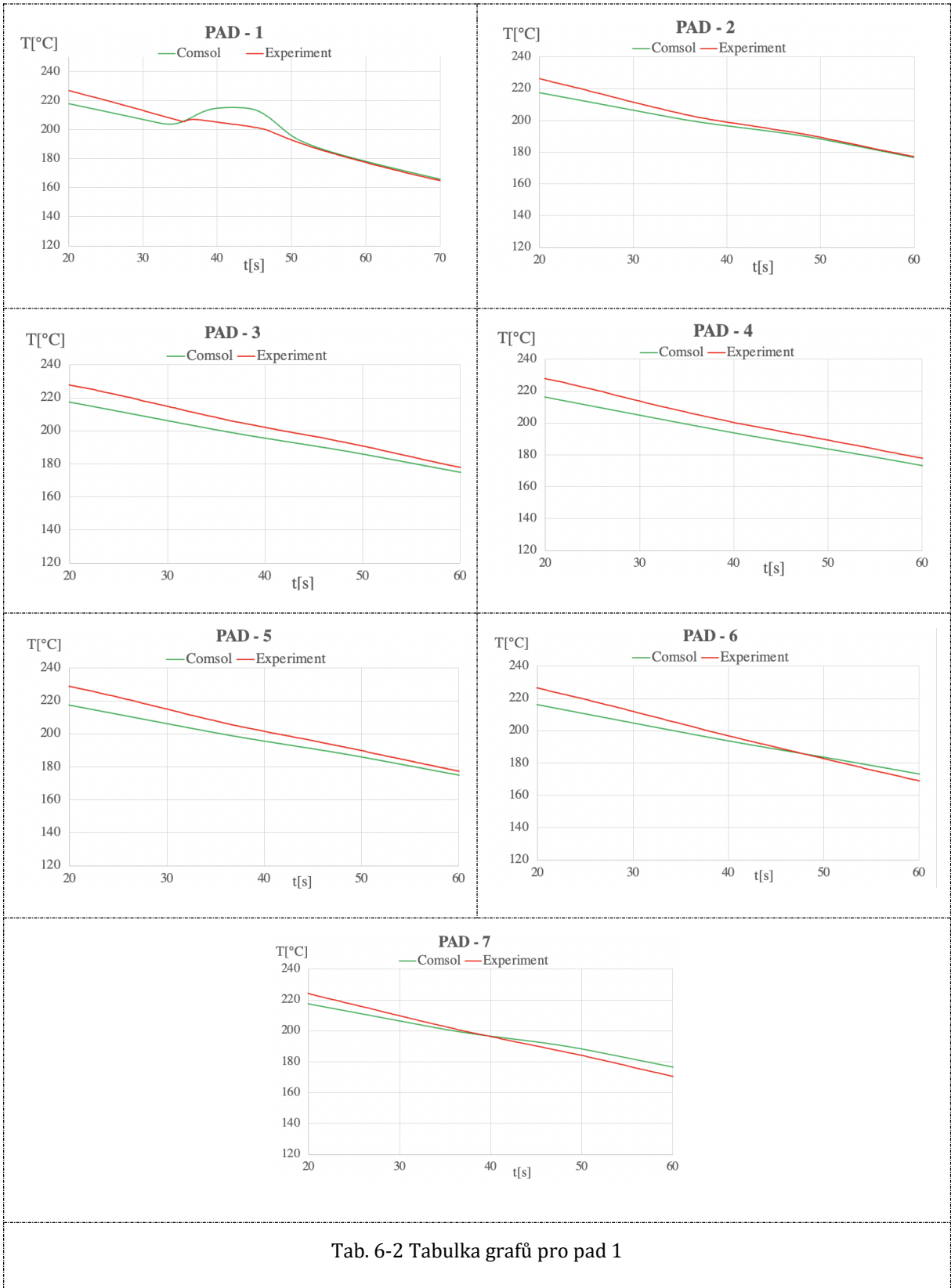


*Obr. 6-2* Uvolnění latentního tepla na padu 1

Na následující stránce na grafu pro pad 1 je vyobrazen průběh teploty, v čase  $t=33$  s dojde k uvolnění latentního tepla a jeho vlivem ke zvýšení teploty o  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . V experimentální části byl tento nárůst podstatně menší, a to pouze o  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . To se ukázalo, že je částečně způsobené vlivem termočlánků, které část tepla odvádí.

Na padu 2 je patrná změna směrnice teplotní křivky. Pady 3 a pady 5 mají téměř totožnou vychládající charakteristiku. To způsobuje jejich obdobná poloha vůči padu 1.





Tab. 6-2 Tabulka grafů pro pad 1

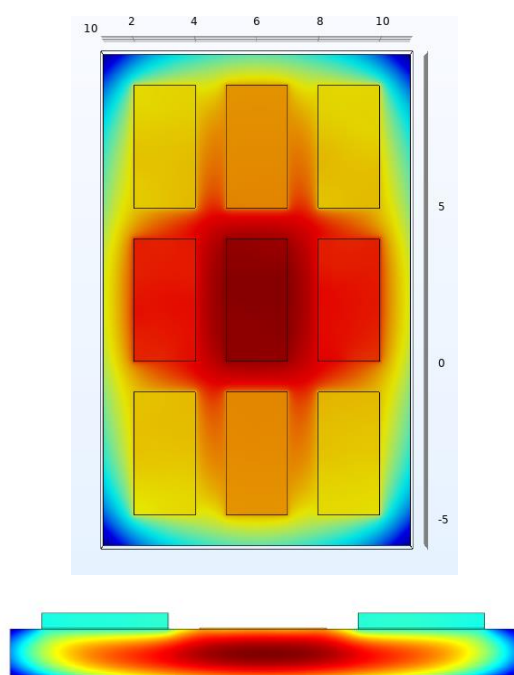
## 6.2.2 Pájka na padech 3 a 5

Pro tento případ byla pájka umístěna na destičkách 3 a 5. Na destičce 3 dochází k uvolnění tepla ve 30 s a doba, během které dojde k uvolnění, je 12 s. Stejně tak je tomu i u destičky 5, kde se teplo začne uvolňovat rovněž během 30 s a děj odeznívá po 12 s.

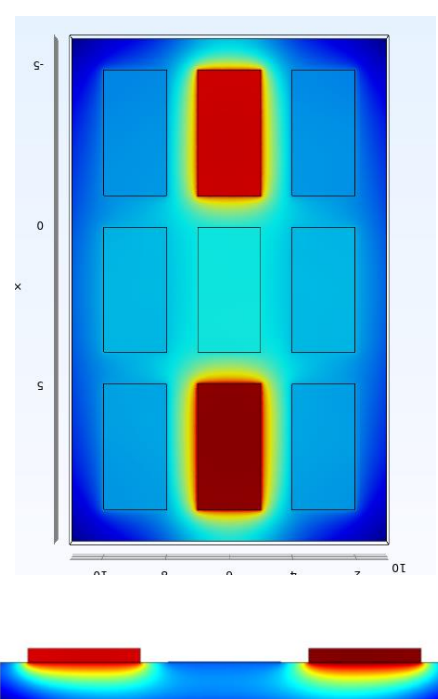
Na obrázku *Obr. 6-3* je teplotní rozložení v okamžiku ve kterém ještě nedošlo k uvolnění latentního tepla. Opět se také nejvyšší teplota soustřeďuje u 1. padu, což je způsobeno zejména umístěním.

Na obrázku *Obr. 6-4* je zřejmé, že při uvolňování latentního tepla dojde ke zvýšení teploty na padech 3 a 5. Poněvadž po výjezdu z pece nejdříve začne chladnout pad 5, uvolní se na tomto padu latentní teplo dříve nežli na padu 3. Proto je v tomto okamžiku patrná vyšší teplota na padu 3.

Je zřejmé, že latentní teplo uvolněné na těchto dvou padech nejvíce ovlivní pad 1, které mu se výrazně zmírní sklon teplotní křivky.



*Obr. 6-3* Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – Pad 3, 5

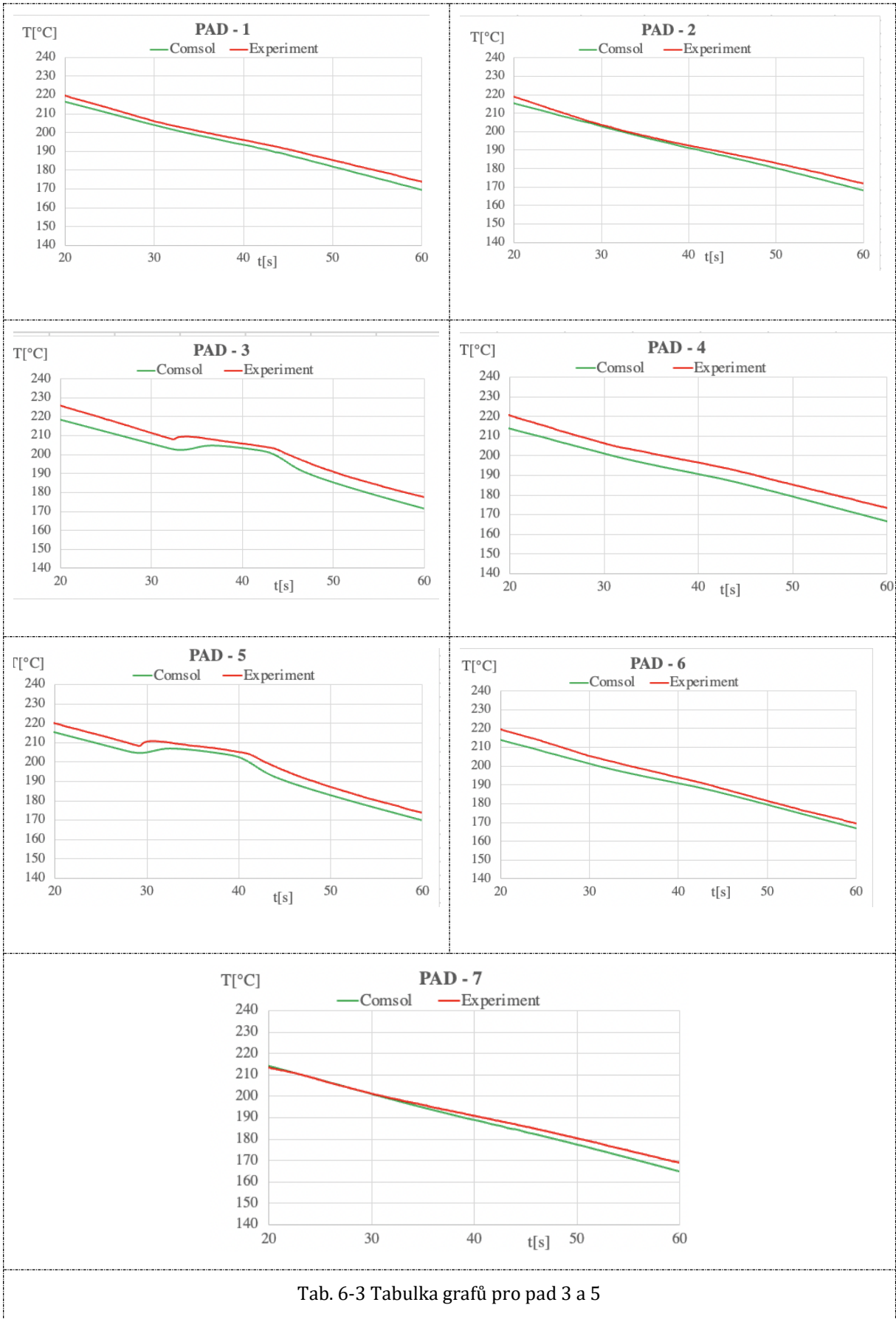


*Obr. 6-4* Uvolnění latentního tepla na padu 3 a padu 5

Z grafů je patrné, že se teplo uvolní právě na padech 3 a 5 s časovou konstantou 3 s. V tomto případě již dojde k výraznějšímu ovlivnění poklesu všech křivek. Nejméně ovlivněné křivky jsou křivky pro pady 2 a 7.

Na padech 6 a 4 dojde u modelu ke stejnému ovlivnění, v experimentální části však dochází k většímu ovlivnění u padu 4.

Jak již bylo zmíněno nejvíce se změní sklon teplotní křivky pro pad 1.



Tab. 6-3 Tabulka grafů pro pad 3 a 5

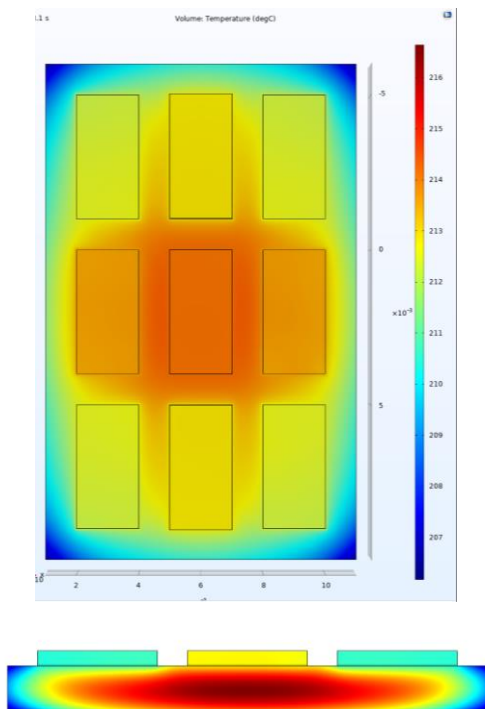
### 6.2.3 Pájka na padech 1, 3 a 5

V tomto případě byla pájka umístěna na padech 1, 3 a 5, tedy na celé prostřední horizontální řadě padů. Nejdříve opouští pec desky 6 a 5, po nich desky 7, 1 a 2 a nakonec desky 3 a 4. V tomto případě se jedná o desky, které opouští pec jako první. Nejvyšší teplota je spatřena uprostřed. Toto teplo je dále absorbováno pájkou, měděnými destičkami a také FR4.

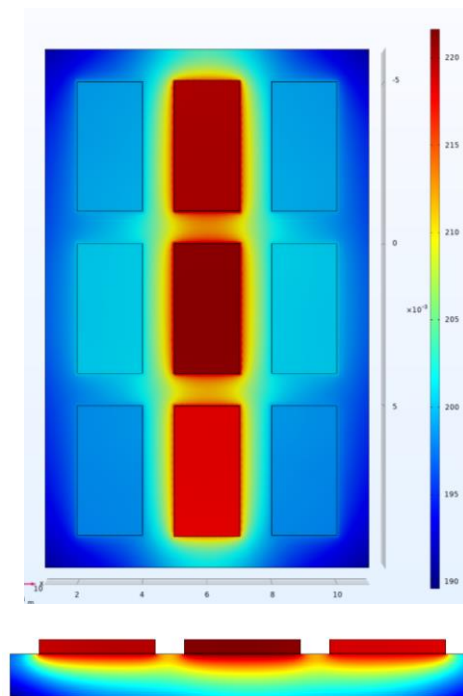
K uvolňování latentní tepla na padu 1, dochází během 32 s. U padu 3 dojde k uvolnění latentního tepla o 2 sekundy déle. Posledním místem, kde je umístěna pájka je pad 5 zde se začne latentní teplo uvolňovat již od 31 s.

Na obrázku *Obr. 6-5* je teplotní rozložení modelu před uvolněním latentního tepla. Teplotní rozložení zde vypadá jinak nežli u obrázku *Obr. 6-1* To je způsobené tím, že se na padech nachází pájka, která má jinou tepelnou vodivost nežli měděné destičky. Přesto se však nejvyšší teplota soustřeďuje ve středu DPS.

Na obrázku *Obr. 6-6* se již na všech padech uvolňuje latentní teplo. Různé rozložení teplot je opět způsobeno různými časy, ve kterém dochází k uvolnění latentního tepla. Ostatně i v tomto případě je tepelně nejvíce namáhán pad 1.

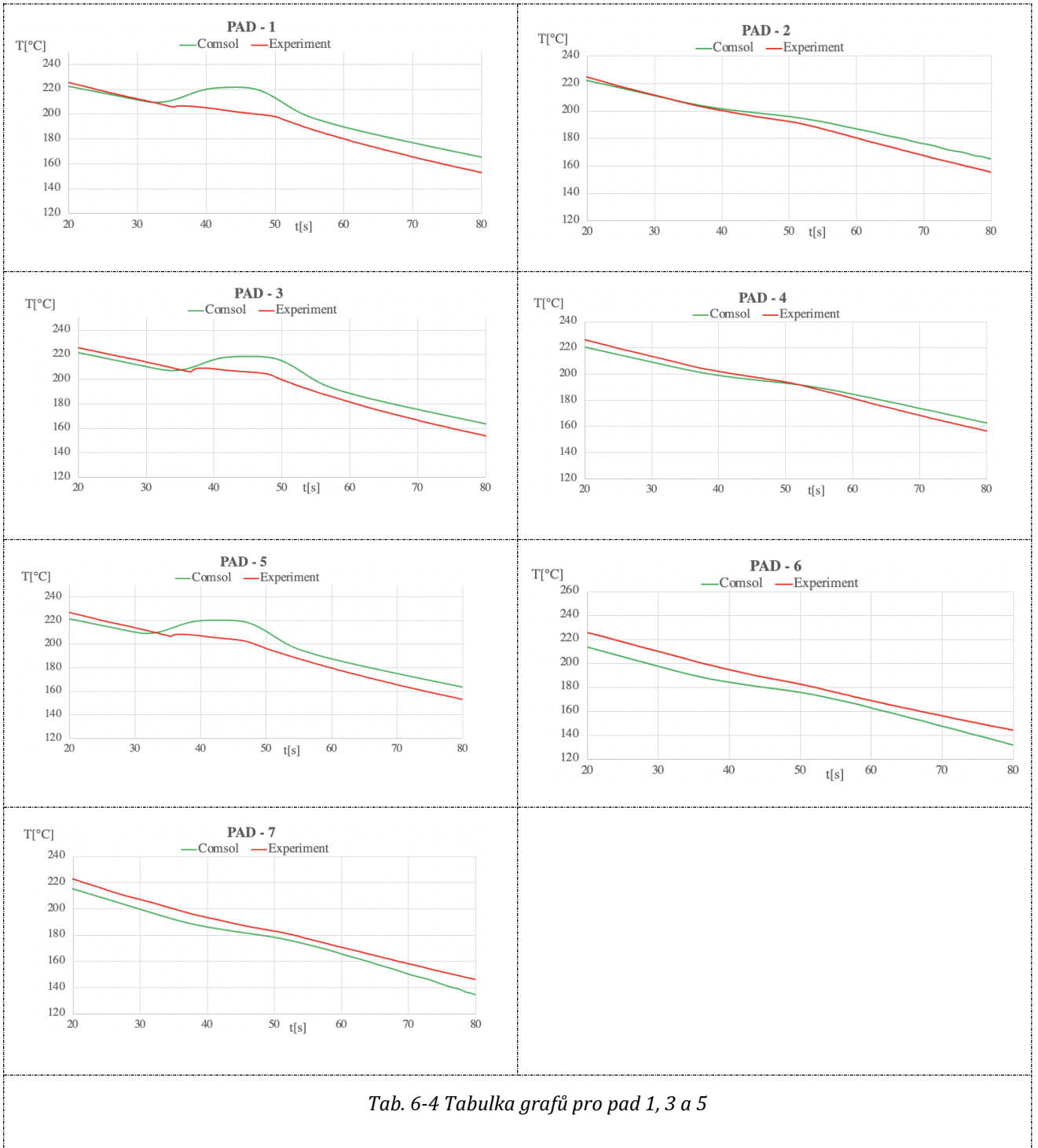


*Obr. 6-5* Teplotní rozložení během chlazení před uvolněním latentního tepla – Pad 1, 3 a 5



*Obr. 6-6* Uvolnění latentního tepla na padech 1, 3 a 5

V grafech umístěných v tabulce Tab. 6-4, není příliš patrný časový posun mezi jednotlivými uvolněními latentního tepla na padech 1, 3 a 5. Je zde však velmi patrná změna sklonu křivky u všech ostatních padů. Ve všech případech, krom padu 1, 3 a 5 dojde mezi 30–40 s k pozastavení klesání a k vytvoření sedla.

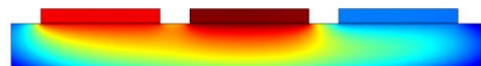
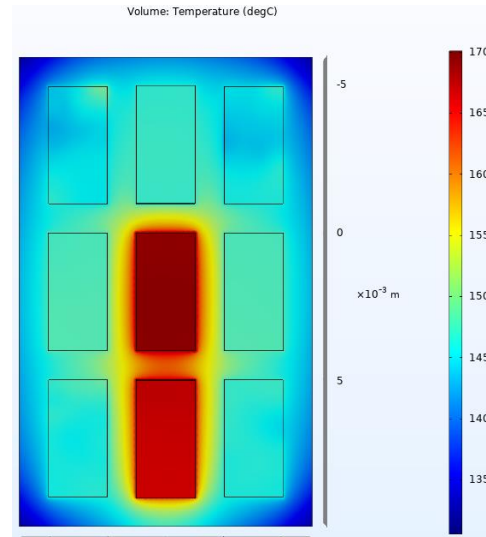
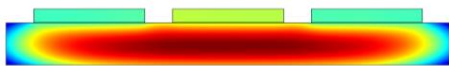
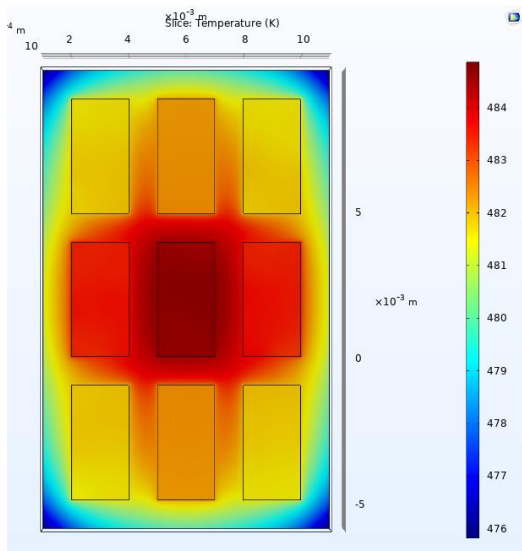


Tab. 6-4 Tabulka grafů pro pad 1, 3 a 5

## 6.2.4 Pájka na padech 1,2, 3 a 5

V tomto uskupení byla pájka umístěna na padech 1,2,3 a 5. Na obrázku *Obr. 6-7* je opět znázorněno rozložení teploty během vychládání, v okamžiku, kdy nedochází k uvolňování latentního tepla.

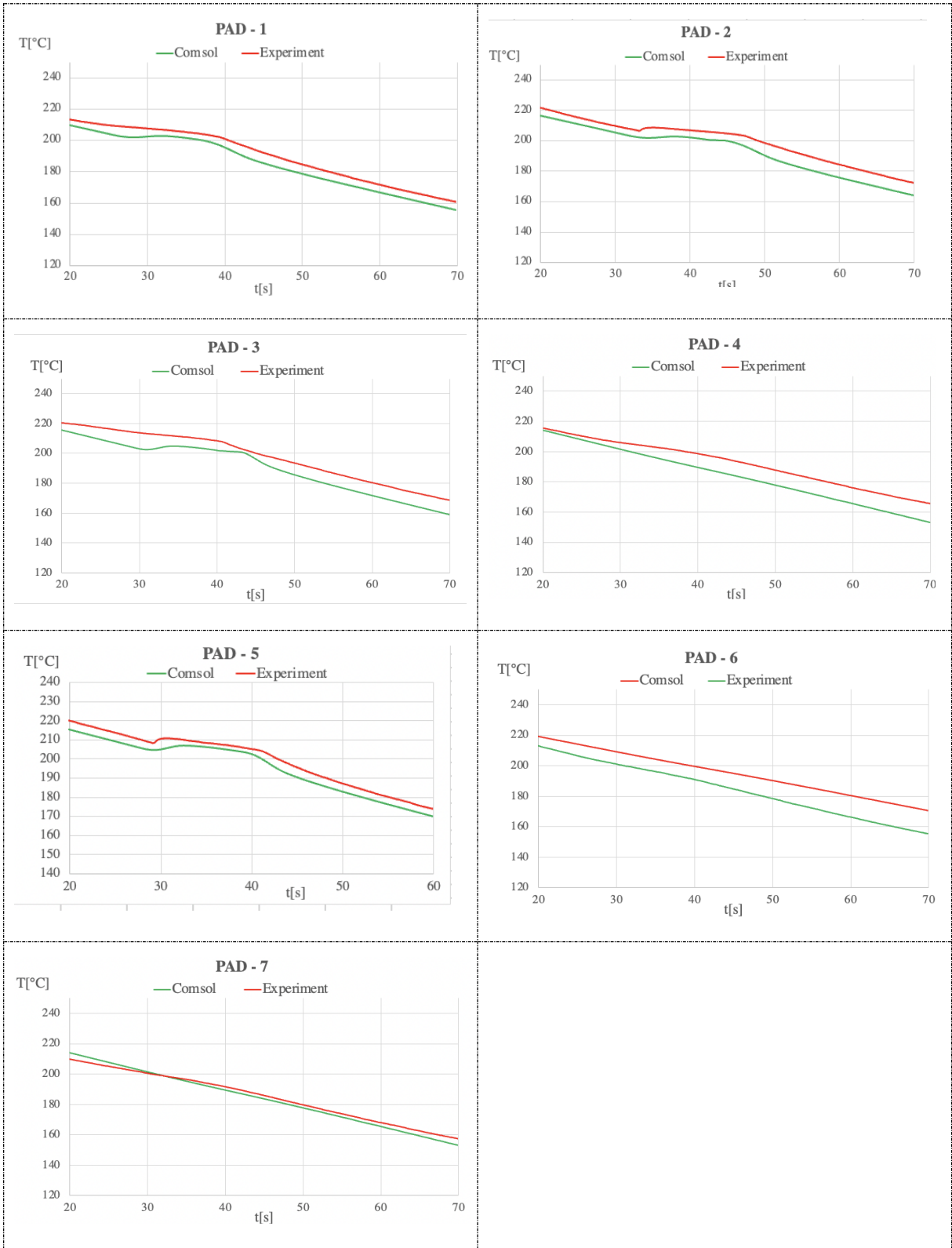
V řezu jsou pady 1, 3 a 5, v okamžicích, kdy se skupenské teplo neuvolnilo, a proto se nejvyšší teplota soustřeďuje u padu 1, který je uprostřed problému. Naopak na obrázku *Obr. 6-8* již dochází k uvolnění latentního tepla na padech 5 a 1, to se opět projevuje lokálním zvýšením teploty právě na těchto padech a kondukčním šířením tepla do okolních padů.



*Obr. 6-7* Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – Pad 1, 2, 3 a 5

*Obr. 6-8* Uvolnění latentního tepla na padech 1 a 5

Z grafů v tabulce Tab. 6-5 je možné opět vyzorovat dobu uvolňování a čas ve kterém k tomuto jevu dochází. Pro tuto kombinaci obsazení pájky nedochází k markantnímu ovlivnění teploty během uvolňování, nevytváří se sedla, jako v příkladech výše. To může být způsobeno, tím, že teplotní výkyvy, způsobené uvolňování latentního tepla, jsou podstatně nižší nežli v předchozích případech. Dalším vlivem by mohlo být i to, že k uvolňování dochází postupně, nikoliv u všech padů v jeden okamžik. Sklon křivky se však oproti případu bez uvolňování energie změnil.



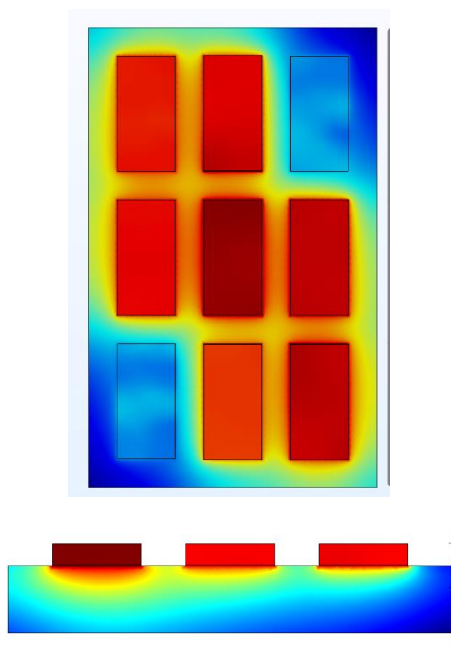
Tab. 6-5 Tabulka grafů pro pady 1,2,3 a 5

## 6.2.5 Pájka na všech padech

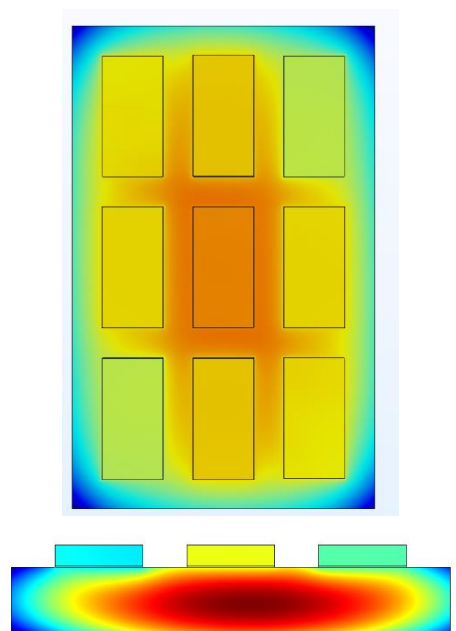
Na obrázku je znázorněn pohled na model, v němž je pájka umístěna na všech 6 možných měděných destičkách v okamžiku, kdy začne docházet ke změně fáze. Tyto změny jsou vzájemně posunuty o časové konstanty, které závisí i na pořadí padů při výstupu z přetavovací pece.

Na obrázku *Obr. 6-9* je zobrazen pohled na model v okamžiku kdy se již na všech padech uvolní latentní teplo. Je patrné, že uvolněná energie jednoho padu, ovlivňuje teplotu ostatních padů. Názorný je opět pad 1, který absorbuje teplo od okolních padů a dochází k dalšímu zvýšení jeho teploty.

Na obrázku *Obr. 6-10* je naopak zobrazen model v momentě, kdy se tepelná energie ještě nezačne uvolňovat. Je však zde názorně vidět, jaký rozdíl v tepelném rozložení udělá volba materiálů. Konkrétně je myšlen rozdíl mezi pady 6, 4 a nezkoumanými číselně neoznačenými pady na kterých se pájka nenachází. Tyto pouze měděné destičky pak chladnou podstatně lépe a dále poslouží, jako chladič pro ostatní komponenty modelu.



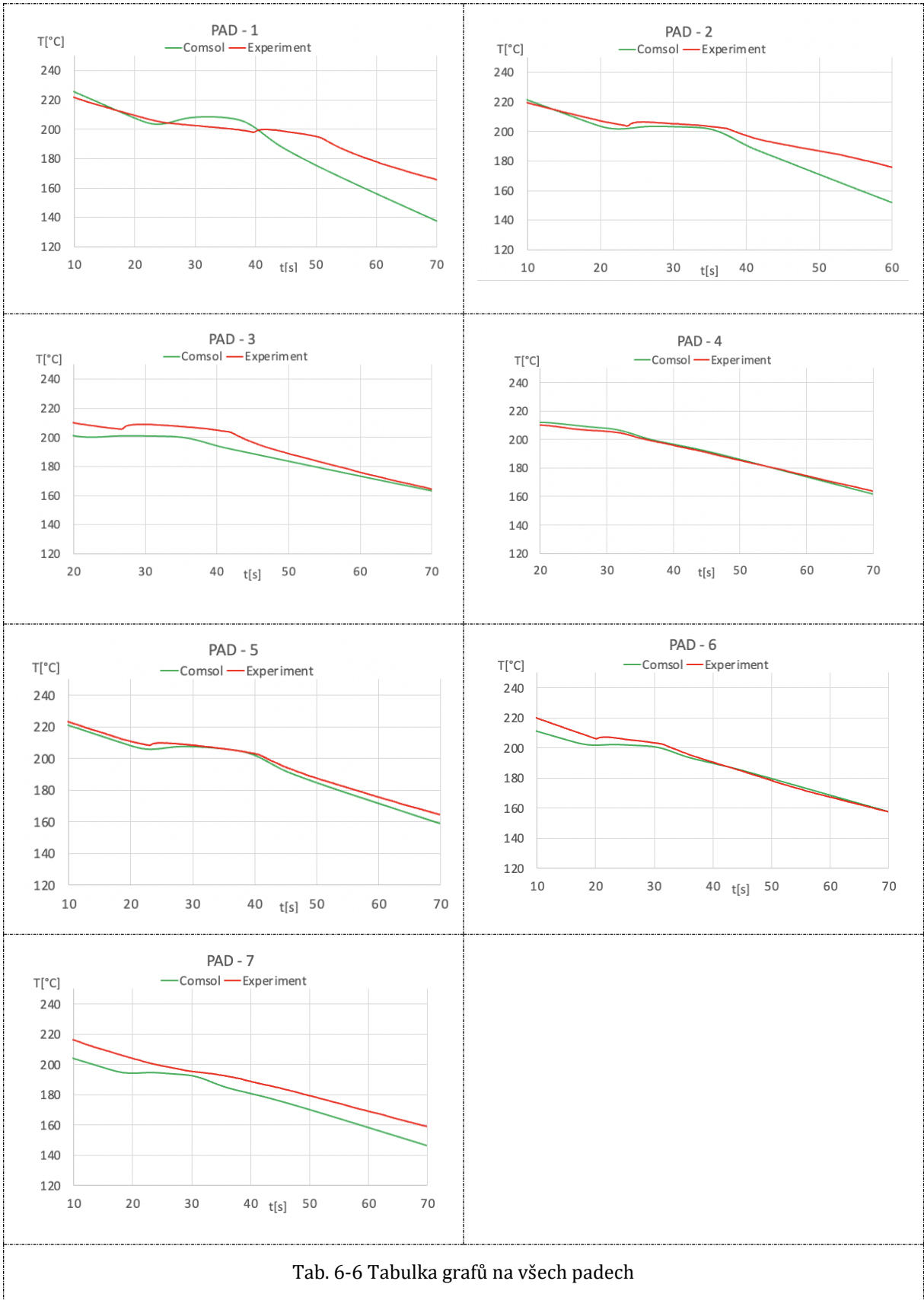
*Obr. 6-9 Uvolnění latentního tepla na všech padech*



*Obr. 6-10 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – všechny Pady*

Z grafů v tabulce Tab. 6-6 je oproti předchozím případům patrné vzájemné ovlivnění latentního tepla, například u padů 4 a 7, dojde ke změně směrnice křivky, ale uvolnění se neprojeví větším teplotním výkyvem. Ostatní pady uvolňují latentní teplo postupně. Výjimku tvoří pad 1, který má teplotní profil výrazně zdeformovaný, je to dáno zejména absorpcí tepelné energie okolních padů, díky tomu si tento pad drží teplotu o malinko vyšší, nežli je teplota tání dané pájky, jakmile tato teplota poklesne dojde již k uvolnění tepla i u tohoto padu.





Tab. 6-6 Tabulka grafů na všech padech

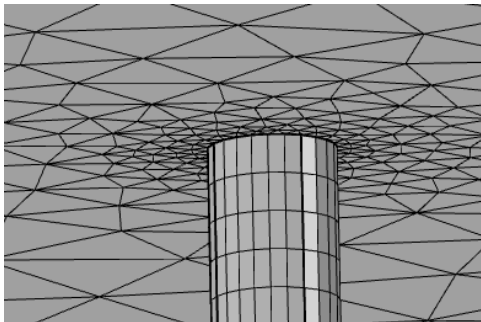
### 6.3 Vliv měření teploty termočláanky na teplotní výkyv

V modelu, který je popsán v kapitole 5, byly zanedbány termočláanky, kterými byla v experimentu měřena teplota měděných destiček. Teplota destiček byla v modelu počítána jako průměr v objemu jednotlivým měděných destiček.

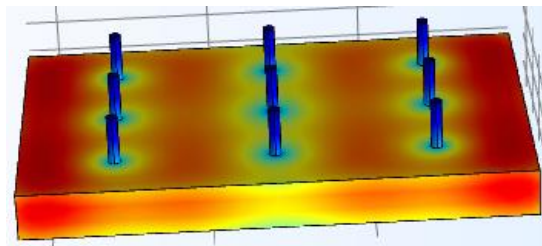
Jak již bylo zmíněno v podkapitole 6.2.1 teplotní výkyvy způsobené uvolněním latentního tepla v modelu jsou ve většině případů mnohem větší, nežli je tomu u dat získaných experimentálním měřením.

Z tohoto důvodu byl vytvořen nový model, který respektuje veškeré fyzikální skutečnosti uvažované modelem bez termočláanky. Do tohoto modelu byly vloženy termočláanky modelované jako hliníkový válec o průměru 0.17 mm. Tyto termočláanky byly modelovány do středu každého padu a zároveň byly vkládány doprostřed objemu měděné desky a dále byly dráty vyvedeny FR4 mimo DPS.

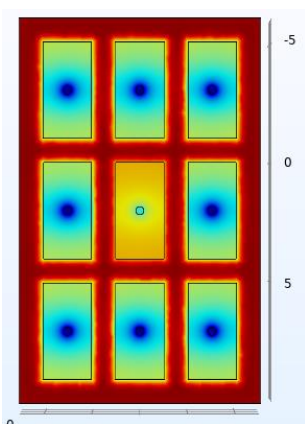
Na dráty, které byly vyvedeny z FR 4, bylo přiřazeno chlazení rovněž  $-1800 \text{ W/m}^2$ , jako je tomu tak i u předchozího modelu, přidáním těchto drátů dojde ke zvýšení ochlazovací plocha, další nezpochybnitelný faktor je jiná hodnota tepelné vodivosti u termočláanky, nežli tomu je u FR4.



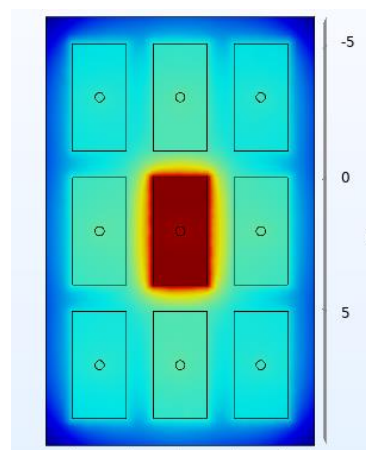
Obr. 6-11 Ukázka vymeshovaného přechodu mezi FR4 a vodičem k termočláanky



Obr. 6-12 Ukázka vodičů vedoucích od termočláanky



Obr. 6-13 Ukázka vlivu termočláanky na měděné destičce



Obr. 6-14 Ukázka vlivu termočláanky na padu během uvolňování latentního tepla na padu 1

Na obrázku Obr. 6-11 je zobrazená mesh tohoto o poznání složitějšího modelu. Ukázalo se zde problematické, že termočláanek a jeho napájecí kabel prochází spoustou komponentů o různých

šířkách, řádově desítky  $\mu\text{m}$  až po jednotky  $\text{cm}$ . Pro vytvoření meshe byly termočlánky a jeho kabely „rozsekány“ do jednotlivých sekcí. To znamená že zvlášť byla tvořena mesh pro část termočlánku v měděné destičce, zvlášť byla tvořena mesh pro napájecí kabel, který vede FR4 a na závěr byla dodělána mesh pro vyčnívající kabely.

Na obrázku *Obr. 6-12* je vyobrazena poloha vyčnívajících přírodních kabelů k termočládkům. Ačkoliv je na obrázku velká diference mezi barvami ve skutečnosti se jedná pouze o jednotky  $^{\circ}\text{C}$ .

Obrázek *Obr. 6-13* symbolizuje odvedení tepla termočlánku z objemu měděných destiček. Rovněž je patrný vliv na pad obsahující pájku.

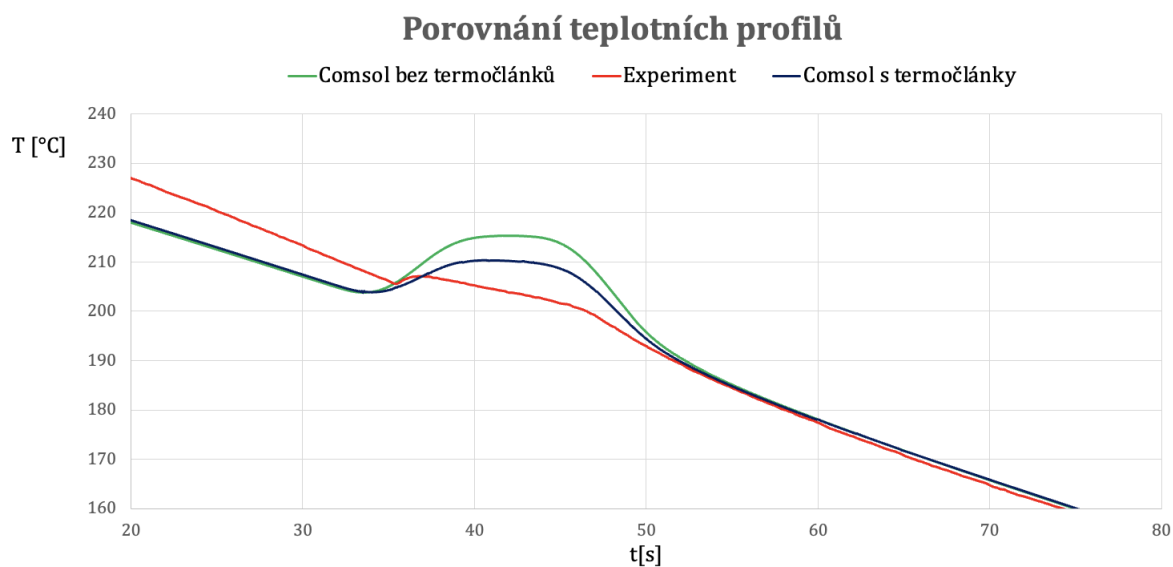
Na obrázku *Obr. 6-14* je patrný vliv chlazení termočlánku na velikost teploty na měděných destičkách a pájce. Rovněž je třeba zmínit, že ačkoliv se na obrázku nachází vysoké kontrasty barev, opět se jedná pouze o jednotky  $^{\circ}\text{C}$ .

Na grafu Graf 6-1 je znázorněn případ kdy je pájka pouze na padu 1. Červeně je vykreslen průběh teploty z termočlánku umístěného v padu 1 během experimentu.

Zeleně je pak znázorněn průběh teploty, který byl modelován bez termočládků a hodnota teploty byla počítána jako objemový průměr teploty měděné destičky.

Tmavě modrá křivka pak znázorňuje průběh teploty v případě, kdy byly domodelovány termočlánky. Teplota je v tomto případě počítána jako objemový průměr termočlánku uloženého v měděné destičce.

Z grafu je patrné, že domodelování těchto termočládků zmenšilo teplotní výkyv téměř o polovinu. Za běžných okolností předpokládáme, že termočlánek je natolik malý, že nemůže sám měření ovlivnit. Ukazuje se, že tento předpoklad v případě pájecích plošek a jejich malého latentního tepla neplatí.



*Graf 6-1 Porovnání teplotních profilů při domodelování termočládků*

## KAPITOLA 7: VLIV UVOLŇOVÁNÍ LATENTNÍHO TEPLA NA PÁJENÍ SOUČÁSTEK BGA

### 7.1 Seznámení s problematikou

V době, kdy deska se součástkami BGA vyjíždí z pece, nedochází k rekalescenci u všech kuliček naráz, ale postupně dle toho, v jakém pořadí vyjíždí z pece. Latentní teplo, které se z kuliček, u kterých rekalescence již proběhla, uvolní, dále může ovlivňovat další kuličky. U kuliček, které se nacházejí již v pevném skupenství, se projeví změnou tepelné roztažnosti. (U kuliček v kapalném stavu nehraje změna tepelné roztažnosti roli, protože jejich tvar se může snadno přizpůsobit změněnému objemu.)

V případě, kdy by došlo k akumulaci této elastické energie z více kuliček, může dojít i k destrukci pájeného spoje. Cílem této závěrečné kapitoly je využít nabytých znalostí o vzájemném tepelném vlivu mezi pájecími ploškami k odhadu mechanického napětí, které může vzniknout při pájení reálné součástky s maticí kuliček – ball grid array.

### 7.2 Odhad generovaného mechanického napětí

Pro další výpočty a následnou diskusi je uvažována tepelná roztažnost pro použitou pájku je  $20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Dále budou ve výpočtech uvažovány nejvyšší teplotní rozdíly mezi sousedícími pady. Výška BGA kuličky bude uvažována 2 mm. [54]

Dle vztahu (7-1) převzatého ze zdroje [55] se nová velikost délky po prodloužení vypočítá dle vztahu:

$$l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \quad (7-1)$$

kde  $l_0$  je původní délka,  $\alpha$  je koeficient teplotní roztažnosti,  $\Delta T$  je rozdíl teplot.

Dále je pak možné z Hookova zákona vypočítat mechanické napětí. Nejprve se vypočítá poměrné prodloužení pod napětím, které je dáno vzorcem:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (7-2)$$

kde  $\Delta l$  je změna délky materiálu a  $l_0$  je původní délka materiálu.

Následně bude použit Hookův zákon elasticity ve tvaru:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (7-3)$$

kde  $E$  je Youngův modul pružnosti. Ten je dále uvažován pro použitou pájku 53 GPa. [56]

Nejvyšší $\Delta T$ v modelu [°C]	$E$ [GPa]	$l_0$ [mm]	$l$ [mm]	$\alpha$ [K <sup>-1</sup> ]	$\epsilon$ [-]	$\sigma$ [MPa]
15	53	2	2,0006	2,00E-05	3,00E-04	15,90
13	53	2	2,00052	2,00E-05	2,60E-04	13,78
10	53	2	2,0004	2,00E-05	2,00E-04	10,60

Tab. 7-1 Výpočet mechanického napětí

---

Mechanické napětí 10 MPa odpovídá při kontaktní ploše jedné kuličky zhruba 1 mm<sup>2</sup> kolmé síle 10 N. Domníváme se, že tato síla není zanedbatelná a může vést k selhání spoje.

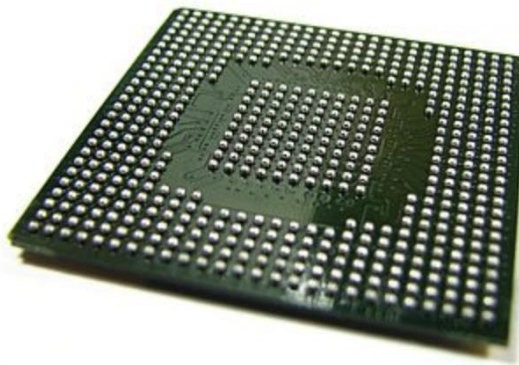
### 7.3 Diskuze

Desky plošných spojů jsou při metodě BGA hustě osázeny kuličkami z pájky. Dá se zde předpokládat ohřátí destiček na podstatně vyšší teplotu, nežli tomu je u rozložení modelu, poněvadž dříve vyjíždějící kuličky uvolní latentní teplo a tato energie bude absorbována dalšími kuličkami.

V případě, kdy dojde k ohřátí kuličky, v momentě, kdy dosáhne teploty tuhnutí, je možné, že dojde k opětovnému roztavení a tím i k deformaci spoje.

V modelu jsou měděné destičky od sebe relativně daleko, a i přesto je patrné, že uvolněná energie způsobí teplotní výkyvy na okolních padech.

V Tab. 7-1 je vypočtené mechanické namáhání spoje pro různé rozdíly teplot mezi destičkami. Je zřejmé že při vyšších diferencí teplot mezi jednotlivými destičkami dochází k vyššímu mechanickému namáhání.



Obr. 7-1 Ukázka BGA [53]

---

## ZÁVĚR

Jedním z cílů této diplomové práce je seznámení se s technologiemi pájení, zejména s pájením přetavením a s materiálovými parametry. Ke splnění tohoto cíle byla vytvořena detailní rešerše, ve které byly rozebrány typy pájek, technologie pájení a defekty, které mohou vzniknout při pájení přetavením. V rešeršní části práce bylo sepsáno, co je to teplo a možnosti jeho šíření v prostoru a jejich matematickým popisem. Na závěr teoretické části byla vysvětlena metoda FEM, kterou používá prostředí COMSOL Multiphysics® (COMSOL AB, Stockholm, Švédsko) k vytváření modelů.

Tato práce se zabývá především matematickým modelováním disipace latentního tepla při pájení přetavením. Byly modelovány různé kombinace umístění pájky. Již z experimentálního měření je patrný vliv umístění pájky na padech, poněvadž latentní teplo se uvolňuje rovnoměrně do okolí. Tento jev se podařilo namodelovat. Z modelů byly získány teplotní profily všech měděných destiček pro každou kombinaci. Tyto data byla dále porovnána s teplotními profily získanými experimentálně. Z těchto grafů je ve všech případech patrná změna směrnice vychládající křivky, což je způsobené absorpcí uvolněné energie z pájky při fázovém přechodu.

U Padů na kterých je pájka umístěna mají kromě změny směrnice i teplotní peak, který je způsoben uvolněním latentního tepla, resp. snížením konfigurační entropie při krystalizaci a krátkodobým zvýšením kinetické energie částic kmitajících kolem rovnovážných mřížových poloh. Tyto peaky se však ukazují v modelové části vyšší, nežli je tomu u experimentu. Tomu se věnuje následující podkapitola.

Bylo zjištěno, že termočlánky, které byly u experimentu vyfrézovány FR4 do měděné destičky, mají zároveň chladicí funkci a část tepla odchází i tudy. Byl tedy dále namodelován další model, který již respektuje umístění termočlánků a zjistilo se, že tato skutečnost sníží teplotní výkyv na polovinu. I přes výrazné zmenšení stále je stále teplotní výkyv u modelu vyšší. To může být dáno nedokonalostí modelu, například při zanedbání šíření tepla radiací.

Na závěr byla práce doplněna o diskusi vlivu uvolnění skupenského tepla při pájení metodou BGA. U této metody by tato práce měla širší využití, poněvadž se na deskách plošných spojů nachází větší množství pájených spojů a ty se navíc nacházejí v bezprostřední blízkosti. Latentní teplo uvolněné některými kuličkami by mohlo výrazně ovlivňovat délky fázových přechodů ostatních kuliček. Také by mohlo docházet k větší diferenci teplot na měděných destičkách, to by dále mohlo vést ke změně velikosti pájených spojů a k většímu mechanickému namáhání, které dále může vést až k destrukci spoje.

## LITERATURA

- [1] RUŽA, Viliam. Pájení. 2. uprav. a dopln. vyd. Praha: Nakladatelství techn. lit., 1978, 452 s
- [2] ERICH, Dr. Ing. Luder. *Příručka pájení*. Brno: Tisk, závod Brno, 1958.
- [3] *Pájecí tavidla* [online]. [cit. 2022-02-07]. Dostupné z: <https://www.abetec.cz/eshop/category/pajeci-tavidla/>
- [4] KELLER, J.; BAITHER, D.; Wilke, U. aj. Mechanical properties of Pb-free SnAg solder joints [online]. Vydáno: 5.2.2011, [cit. 2022-02-07]. Dostupné z: Mechanical properties of Pb-free SnAg solder joints - ScienceDirect.
- [5] *RoHS* [online]. 2011 [cit. 2022-02-07]. Dostupné z: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32011L0065>
- [6] *Sn63pb37* [online]. [cit. 2022-02-08]. Dostupné z: <https://www.cynel.com.pl/en/products/96-sn63pb37> & *Ukázka pájecího drátu* [online]. [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: [https://www.ecobe.cz/pajeci-cin-velka-civka-1-mm-100g/?gclid=Cj0KCQjwpy2TBhDoARIsALBnVnkibRdjgZHYi76bpHmojOseVv9UtNxWIXs45PramhmeqDKpY0YIRNwaAidiEALw\\_wcB](https://www.ecobe.cz/pajeci-cin-velka-civka-1-mm-100g/?gclid=Cj0KCQjwpy2TBhDoARIsALBnVnkibRdjgZHYi76bpHmojOseVv9UtNxWIXs45PramhmeqDKpY0YIRNwaAidiEALw_wcB)
- [7] Chin, L. T., Hing, P., Tan, K. S., & Olofinjana, A. O. (2010). Overview and Functional Characterization of Pb-Free Solders. Defect and Diffusion Forum, 297-301, 169–179. doi:10.4028/www.scientific.net/ddf.297-301.169
- [8] Dudek, M. A., Sidhu, R. S., Chawla, N., & Renavikar, M. (2006). Microstructure and mechanical behavior of novel rare earth-containing Pb-Free solders. Journal of Electronic Materials, 35(12), 2088–2097. doi:10.1007/s11664-006-0318-3
- [9] K. J. Puttlitz a K. A. Stalter, Handbook of Lead-Free Solder Technology for Microelectronic Assemblies. CRC Press, 2004, *Pb free* [online]. [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: [https://toppng.com/free-image/rohs-standard-vector-free-download-PNG-free-PNG-Images\\_467173](https://toppng.com/free-image/rohs-standard-vector-free-download-PNG-free-PNG-Images_467173)
- [10] *Tvrde pájení* [online]. [cit. 2022-02-17]. Dostupné z: Tvrde pájení (chemweld.cz), What Are the Three Types of Soldering? | Hunker
- [11] *Montaz-smt-a-tht-pajeni* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/15506308-Montaz-smt-a-tht-pajeni.html>
- [12] *Understanding Soldering – Part 4: How to Use Flux When Soldering Electronics* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.tempoautomation.com/blog/understanding-soldering-part-4-how-to-use-flux-when-soldering-electronics/>
- [13] *Selective vs Manual Soldering* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.nordson.com/en/divisions/select/soldering-processes/selective-vs-manual-soldering>
- [14] *Jak správně pájet* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.pbt.cz/cz/clanky/jak-spravne-pajet-rucni-pajeni>
- [15] *Pájení* [online]. [cit. 2022-05-09]. Dostupné z: [https://moodle.fel.cvut.cz/pluginfile.php/186480/mod\\_resource/content/1/Pajeni.pdf](https://moodle.fel.cvut.cz/pluginfile.php/186480/mod_resource/content/1/Pajeni.pdf)
- [16] *WAVE SOLDERING VS. REFLOW SOLDERING* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.mclpcb.com/blog/wave-soldering-vs-reflow-soldering/>
- [17] *Point to Point Soldering vs Drag Soldering* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.circuitnet.com/experts/88720.html>
- [18] Getten, J. R., & Senger, R. C. (1982). Immersion Wave Soldering Process. IBM Journal of Research and Development, 26(3), 379–382. doi:10.1147/rd.263.0379
- [19] K. Dušek, V. Zahradník, P. Veselý, D. Bušek and M. Plaček, "Released of Latent Heat from Solder Joints to Surrounding During 2019 42nd International Spring Seminar on Electronics Technology (ISSE),2019, pp. 1-4, doi: 10.1109/ISSE.2019.8810199.
- [20] SZENDIUCH, Ivan. Mikroelektronické montážní technologie. 1. vyd. Brno: VUTIUM, 1997. ISBN 80-214-0901-0.
- [21] Peng, Y., Wang, W. G., & Wang, X. P. (2011). Genesis Analysis of Common Defects of Reflow Soldering and Research for Solutions. Advanced Materials Research, 323, 79–83. doi:10.4028/www.scientific.net/amr.323.79
- [22] Yifeng WANG. Reliability Analysis of Lead-free Soldering [J]. Electronic circuit and mounting, 2009, (4):29-31.
- [23] BATH, Jasbir. *Lead-free soldering*. New York: Springer, 2007. ISBN 9780387684222.
- [24] *Laserové pájení* [online]. [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: <https://www.pbt.cz/cz/clanky/laserove-selektivni-pajeni-v-elektronice,selektivni-pajeni-v-elektronice> & *A schematic sketch to illustrate the experimental setup for laser soldering procedure* [online]. [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/figure/A-schematic-sketch-to-illustrate-the-experimental-setup-for-laser-soldering-procedure-In\\_fig1\\_321274560](https://www.researchgate.net/figure/A-schematic-sketch-to-illustrate-the-experimental-setup-for-laser-soldering-procedure-In_fig1_321274560)

- [25] *Robotické pájení* [online]. [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: <https://www.dps-az.cz/vyroba/id:54681/robotick-eacute-p-aacute-jec>
- [26] Gang LI. Temperature Curve on Reflowing Oven [J]. *Modern Surface Mounting Message*, 2007 (5): 64-65.
- [27] *Soldering terminology* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.almit.de/terminologie-des-Lotens/manhattan-phenomenon>
- [28] SMT Centrum. Pájení. Pájení přetavením [online]. [cit. 25.3.2022]. Dostupné z: [http://www.smtcentrum.cz/data/Images/galleries/big/graf-pretaveni\\_128558293362.798.JPG](http://www.smtcentrum.cz/data/Images/galleries/big/graf-pretaveni_128558293362.798.JPG)
- [29] ASPANDIAR RF. Voids in solder joints. *SMTA Journal*. 2006;19(4).
- [30] *Latent heat* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/latent-heat>
- [31] *Z Latent Heat: Definition, Formula & Examples* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://study.com/academy/lesson/latent-heat-definition-formula-examples.html>
- [32] HAO, J.-C.: *Methods for Phase Diagram Determination*, ELSEVIER, ISBN: 978-0-08-044629-5, 5.5. 2011
- [33] *Solids, Liquids and Gases - Thermal Conductivities* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: [https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d\\_429.html](https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html)
- [34] *Latent heat* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/latent-heat>
- [35] *Heat Capacity* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.vedantu.com/chemistry/heat-capacity>
- [36] *Heat energy definition* [online]. [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: <https://www.thoughtco.com/heat-energy-definition-and-examples-2698981>
- [37] *The Four Laws of Thermodynamics* [online]. [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: [https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical\\_and\\_Theoretical\\_Chemistry\\_Textbook\\_Maps/Supplemental\\_Modules\\_\(Physical\\_and\\_Theoretical\\_Chemistry\)/Thermodynamics/The\\_Four\\_Laws\\_of\\_Thermodynamics](https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Supplemental_Modules_(Physical_and_Theoretical_Chemistry)/Thermodynamics/The_Four_Laws_of_Thermodynamics)
- [38] Oxtoby, David W., H. P. Gillis, and Alan Campion. "Phase Transition." *Principles of Modern Chemistry*. 6th ed. Singapore: Thomson/Brooks/Cole, 2008. 428-30.
- [39] LIENHARD V, John H. a John H. LIENHARD IV. *Heat Transfer Textbook*. 2019. ISBN 9780486837352.
- [40] *Přenos tepla zářením (radiací)* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://kof.zcu.cz/vusc/pg/termo09/thermodynamics/heat/radiation.htm>
- [41] Králová, Magda: „Tepelné záření – Sálání“. Eduportál [online]. [cit. 27. 4. 2019]. Dostupné z: <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/struktura-latek/vnitrienergie/tepelne-zareni-salan>
- [42] *What is heat conduction?* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://phys.org/news/2014-12-what-is-heat-conduction.htm>
- [43] MICHEJEV, M. A. *Základy sdílení tepla*. Praha: SNTL, 1953.
- [44] *What is Reynolds Number?* [online]. [cit. 2022-05-15]. Dostupné z: <https://www.simscale.com/docs/simwiki/numerics-background/what-is-the-reynolds-number/>
- [45] *Laminar flow* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/laminar-flow>
- [46] *Laminar and turbulent flow* [online]. [cit. 2022-05-14]. Dostupné z: <https://www.cfdsupport.com/openfoam-training-by-cfd-support/node334.html>
- [47] *The Finite Element Method (FEM)* [online]. [cit. 2022-02-09]. Dostupné z: <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>
- [48] Morando Carina, Fornano Osvaldo, Garbellini Olga, Palacio Hugo: Thermal properties of Sn-based solder alloys [online]. Springer Science+Business Media, New York, 2014. [cit. 19. 5. 2022]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/262829031\\_Thermal\\_Properties\\_of\\_Sn-based\\_Solder\\_Alloys](https://www.researchgate.net/publication/262829031_Thermal_Properties_of_Sn-based_Solder_Alloys)
- [49] Gancarz, T., Fima, P., & Pstruś, J. (2013). Thermal Expansion, Electrical Resistivity, and Spreading Area of Sn-Zn-In Alloys. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 23(5), 1524–1529. doi:10.1007/s11665-013-0825-3
- [50] Yee Mei Leong and A.S.M.A. Haseeb, *Soldering Characteristics and Mechanical Properties of Sn-1.0Ag-0.5Cu Solder with Minor Aluminum Addition*, 2016, Centre for Advanced Materials, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Malaya
- [51] Morando Carina, Fornano Osvaldo, Garbellini Olga, Palacio Hugo: Thermal properties of Sn-based solder alloys [online]. Springer Science+Business Media, New York, 2014. [cit. 19. 5. 2022]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/262829031\\_Thermal\\_Properties\\_of\\_Sn-based\\_Solder\\_Alloys](https://www.researchgate.net/publication/262829031_Thermal_Properties_of_Sn-based_Solder_Alloys)



- [52] *Absolutně černé těleso, Planckův vyzařovací zákon*[online]. [cit. 2022-04-14]. Dostupné z: <https://www.aldebaran.cz/~blahova/F1KME/30.pdf>
- [53] *BGA board* [online]. [cit. 2022-05-16]. Dostupné z: [Prototype pcb manufacturing BGA package category and process characteristics \(jbpcba.com\)](https://www.jbpcba.com/prototype-pcb-manufacturing-bga-package-category-and-process-characteristics)

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obr. 1-1 Příklad pájky [6]</i> .....	2
<i>Obr. 1-2 Příklad označení bezolovnatých pájek [9]</i> .....	3
<i>Obr. 1-3 Složení tavidel</i> .....	4
<i>Obr. 1-4 Ruční pájení [15]</i> .....	5
<i>Obr. 1-5 Metoda pájení vlnou [15]</i> .....	6
<i>Obr. 1-6 Typický teplotní profil pájení přetavením [26]</i> .....	8
<i>Obr. 1-7 Uspořádání pájecí pece [20]</i> .....	8
<i>Obr. 1-8 Zařízení pro pájení v parách [15]</i> .....	9
<i>Obr. 1-9 Schématické znázornění pájení laserovým svazkem [24]</i> .....	10
<i>Obr. 1-10 Manhattanský fenomén [27]</i> .....	12
<i>Obr. 1-11 Typy voidů [29]</i> .....	12
<i>Obr. 1-12 Rekaescence během chladnutí čistého cínu: uvnitř cínu, na plošce v těsném kontaktu a bez kontaktu (referenční) [32]</i> .....	13
<i>Obr. 3-1 Látkové skupenství a fázové změny</i> .....	15
<i>Obr. 3-2 Znázornění průchodu paprsku deskou [39]</i> .....	16
<i>Obr. 3-3 Znázornění vedení tepla</i> .....	18
<i>Obr. 3-4 Znázornění Fourier-Kirchhoffova zákona</i> .....	19
<i>Obr. 3-5 Ukázka laminárního a turbulentního proudění[46]</i> .....	22
<i>Obr. 4-1 Možnosti linearizace [47]</i> .....	23
<i>Obr. 5-1 Rozložení padů</i> .....	27
<i>Obr. 5-2 Ukázka meshe</i> .....	29
<i>Obr. 5-3 Ukázka použité obdelníkové funkce</i> .....	30
<i>Obr. 6-1 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla</i> .....	32
<i>Obr. 6-2 Uvolnění latentního tepla na padu 1</i> .....	32
<i>Obr. 6-3 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – Pad 3, 5</i> .....	34
<i>Obr. 6-4 Uvolnění latentního tepla na padu 3 a padu 5</i> .....	34
<i>Obr. 6-5 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – Pad 1, 3 a 5</i> .....	36
<i>Obr. 6-6 Uvolnění latentního tepla na padech 1, 3 a 5</i> .....	36
<i>Obr. 6-7 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – Pad 1, 2, 3 a 5</i> ... 38	
<i>Obr. 6-8 Uvolnění latentního tepla na padech 1 a 5</i> .....	38
<i>Obr. 6-9 Uvolnění latentního tepla na všech padech</i> .....	40
<i>Obr. 6-10 Teplotní rozložení během chladnutí před uvolněním latentního tepla – všechny Pady</i> . 40	
<i>Obr. 6-11 Ukázka vymeshovaného přechodu mezi FR4 a vodičem k termočláнку</i> .....	42
<i>Obr. 6-12 Ukázka vodičů vedoucích od termočláнку</i> .....	42
<i>Obr. 6-13 Ukázka vlivu termočláнку na měděné destičce</i> .....	42
<i>Obr. 6-14 Ukázka vlivu termočláнку na padu během uvolňování latentního tepla na padu 1</i> .....	42
<i>Obr. 7-1 Ukázka BGA [54]</i> .....	45

## SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 1-1 Teplota tání kovů .....</i>	<i>4</i>
<i>Tab. 5-1 Materiálové konstanty pro FR4 .....</i>	<i>28</i>
<i>Tab. 5-2 Materiálové konstanty pro SAC387.....</i>	<i>28</i>
<i>Tab. 5-3 Materiálové konstanty pro měděné destičky.....</i>	<i>28</i>
<i>Tab. 6-1 Kombinace rozložení pájky .....</i>	<i>31</i>
<i>Tab. 6-2 Tabulka grafů pro pad 1.....</i>	<i>33</i>
<i>Tab. 6-3 Tabulka grafů pro pad 3 a 5 .....</i>	<i>35</i>
<i>Tab. 6-4 Tabulka grafů pro pad 1, 3 a 5.....</i>	<i>37</i>
<i>Tab. 6-5 Tabulka grafů pro pady 1,2,3 a 5.....</i>	<i>39</i>
<i>Tab. 6-6 Tabulka grafů na všech padech.....</i>	<i>41</i>

## SEZNAM GRAFŮ

<i>Graf 6-1 Porovnání teplotních profilů při domodelování termočlánků.....</i>	<i>43</i>
--	-----------

