

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra jaderných reaktorů

Program: Aplikace přírodních věd

Obor: Jaderné inženýrství



Modely příčného proudění pro subkanálovou analýzu

DISERTAČNÍ PRÁCE

Vypracoval: Ing. Vojtěch Čaha
Vedoucí práce: Ing. Dušan Kobylka, Ph.D.
Rok: 2021

Poděkování

Děkuji vedoucímu disertační práce Ing. Dušanu Kobylkovi, Ph.D. za důležité připomínky, doporučení a metodické vedení práce. Dále děkuji Ing. Jiřímu Čížkovi za jeho rady a doporučení a také UJP Praha, a.s. za poskytnutí subkanálového kódu SUBCAL.

Vojtěch Čaha

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji disertační práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne 25. 3. 2021

Vojtěch Čaha

Bibliografický záznam

Autor: Ing. Vojtěch Čaha
České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra jaderných reaktorů

Název práce: Modely příčného proudění pro subkanálovou analýzu

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Studijní obor: Jaderné inženýrství

Školitel: Ing. Dušan Kobyłka, Ph.D.
České vysoké učení technické v Praze
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
Katedra jaderných reaktorů

Akademický rok: 2020/2021

Počet stran: 156

Klíčová slova: Příčné proudění, CFD, subkanálová analýza, trojúhelníkový svazek prutů, koeficient odporu příčného proudění, VVER

Bibliographic Entry

Author: Ing. Vojtěch Čaha
Czech Technical University in Prague
Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering
Department of Nuclear Reactors

Title of Dissertation: Models for Lateral Flow in Subchannel Analysis

Degree Programme: Applications of Natural Sciences

Field of Study: Nuclear Engineering

Supervisor: Ing. Dušan Kobyłka, Ph.D.
Czech Technical University in Prague
Faculty of Nuclear Sciences and Physical Engineering
Department of Nuclear Reactors

Academic Year: 2020/2021

Number of Pages: 156

Keywords: Lateral flow, CFD, subchannel analysis, triangular rod bundle,
lateral flow resistance coefficient, WWER

Abstrakt

Tato práce se zabývá využitím CFD výpočtů pro modelování příčného proudění ve svazku prutů metodou subkanálové analýzy pro reaktory typu VVER při konstantní teplotě. Je zde popsána metoda subkanálové analýzy se zaměřením na příčné proudění a metoda CFD společně s modelem turbulence RSM BSL, který je schopen řešit anizotropní proudění ve svazku prutů. Obě metody jsou následně porovnány z hlediska výpočtů na svazcích. V následující části je provedena rešerše dostupných experimentů na svazcích prutů vhodných k validaci CFD výpočtů. V práci jsou popsány vytvořené CFD modely na trojúhelníkové mříži, které jsou následně validovány na vybraných experimentálních datech v širokém rozsahu Reynoldsových čísel $2 \cdot 10^4 \leq Re \leq 1,8 \cdot 10^5$ a geometrií $1,06 \leq P/D \leq 1,50$ spolu s citlivostní analýzou hustoty výpočetní sítě. Stěžejní částí této práce je na vytvořených modelech schopných modelovat příčné proudění jak metodou CFD kódem ANSYS Fluent, tak metodou subkanálové analýzy kódem SUBCAL odvodit nový vztah pro koeficient odporu příčného proudění, který je prezentován v závěrečné části této práce. V rámci těchto výpočtů je zároveň vyhodnocen koeficient turbulentního míšení β na hladkém svazku, který je svázán s geometrií a volbou hodnoty korekčního součinitele ε a pro něhož je následně odvozen vztah. Dále je srovnáním se CFD vyhodnocen vztah pro součinitel třecího odporu, který je zabudovaný do subkanálového kódu SUBCAL a používaný pro výpočty svazků pro reaktory typu VVER a který má přímý vliv na výpočet tlakových ztrát.

Abstract

This thesis deals with the application of CFD calculations for lateral flow modelling in rod bundles of WWER reactors by subchannel analysis under a constant temperature. It describes the subchannel analysis with a focus on lateral flow and CFD method together with the RSM BSL turbulence model, which is capable to solve the anisotropic flow present in rod bundles. Then, both methods are compared in terms of calculations in rod bundles. The literature review of available experiments of rod bundles suitable for CFD calculation validation follows. The work describes the created CFD models on a triangular lattice, which are subsequently validated on selected experimental data in a wide range of Reynolds numbers $2 \cdot 10^4 \leq Re \leq 1,8 \cdot 10^5$ and geometry $1,06 \leq P/D \leq 1,50$ together with mesh sensitivity analysis. The main part of this work is to develop a new equation for the lateral flow resistance coefficient, which is presented in the final part of the thesis, by both CFD code ANSYS Fluent and subchannel code SUBCAL. Within these calculations, the turbulent mixing coefficient β for hydraulically smooth rod bundles, which is related to the geometry and the correction coefficient ε , is also evaluated and for which the equation is subsequently proposed. Furthermore, the equation for the coefficient of frictional resistance, which is built into the subchannel code SUBCAL and used for WWER rod bundle calculations, is evaluated.

Seznam veličin

a	konstanta	[–]
b	konstanta	[–]
A	plocha průtočného průřezu	[m^2]
c	konstanta	[–]
d, D	průměr	[m]
d_h	hydraulický průměr	[m]
F	síla působící na jednotku délky	[$N \cdot m^{-1}$]
F_V	síla působící na jednotku objemu	[$N \cdot m^{-1}$]
g	tíhové zrychlení	[$m \cdot s^{-2}$]
G	hustota hmotnostního toku	[$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$]
h	měrná entalpie	[$J \cdot kg^{-1}$]
J	počet sousedních subkanálů	[–]
k	měrná turbulentní kinetická energie	[$J \cdot kg^{-1}$]
K_{ij}	koeficient odporu příčného proudění	[–]
l	rozměr kontrolního objemu	[m]
\dot{m}	hmotnostní tok (v axiálním směru)	[$kg \cdot s^{-1}$]
p	tlak	[Pa]
P	rozteč mříže	[m]
P/D	poměr rozteče mříže ku průměru proutku	[–]
q	hustota tepelného toku	[$W \cdot m^{-2}$]
q'	lineární tepelný výkon	[$W \cdot m^{-1}$]
r	radiální souřadnice	[m]
Re	Reynoldsovo podobnostní číslo	[–]
s	šířka subkanálového rozhraní	[m]
S_m	zdrojový člen v rovnici kontinuity	[$kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$]
t	čas	[s]
T	teplota	[$^{\circ}C$]
u	rychlost proudění (v axiálním směru)	[$m \cdot s^{-1}$]
v	měrný objem	[$m^3 \cdot kg^{-1}$]

w	hmotnostní tok na jednotku délky – příčné proudění způsobené tlakovými rozdíly	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$
w'	hmotnostní tok na jednotku délky – příčné proudění způsobené turbulentními fluktuacemi	$[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$
x	souřadnice	$[m]$
y	souřadnice	$[m]$
z	souřadnice (v axiálním směru)	$[m]$
α'	součinitel přestupu tepla	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
β	koeficient turbulentního míšení	$[-]$
δ	tloušťka	$[m]$
δ_{ij}	Kroneckerovo delta	$[-]$
Δ	drsnost povrchu	$[m]$
ε	korekční součinitel	$[-]$
ε	rychlost disipace (CFD)	$[m^2 \cdot s^{-3}]$
ζ	součinitel místního odporu	$[-]$
μ	dynamická viskozita	$[Pa \cdot s]$
θ	úhel	$[\circ]$
λ	součinitel tepelné vodivosti	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$
ξ	ztrátový součinitel třením	$[-]$
ρ	hustota	$[kg \cdot m^{-3}]$
τ	tenzor smykového napětí	$[N \cdot m^{-2}]$
ω	specifická rychlost disipace	$[s^{-1}]$

Seznam indexů

<i>b</i>	střední hodnota v proudu
<i>CFD</i>	CFD výpočet
<i>ef</i>	efektivní hodnota
<i>err</i>	chyba
<i>g</i>	týká se tíhového zrychlení
<i>i</i>	index; týká se subkanálu <i>i</i> , číslo subkanálu
<i>j</i>	index; týká se subkanálu <i>j</i> , číslo subkanálu
<i>ij</i>	týká se dvou sousedících subkanálů ve smyslu $i \rightarrow j$
<i>ji</i>	týká se dvou sousedících subkanálů ve smyslu $j \rightarrow i$
<i>k</i>	kondukce
<i>L</i>	kapalina
<i>lat.</i>	příčný
<i>opt.</i>	optimální
<i>SUB</i>	subkanálový výpočet
<i>t</i>	turbulentní
<i>V</i>	objemový
<i>w</i>	u stěny

Seznam zkratek

2D	dvoudimenzionální
3D	trojrozměrný
AZ	Aktivní zóna
BSL	Baseline
CFD	Computational Fluid Dynamics
DES	Detached Eddy Simulation
DNBR	Departure from Nucleate Boiling Ratio
DNS	Direct Numerical Solution
EPRI	Electric Power Research Institute
ETE	Jaderná elektrárna Temelín
IAE	Institute of Atomic Energy
LDV	Laser Doppler Velocimetry
LES	Large Eddy Simulation
LOCA	Loss of Coolant Accident
N-S	Navier-Stokes
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RSM	Reynolds Stress Model
SSG	Speziale, Sarkar a Gatski
SST	Shear Stress Transport
SÚJB	Státní úřad pro jadernou bezpečnost
SVÚSS	Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů
TDC	difúzní koeficient (Thermal Diffusion Coefficient)
TH	termo-hydraulika, termo-hydraulický
ÚJV	Ústav jaderného výzkumu
VVER	tlakovodní reaktor ruského typu

Seznam obrázků

Obr. 1: Výřez subkanálu v trojúhelníkové geometrii	19
Obr. 2: Kontrolní objem pro odvození rovnice kontinuity	21
Obr. 3: Kontrolní objem pro odvození rovnice energie	22
Obr. 4: Kontrolní objem pro odvození rovnice zachování hybnosti v axiálním směru	24
Obr. 5: Kontrolní objem pro odvození rovnice zachování hybnosti v příčném směru	25
Obr. 6: Typy mísících mřížek použitých v experimentu [10]	42
Obr. 7: Rychlostní pole příčného proudění za mřížkou [10]	43
Obr. 8: Pozice měření experimentů Krausse [40]	44
Obr. 9: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,12$ ($U_b = 20,57$ m/s) a $P/D = 1,06$ ($U_b = 20,63$ m/s) [40]	45
Obr. 10: Rozložení smykového napětí u stěny v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,12$ ($\tau_{w,m} = 1,3$ N/m ²) a $P/D = 1,06$ ($\tau_{w,m} = 1,15$ N/m ²) [40]	45
Obr. 11: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro experimenty C5 a C6 s $P/D = 1,20$ [74]	47
Obr. 12: Rozložení smykového napětí u stěny v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,20$ [74]	48
Obr. 13: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro experiment ÚJV, $Re = 181200$ [50]	49
Obr. 14: Sekundární proudění v trojúhelníkové mříži [5]	50
Obr. 15: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,17$, $Re = 181200$) [5]	51
Obr. 16: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,17$, $Re = 109400$) [5]	51
Obr. 17: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,12$, $Re = 64300$) [5]	52
Obr. 18: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,06$, $Re = 38754$) [5]	52
Obr. 19: Průběh axiální rychlosti ($P/D = 1,17$, $Re = 181200$) [5]	53
Obr. 20: Axiální rychlosti a smykové napětí u stěny pro $P/D = 1,17$ a $Re = 181200$ [49]	54
Obr. 21: Průběh axiální rychlosti pro $P/D = 1,17$ [83]	55
Obr. 22: Průběh smykového napětí u stěny pro $P/D = 1,17$ [83]	55
Obr. 23: Oscilace příčného proudění mezi subkanály [83]	56
Obr. 24: Rozložení teplotního a rychlostního pole proudění na výstupu z kazety VVER-440 [73]	57
Obr. 25: Řešená oblast 1/6 subkanálu v „nekonečné“ trojúhelníkové mříži	60
Obr. 26: Výpočetní síť buněk „Mesh 1“	62
Obr. 27: Výpočetní síť buněk „Mesh 2“	62
Obr. 28: Výpočetní síť buněk „Mesh 3“	63
Obr. 29: Výpočetní síť buněk „Mesh 4“	63

Obr. 30: Souřadný systém pro vyhodnocení validace CFD modelů na experimentálních datech	64
Obr. 31: Sekundární proudění, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$	65
Obr. 32: Smykové napětí u stěny, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$	66
Obr. 33: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$	67
Obr. 34: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$	67
Obr. 35: Řešená oblast dvou 1/6 subkanálů (subkanál č. 1 – červeně, subkanál č. 2 – modře)	70
Obr. 36: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,0$	75
Obr. 37: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,3$	75
Obr. 38: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,7$	76
Obr. 39: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 1,0$	76
Obr. 40: Závislost koeficientu turbulentního míšení β na korekčním součiniteli ε a geometrii	78
Obr. 41: Porovnání vztahů pro koeficient třecího odporu	80
Obr. 42: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000$ $kg/m^2/s$, $C_2 = 200$ m^{-1}	89
Obr. 43: Příčné proudění mezi subkanály, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000$ $kg/m^2/s$, $C_2 = 200$ m^{-1}	89
Obr. 44: Závislost koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} na Reynoldsově čísle příčného proudění	92

Seznam tabulek

Tab. 1: Modely koeficientu odporu příčného proudění v subkanálových kódech	28
Tab. 2: Základní parametry experimentů [40]	44
Tab. 3: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,50$ [74]	46
Tab. 4: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,35$ [74]	46
Tab. 5: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,20$ [74]	47
Tab. 6: Základní parametry experimentů ÚJV [50]	49
Tab. 7: Geometrické a režimové parametry experimentů Krausse 1994	58
Tab. 8: Geometrické a režimové parametry experimentů Truppa 1973	59
Tab. 9: Geometrické a režimové parametry experimentů ÚJV 1976	59
Tab. 10: Počty buněk v jednotlivých výpočetních sítích	61
Tab. 11: Hodnoty R^2 pro profily rychlostí	68
Tab. 12: Hodnoty R^2 pro profily smykového napětí u stěny	69
Tab. 13: Geometrické charakteristiky CFD a subkanálového modelu	71
Tab. 14: Termofyzikální vlastnosti vody	71
Tab. 15: Vstupní režimy proudění pro vyhodnocení koeficientů β a ε	73
Tab. 16: Nalezené optimální hodnoty koeficientu turbulentního míšení β	77
Tab. 17: Vstupní režimové parametry pro vyhodnocení ztrátového součinitele třením	81
Tab. 18: Spočtená tlaková ztráta metodou CFD	82
Tab. 19: Nalezené drsnosti pro odpovídající tlakovou ztrátu	82
Tab. 20: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy $6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	84
Tab. 21: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy $4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	85
Tab. 22: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy $2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	86
Tab. 23: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro $6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	90
Tab. 24: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro $4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	90
Tab. 25: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro $2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$	91

Obsah

Bibliografický záznam	4
Bibliographic Entry	5
Abstrakt	6
Seznam veličin	7
Seznam indexů	9
Seznam zkratk	10
Seznam obrázků	11
Seznam tabulek	13
1 Úvod	16
2 Subkanálová analýza	19
2.1 Matematicko-fyzikální model	20
2.1.1 Rovnice kontinuity	21
2.1.2 Rovnice zachování energie	22
2.1.3 Rovnice zachování hybnosti v axiálním směru	23
2.1.4 Rovnice zachování hybnosti v příčném směru	24
2.2 Příčné proudění	25
2.2.1 Model příčného proudění	27
2.2.2 Model turbulentního míšení	28
2.3 Subkanálový kód SUBCAL	29
2.3.1 Matematicko-fyzikální model programu	30
3 CFD	32
3.1 Reynolds-Averaged Navier-Stokesovy rovnice	33
3.2 Reynolds Stress Model	34
3.2.1 Transportní rovnice pro Reynoldsova napětí	35
3.2.2 Transport turbulentní difuze	36
3.2.3 BSL model redistribuce ϕ_{ij}	37
3.2.4 Turbulentní energie a rychlost disipace	38
3.3 CFD vs. subkanálová analýza	39
4 Experimenty na svazcích tyčí	41
4.1 Experimenty Krausse 1996	43

4.2	Experimenty Truppa 1973	46
4.3	Experimenty ÚJV 1976	48
5	CFD výpočty na svazku	50
6	Validace CFD modelů.....	58
6.1	Experimentální data	58
6.2	Model 1/6 subkanálu	60
6.3	Výpočetní síť	61
6.4	Vyhodnocení validace CFD modelů.....	64
6.4.1	Metodika vyhodnocení.....	64
6.4.2	Srovnání experimentů s výpočty.....	65
7	CFD a subkanálové výpočty příčného proudění	70
7.1	CFD a subkanálové modely.....	70
7.2	Koeficienty β a ϵ	72
7.3	Tlaková ztráta na svazku	79
7.4	Koeficient odporu příčného proudění.....	83
8	Závěr	93
	Reference	97
	Příloha A	103
	Příloha B	132

1 Úvod

V historii jaderné energetiky vedla potřeba lepší bezpečnostní analýzy jaderných reaktorů k rychlému vývoji pokročilých metod termo-hydraulické analýzy. Tyto metody se stávaly postupně komplexnější a popisovaly stále více fyzikálních jevů, které jsou pozorovány během stacionárních, přechodových i havarijních stavů. Z důvodu specifických termohydraulických charakteristik aktivní zóny lehkovodních reaktorů, jako je význačný směr proudění nebo geometrické uspořádání paralelních palivových proutků v pravidelné geometrii, je termo-hydraulická analýza aktivní zóny lehkovodních reaktorů obvykle prováděna pomocí kódů využívajících subkanálovou analýzu. Výhodou subkanálových kódů je jejich numerická stabilita a rychlost výpočtu, přičemž získané výsledky jsou dostatečně detailní. Ve světě bylo vyvinuto značné množství subkanálových kódů a jejich modifikací. Nejvíce používané jsou například kódy COBRA (Pacific Northwest Laboratory), VIPRE (EPRI), MATRA a MARS (Korea Atomic Energy Research Institute), SUBCHANFLOW (Karlsruhe Institute of Technology), ASSERT-PV (Atomic Energy of Canada Limited), KANAL (TVEL), SC-1 (IAE Kurčatova) nebo v České republice vyvinuté a používané kódy SUBCAL (UJP Praha) a CALOPEA (Škoda JS). Jednotlivé subkanálové kódy se liší například implementací různých modelů, doplňujících vztahů, korelací nebo numerických schémat.

Subkanálová analýza je založena na výpočtu středovaných lokálních parametrů chladiva ve svazcích prutů s převládajícím axiálním prouděním. Základním principem realizace analýzy tepelných a hydraulických poměrů v palivových svazcích jaderných reaktorů nebo tepelných výměníků je myšlené rozdělení svazku, který je tvořen svazkem palivových prutů a vodicích trubek, na paralelní subkanály. Přičemž subkanály jsou ohraničeny přímočarými spojnicemi středů sousedících proutků, resp. u obvodových proutků kolmicemi vedenými ze středu proutku k obvodu/obálce palivového svazku. Tímto dělením vzniká příslušný počet subkanálů. Na každý subkanál se aplikují základní rovnice kontinuity, zachování energie a rovnice pro zachování hybnosti v axiálním a příčném směru, které zahrnují i transport hmotnosti a energie mezi subkanály. Začleněním vazeb plynoucích z topologie příčného řezu mezi subkanály a doplněním konstitutivních vztahů a modelů vzniká výsledný systém rovnic, který je zpracován formou výpočetního programu. Program pak při realizaci subkanálové analýzy počítá pro každý subkanál hmotnostní tok, entalpii a tlakovou ztrátu. Výpočet se provádí postupně přes celou délku kanálu s axiálním výpočtovým krokem, jehož velikost je volitelná. Tyto základní veličiny lze následně použít např. při vyčíslení kritických hodnot hustoty tepelných toků nebo výpočtu rozložení teploty v pokrytí a palivu atd.

Tato metoda má však také základní omezující předpoklady. Prvním z nich je, že není možné získat výpočtem detailní hodnoty rychlostního a teplotního pole v jednotlivých subkanálech. Tento předpoklad vychází z faktu, že v rovnicích zachování pro každý subkanál vystupují pouze střední hodnoty v celém kontrolním objemu. V důsledku toho není možné výpočtem určit rozložení proměnných uvnitř kontrolního objemu.

Druhým omezujícím faktorem je uvažování převažujícího axiálního proudění. Díky tomuto předpokladu je možné výrazně zjednodušit rovnice zachování hybnosti v příčném směru bez vnesení větších chyb. Přestože subkanálová analýza zahrnuje příčné proudění, nejedná se o úplný 3D model. Místo řešení všech diferenciálních rovnic zachování subkanálová analýza předpokládá převažující axiální proudění, a proto je možné systém rovnic redukovat a příčné proudění řešit jistým přiblížením pomocí rovnice zachování hybnosti v axiálním směru. Přesto, pokud je vhodně zvolen a nastaven model příčného proudění, dochází k výraznému zpřesnění výpočtu například oproti modelu izolovaného kanálu. Model izolovaného kanálu, podobně jako subkanálová analýza, je založen na řešení rovnic zachování v kanálu, který je rozdělen na axiální úseky, avšak předpokládá, že mezi subkanály nedochází k přenosu hmoty ani energie příčným prouděním. Jedná se tedy oproti subkanálové analýze o značně zjednodušený model, který je vhodné použít, pokud existuje například významné omezení ve výpočetním čase nebo výkonu.

Jedním z problematicky modelovaných jevů, které jsou zahrnuty v subkanálové analýze pomocí konstitutivních vztahů je příčné proudění mezi sousedními subkanály, které vede k přenosu hmoty, energie i hybnosti. Vhodné modelování příčného proudění vede ke správné predikci parametrů chladiva (hmotnostní tok, suchost, teplota atd.) a následně k přesnějšímu určení bezpečnostních limitů, např. DNBR. Navíc příčné proudění je silně ovlivněno distančními mřížkami a geometrickými charakteristikami svazku proutků, což znesnadňuje vytvoření univerzálních zjednodušených modelů pro jeho výpočty. Příčné proudění není tedy při subkanálové analýze možné řešit přímo z rovnic zachování, ale je nutné použití modelů.

Tyto modely zabudované do subkanálových kódů je však nutné nejen vyvinout a ověřit na experimentálních datech, ale i správně nastavit pro danou geometrii a daný subkanálový kód. Obecně platí, že provoz experimentálních zařízení, výroba experimentálních svazků a provádění experimentálních měření na nich vyžaduje značné finanční prostředky. Z tohoto důvodu se v současnosti stále častěji do popředí dostávají výpočetní metody, které alespoň zčásti dokážou některé experimenty nahradit s požadovanou přesností.

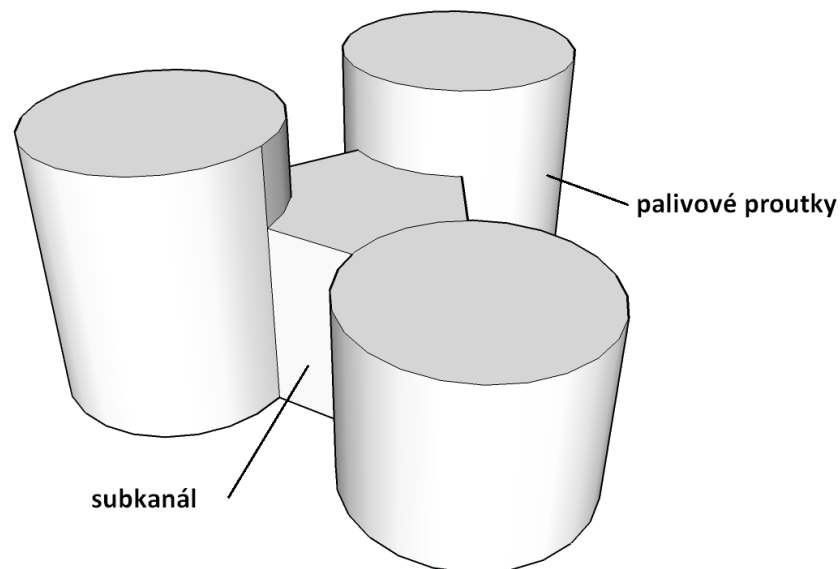
Velmi vhodnou metodou pro nahrazení některých experimentů je metoda CFD („Computational Fluid Dynamics“), která v současné době díky narůstajícímu dostupnému výpočetnímu výkonu umožňuje řešit stále složitější 3D úlohy s detailnějšími výsledky. Ačkoli tento trend je velmi výrazný, pořád není možné využít CFD kódy pro termohydraulické výpočty celých palivových souborů například při hodnocení palivových vsázek, kde je nutné takto vyhodnotit velké množství různých stavů a kde jsou dnes úspěšně používány subkanálové kódy. Avšak je možné CFD výpočty aplikovat mimo jiné například pro vývoj pokročilých a sofistikovaných modelů využívaných subkanálovou analýzou.

V této práci je aplikováno využití CFD kódu ANSYS Fluent pro vývoj, ověření a nastavení modelů příčného proudění a turbulentního míšení pro subkanálový kód SUBCAL. V prvním kroku byly vytvořeny vhodné základní modely 1/6 subkanálu pro CFD výpočty

svazků proutků, které byly následně validovány na několika experimentálních měření v širokém rozsahu geometrií a Reynoldsových číslech. Po úspěšném ověření CFD výpočtů na experimentálních datech bylo na jejich základě přistoupeno k tvorbě CFD modelů, jejichž aplikace umožnila vyhodnotit příčné proudění mezi subkanály. Tyto modely zahrnovaly jak hladké svazky, tak svazky s distanční mřížkou i různé geometrické charakteristiky svazků a široké rozsahy vstupních parametrů proudění. Na základě těchto CFD výpočtů byl ověřen a nastaven modely pro turbulentní míšení a pro používaný koeficient třecího odporu v trojúhelníkové mříži. Stěžejním výsledkem této práce je vytvoření modelu pro koeficient odporu příčného proudění na základě CFD výpočtů a jeho implementace do subkanálového kódu SUBCAL.

2 Subkanálová analýza

Subkanálová metoda byla vyvinuta pro popis termo-hydraulického chování axiálně proudící tekutiny svazkem tyčí. Základním principem této metody je rozdělení svazku v průřezu do jednotlivých paralelních interagujících subkanálů, kterými proudí tekutina. Tyto subkanály jsou vymezeny myšlenými spojnicemi středů tyčí ve svazku. Příklad vymezení subkanálů pro trojúhelníkovou geometrii je na Obr. 1. Následně je každý subkanál rozdělen v axiálním směru do vhodně zvolených intervalů (axiálních nodů). Pro každý takto vzniklý kontrolní objem je poté možné sestavit rovnice zachování hmoty, energie a složek hybnosti ve směru proudění a v příčném směru. Tato metoda má však také základní omezující předpoklady. První z nich je, že není možné získat výpočtem detailní hodnoty rychlostního a teplotního pole v jednotlivých subkanálech. Tento předpoklad vychází z faktu, že v rovnicích zachování pro každý subkanál vystupují pouze průměrné hodnoty přes celý kontrolní objem. V důsledku toho není možné výpočtem určit rozložení proměnných uvnitř kontrolního objemu. Druhým omezujícím faktorem je uvažování převažujícího axiálního proudění. Díky tomuto předpokladu je možné výrazně zjednodušit rovnice zachování hybnosti v příčném směru bez vnesení větších chyb.



Obr. 1: Výřez subkanálu v trojúhelníkové geometrii

2.1 Matematicko-fyzikální model

Matematicko-fyzikální model subkanálové analýzy je tvořen čtyřmi základními rovnicemi:

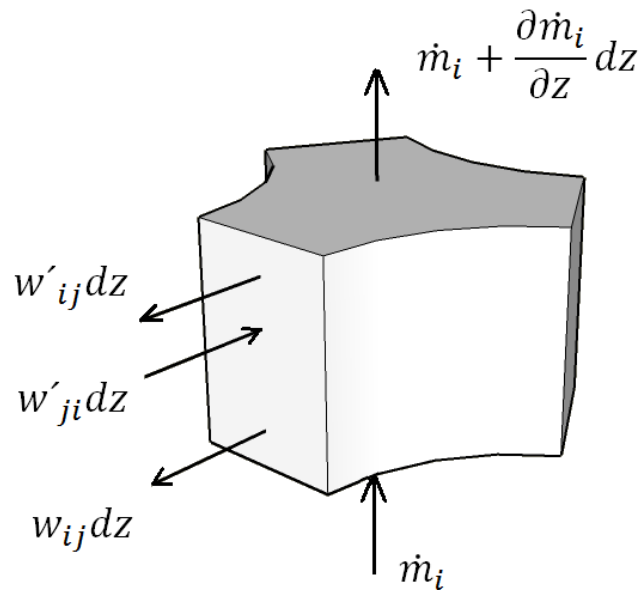
- zachování hmoty
- zachování energie
- zachování hybnosti v axiálním směru
- zachování hybnosti v příčném směru.

Odvození těchto rovnic vychází z rovnováhy příslušných veličin v úseku subkanálu i sousedícím se subkanálem j . Tento model je pak doplněn o další konstitutivní vztahy.

Mezi dvěma sousedními subkanály dochází k příčnému proudění ze dvou příčin: tlakových gradientů mezi sousedními subkanály a turbulentních fluktuací. Příčný tlakový gradient ve svazku může být způsoben buď změnami v průtočné geometrii, nebo nerovnoměrnými změnami hustoty tekutiny. Do změn geometrie je možno zařadit například prohýbání a objemové změny palivových tyčí, zatímco změny hustoty v důsledku změn radiální distribuce tepelného toku zahrnují malé rozdíly napříč svazkem a velkého lokálního rozdílu způsobeného začínajícím varem. V porovnání s axiálním prouděním tvoří za normálních podmínek příčné proudění malé množství. Příčné turbulentní míšení je způsobeno turbulentním pohybem tekutiny na rozhraní dvou subkanálů. Pokud mají navíc tyto víry stejnou hustotu, což pro jednofázové proudění je přibližně splněno, nedochází efektivně k přerozdělení hmotnostního průtoku, avšak při dvoufázovém proudění k tomu dojít může. Ačkoli v jednofázovém proudění téměř žádné přerozdělení hmoty není, dochází ke konvektivnímu přenosu tepla a hybnosti mezi subkanály. Přerozdělení průtočného množství způsobuje tedy pouze příčné proudění w_{ij} vznikající v důsledku různých tlakových poměrů, jelikož pro průtočné množství způsobené turbulentními fluktuacemi při jednofázovém proudění platí:

$$w'_{ij} = w'_{ji} \quad (1)$$

2.1.1 Rovnice kontinuity



Obr. 2: Kontrolní objem pro odvození rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity v diferenciálním tvaru ([17] a [71]) je

$$\frac{\partial A_i \rho_i}{\partial t} dz = \dot{m}_i - \left(\dot{m}_i + \frac{\partial \dot{m}_i}{\partial z} dz \right) - \sum_{j=1}^J (w_{ij} + w'_{ij} - w'_{ji}) dz \quad (2)$$

a po úpravě

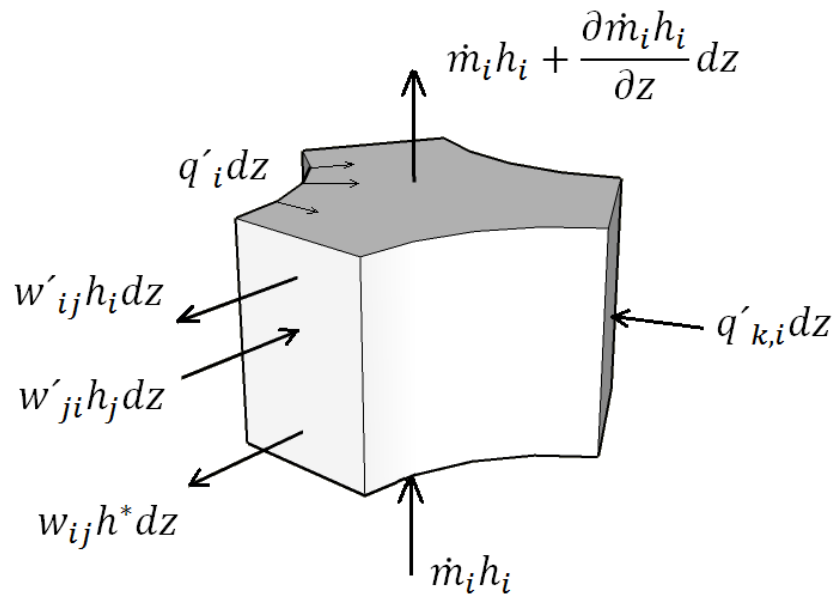
$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}_i}{\partial z} = - \sum_{j=1}^J (w_{ij} + w'_{ij} - w'_{ji}) \quad (3)$$

Pro jednofázové proudění lze ještě zjednodušit použitím vztahu (1)

$$A_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}_i}{\partial z} = - \sum_{j=1}^J w_{ij} \quad (4)$$

2.1.2 Rovnice zachování energie

Při odvozování rovnice zachování energie ([17] a [71]) je nutné zahrnout přestup tepla z povrchu palivových tyčí q'_i , konduktivní sdílení tepla mezi subkanály $q'_{k,i}$, tlakovou práci a sdílení tepla způsobené turbulentními fluktuacemi, tlakovými rozdíly a konvekcí mezi kanály. Při odvození rovnice (6) byly zanedbány zdroje tepla uvnitř tekutiny a disipace tepla způsobená viskozitou tekutiny.



Obr. 3: Kontrolní objem pro odvození rovnice energie

Rovnice zachování energie v diferenciálním tvaru je

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_i \rho_i h_i}{\partial t} dz &= \dot{m}_i h_i - \left(\dot{m}_i h_i + \frac{\partial \dot{m}_i h_i}{\partial z} dz \right) \\ &+ \left(\sum_{m=1}^{J^*} q'_{im} + A_i \frac{Dp_i}{D\tau} \right. \\ &\left. + \sum_{j=1}^J (q'_{k,ij} + w'_{ij} h_i - w'_{ji} h_j + w_{ij} (h_i - h^*)) \right) dz \end{aligned} \quad (5)$$

a po úpravě

$$\frac{1}{u_{ef}} \frac{\partial h_i}{\partial t} + \frac{\partial h_i}{\partial z} = \frac{1}{\dot{m}_i} \left(q'_i + A_i \frac{\partial p_i}{\partial \tau} - \sum_{j=1}^J (\lambda_{ij}(T_i - T_j) + w'_{ij}(h_i - h_j) + w_{ij}(h_i - h^*)) \right) \quad (6)$$

kde pro jednofázové proudění je efektivní rychlost $u_{ef} = \frac{\dot{m}_i u_i}{A_i}$ a entalpie h^* je buď h_i , nebo h_j podle směru tlakového příčného proudění.

2.1.3 Rovnice zachování hybnosti v axiálním směru

Odvození rovnice zachování hybnosti v axiálním směru ([17] a [71]) vychází z vyjádření rovnováhy mezi hybností a impulsem síly v kontrolním objemu. Jsou uvažovány síly tlakové, gravitační a odporové.

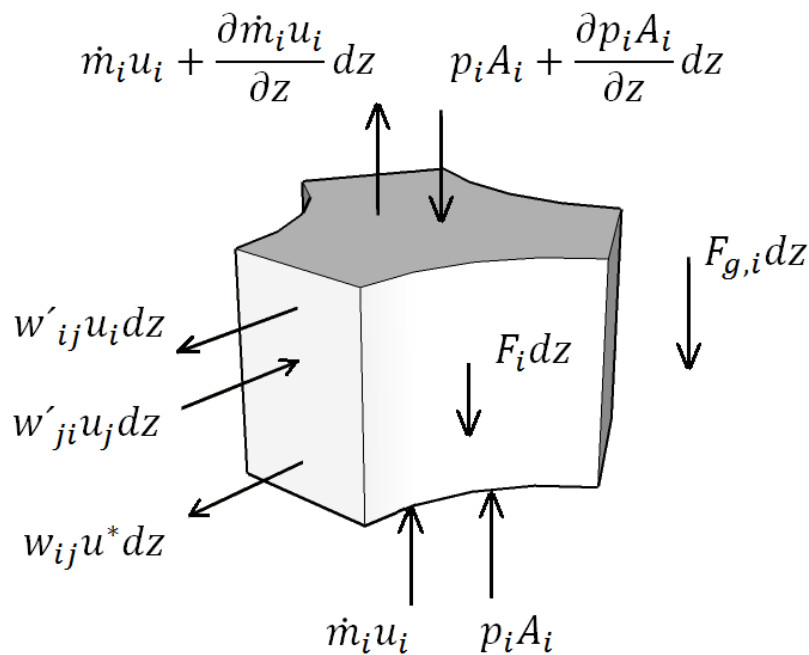
Rovnice zachování hybnosti v axiálním směru je

$$\frac{\partial \dot{m}_i}{\partial t} dz = \dot{m}_i u_i - \left(\dot{m}_i u_i + \frac{\partial \dot{m}_i u_i}{\partial z} dz \right) + p_i A_i - \left(p_i A_i + \frac{\partial p_i A_i}{\partial z} dz \right) - \left(F_{g,i} - F_i - \sum_{j=1}^J (w'_{ij} u_i - w'_{ji} u_j + w_{ij} \Delta u^*) \right) dz \quad (7)$$

kde gravitační síly jsou $F_{g,i} dz = A_i \rho_i g$ a po úpravě

$$\frac{\partial \dot{m}_i}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}_i u_i}{\partial z} + A_i \frac{\partial p_i}{\partial z} = -A_i \rho_i g \cos \theta - F_i - \sum_{j=1}^J (\varepsilon w'_{ij} (u_i - u_j) + w_{ij} \Delta u^*) \quad (8)$$

kde do odporových sil $F_i dz$ jsou zahrnuty odpory třením, místní odpory způsobené distančními mřížkami a případně Bordovou ztrátou při změně průtočného průřezu.



Obr. 4: Kontrolní objem pro odvození rovnice zachování hybnosti v axiálním směru

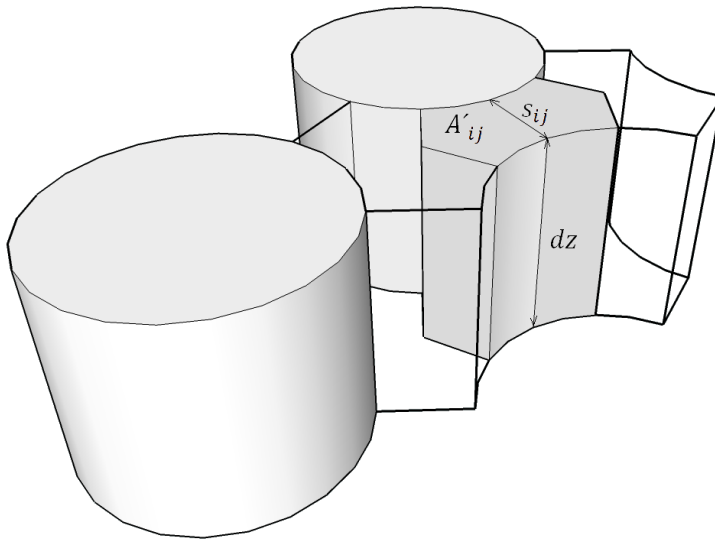
2.1.4 Rovnice zachování hybnosti v příčném směru

Pro odvození rovnice zachování hybnosti v příčném směru ([17] a [71]) je nutné použít samostatný kontrolní objem mezi přilehlými subkanály zobrazený na Obr. 5. Ten je použit z důvodu předpokladu, že směr proudění je určen orientací mezery mezi subkanály a že příčné proudění se projevuje pouze v její blízkosti.

Rovnice zachování hybnosti v příčném směru je

$$\frac{\partial w_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial w_{ij} u^*}{\partial z} = \frac{s_{ij}}{l} (p_i - p_j) - K_{ij} \frac{|w_{ij}|}{2\rho_* s_{ij} l} w_{ij} \quad (9)$$

kde s_{ij} je šířka mezery mezi subkanály, $l = \frac{A'_{ij}}{s_{ij}}$ je rozměr kontrolního objemu, K_{ij} je odpor proti příčnému pohybu a u^* je buď u_i , nebo u_j podle směru tlakového příčného proudění.



Obr. 5: Kontrolní objem pro odvození rovnice zachování hybnosti v příčném směru

2.2 Příčné proudění

Jedním z důležitých jevů, které musí být zahrnuty do termohydraulických výpočtů palivových svazků pomocí subkanálové analýzy, je příčné přerozdělení hmoty, energie a hybnosti mezi sousedními subkanály. Mezi dvěma sousedními subkanály dochází k příčnému proudění v jednofázové oblasti ze dvou příčin: tlakový rozdíl mezi sousedními subkanály a turbulentní fluktuace. Příčný tlakový gradient ve svazku tyčí může být způsoben buď změnami v průtočné geometrii, nebo nerovnoměrnými změnami hustoty tekutiny. Do změn geometrie je možno zařadit například prohýbání a objemové změny palivových tyčí (v radiálním směru) nebo distanční mřížky, zatímco změny hustoty zahrnují malé rozdíly napříč svazkem v důsledku změn radiální distribuce tepelného toku. Zejména při varu dochází k velkým lokálním rozdílům hustot v sousedních subkanálech. Při dvoufázovém proudění se navíc uplatní další jev, a to tzv. „void drift“ (příčný transport parní fáze). Jedná se o přerozdělení průtoku způsobené tendencí dvoufázového proudění dosáhnout rovnoměrné distribuce obou fází, což vede k přerozdělení jednotlivých fází mezi sousedními subkanály. Příčné proudění je tedy způsobeno následujícími jevy:

- Turbulentní míšení
- Tlakové rozdíly
 - Změny v průtočné geometrii
 - Průhyb proutků
 - Objemové změny proutků v radiálním směru
 - Distanční mřížky
 - Rozdílné hustoty (radiální distribuce výkonu)

- Malé změny v jednofázové oblasti
- Var chladiva
- „void drift“ (příčný transport parní fáze).

Všechny tyto složky příčného proudění jsou významně ovlivněny přítomností distančních mřížek ve svazku. Především v případech mřížek s mísícími lopatkami dochází k silné závislosti příčného proudění na geometrických a hydraulických specifikacích dané mřížky, kdy může například docházet k odklonění proudu jedním preferovaným směrem podle jejich zahnutí.

Od počátku vývoje subkanálových kódů byl kladen velký důraz na popis a porozumění příčného proudění ve svazku tyčí, což byl jeden z hlavních předpokladů pro získání přesnějších výsledků subkanálovou analýzou. Kvůli tomu bylo provedeno mnoho experimentů, na základě kterých bylo odvozeno několik vztahů pro turbulentní míšení ve svazcích. V dostupné literatuře je možné dohledat vztahy, které se v současnosti nejčastěji používají při subkanálové analýze v různých kódech pro jednofázovou oblast. Tyto je možné nalézt např. v publikacích autorů: Beus (1970) [7], Rogers a Rosehart (1972) [61], Rogers a Tahir (1975) [62], Rowe a Angle (1967) [64], Sadatomi a kol. (1996) [68], Stewart a kol. (1977) [70], Wang a Cao [78] anebo Kim a Chung (2001) [36]. V subkanálových kódech je turbulentní míšení modelováno analogicky k molekulární difuzi, avšak vztah turbulentního míšení je funkcí Reynoldsova čísla a geometrických charakteristik svazku.

Kromě korelací pro turbulentní míšení v jednofázové oblasti byly prováděny i experimenty pro dvoufázovou oblast proudění. Některé výše citované zdroje se věnují jak jednofázovému, tak dvoufázovému turbulentnímu míšení. Další experimentálně odvozené korelace pro dvoufázovou oblast je možné najít např. v pracích Gonzales-Santala a Griffitha (1972) [23], Rudzinskiho a kol. (1972) [67], Kuldipa a Pierra (1973) [41] nebo Yadigarogla a Maganase (1994) [81]. Většina těchto experimentů byla prováděna s dvoufázovou směsí voda-vzduch, přičemž ale jsou tyto modely aplikovány v subkanálové analýze i na podchlazený nebo sytý var. Výsledkem všech těchto prací byly korelace popisující vztah mezi turbulentním míšením ve dvoufázovém proudění ve svazcích v závislosti na parametrech proudění (hmotnostní tok, suchost atd.) a geometrických charakteristikách svazku (rozteč a průměr proutků). Obecně bylo prokázáno, že turbulentní míšení je závislé jak na režimu proudění, tak na geometrii svazku a maximum přenosu energie a hybnosti je dosahováno při přechodu proudění s parními shluky na anulární proudění. V literatuře [41] bylo ukázáno, že při větší mezeře mezi proutky je přenos energie a hybnosti turbulentním míšením intenzivnější. V současnosti se nejčastěji v subkanálových kódech používá model navržený Beusem v [7].

Většina výše uvedených dat byla naměřena na svazcích bez distančních mřížek, a tudíž ani v odvozených korelacích není jejich vliv zahrnut. Vliv distančních mřížek na turbulentní míšení silně závisí na jejich geometrických a hydraulických charakteristikách, zejména například na přítomnosti a tvaru mísících lopatek. V práci [43] s odkazem na naměřená data v [65] byly prezentovány rozdílné závislosti turbulentního míšení na parametrech proudění

s mřížkami a bez mřížek. Bylo ukázáno, že ovlivňují nejenom velikost turbulentního míšení, ale i jeho axiální rozložení v závislosti na pozicích jednoduchých distančních mřížek bez mísících lopatek. V [42] byl navrhnout jednoduchý přístup pro modelování turbulentního míšení za mřížkou. V práci [30] je diskutováno vylepšení modelu příčného proudění pro subkanálový kód NASCA se zahrnutím směrových efektů distančních mřížek s mísícími lopatkami.

V současné době se začíná místo vývoje korelací na základě experimentálně naměřených dat využívat CFD výpočtů jak pro určování koeficientu turbulentního míšení pro stávající korelace, tak pro jejich zpřesňování. Bylo například provedeno určení koeficientu turbulentního míšení pomocí CFD výpočtů [11], popis proudění za distančními mřížkami s mísícími lopatkami [3] pro kód COBRA-TF nebo vývoj modelu pro „void drift“ při dvoufázovém prouděním [57] pro kód MATRA.

2.2.1 Model příčného proudění

V subkanálových kódech je kontrolní objem pro modelování příčného proudění mezi sousedícími subkanály v trojúhelníkové mříži obvykle definován podle Obr. 5. Rovnice pro hybnost v příčném směru popisuje funkční závislost rozdílu tlaků sousedících subkanálů i, j na příčném proudění w_{ij} , které je příčným tlakovým gradientem vyvoláno a směřuje k jeho vyrovnání. Je nutno poznamenat, že tvar rovnice pro hybnost v příčném směru je v různých výpočtových programech odlišný, což může vést k různým potřebám pro implementaci fyzikálních modelů. Například výsledný tvar rovnice pro hybnost v příčném směru v kódu SUBCAL [17] je

$$\frac{\partial w_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial w_{ij} u^*}{\partial z} = \frac{s_{ij}}{l} (p_i - p_j) - K_{ij} \frac{|w_{ij}|}{2\rho_* s_{ij} l} w_{ij} \quad (9)$$

kde K_{ij} je součinitel odporu příčného proudění, který je založen na korelaci podle Idel'chika [31] pro trojúhelníkovou mříž:

$$K_{ij} = \left(1,9 \left(2 - \frac{P}{D} \right) + 3,2 \right) Re_{lat.}^{-0,27} \quad (10)$$

kde Reynoldsovo číslo je odvozeno od příčné rychlosti, střední teploty obou subkanálů a rozměru rozhraní. Tento vztah ovšem platí pouze pro $3 \cdot 10^3 < Re < 10^5$, ale Reynoldsova čísla příčného proudění se pohybují od nulových hodnot do $Re_{lat.} \sim 10^4$. Některé subkanálové kódy zanedbávají závislost koeficientu K_{ij} na Reynoldsově čísle a uvažují konstantní hodnotu pro danou geometrii.

Tab. 1: Modely koeficientu odporu příčného proudění v subkanálových kódech

Subkanálový kód	Vztah pro K_{ij}	Reference
SUBCAL	$K_{ij} = aRe_{lat.}^b + c$	[17]
COBRA-FLX	$K_{ij} = konst.$	[12]
COBRA-IIIC/MIT	$K_{ij} = konst.$	[33]
VIPRE	$K_{ij} = aRe_{lat.}^b + c$	[54]
ASSERT	$K_{ij} = konst. = 0,5$	[35]
SUBCHANFLOW	$K_{ij} = konst. = 0,5$	[32]
MATRA	$K_{ij} = konst. = 0,5$	[19]

2.2.2 Model turbulentního míšení

Model turbulentního míšení určuje výměnu energie a hybnosti mezi sousedními subkanály v důsledku turbulence. Do základních rovnic jsou zahrnuty za předpokladu výměny stejných hmotnostních množství chladiva v jednofázové oblasti. Turbulentní míšení v subkanálovém kódu SUBCAL je provedeno podle modelu navrženého pro palivo VVER [17].

V jednofázové oblasti se používá vztah

$$w'_{ij} = \beta \overline{Re}^{-0,1} \overline{d_h \bar{G}} \quad (11)$$

kde

$$\overline{Re} = \frac{\overline{d_h \bar{G}}}{\bar{\mu}} \quad (12)$$

Veličiny označené pruhem představují vždy střední hodnotu pro danou dvojici subkanálů. Turbulentní míšení se modeluje na základě podobnosti k molekulové difuzi za předpokladu lineární závislosti mezi vyměněným množstvím příslušné veličiny (hmotnost, energie nebo hybnost) a jejím gradientem v mediu. Koeficient turbulentního míšení β má potom vazbu na definici TDC (difuzní koeficient - „thermal diffusion coefficient“) uvedenou v [17]. Koeficient β pro palivový svazek s mřížkami, které mají mísící lopatky, je funkcí axiální vzdálenosti mřížek a velikosti rozteče palivových proučků. Stanovení koeficientu turbulentního míšení pro daný subkanálový kód a konkrétní typ paliva se provádí na základě experimentálních měření [13]. Ve dvofázové oblasti je β korigována podle modelu Beuse [7].

2.3 Subkanálový kód SUBCAL

Program SUBCAL je založen na metodě subkanálové analýzy a slouží pro výpočet lokálních termo-hydraulických charakteristik palivových souborů, popřípadě celé aktivní zóny, reaktorů typu VVER a dalších svazků především s trojúhelníkovou mříží. Program je prostředkem pro predikci poměrů v jednotlivých souborech i celé aktivní zóně při provozních a přechodových režimech a při hypotetických havarijních situacích. Lokální charakteristiky chladiva se využívají k výpočtu kritických tepelných toků a následnému určení bezpečnosti vůči krizi varu atd.

Základ programu SUBCAL tvoří programy VEVERKA [37] a CALOPEA [38], které byly vyvíjeny ve SVÚSS v období 80. a 90. let s využitím zkušeností s programy COBRA-IIIC [63] a COBRA-IV [79]. Program SUBCAL [17], [18] využívá předností z obou kódů a zároveň zahrnuje i určité specifické rysy obsažené v současnosti široce používaném kódu VIPRE [75]. Kód SUBCAL je určen k výpočtu stacionárních i nestacionárních lokálních termohydraulických parametrů chladiva metodou subkanálové analýzy pro počáteční i okrajové podmínky zejména ve svazcích s trojúhelníkovou mříží, především reaktorů VVER. Kód predikuje 3D pole rychlosti, tlaku a energie, dále teploty palivových tyčí a DNBR pro jednofázové i dvoufázové proudění chladiva. Základní matematicko-fyzikální model pochází z amerického programu COBRA-IIIC. V současné době je tento kód používán na ETE pro bezpečnostní hodnocení palivových kampaní, a také v UJP Praha, kde je stále rozvíjen. Licencován byl naposledy na SÚJB v roce 2018 ve verzi SUBCAL, v2.0.

Na základě dlouholeté zkušenosti s tímto programem a výsledků provedených ověřovacích výpočtů v porovnání se vzorovými příklady programů COBRA-III a COBRA-IIIC [18] a verifikací při srovnávacích výpočtech s programy VIPRE [15], KANAL [16] a COBRA-FLX [14] je možné považovat kód SUBCAL, jehož validace byla provedena na základě výsledků měření mnoha experimentálních dat, za velmi spolehlivý nástroj termo-hydraulické analýzy. Přesnost výsledků je dána především nepřesností metody, použitými empirickými modely a jakostí vstupních dat. Program je stále aktualizován např. v souvislosti s vývojem nových typů paliva, nebo zaváděním nových korelací pro predikci krize varu.

Následující kapitoly obsahují informace týkající se subkanálového kódu SUBCAL, jiné subkanálové kódy se v jednotlivých modelech a implementacích mohou lišit, tyto kapitoly vycházejí především z lit. [17] a [18].

2.3.1 Matematicko-fyzikální model programu

Základní model programu SUBCAL tvoří čtyři diferenciální rovnice [17], které jsou řešeny diferenční metodou ve dvourozměrné síti souřadnic – prostorové a časové. Prostorová souřadnice probíhá modelovaný palivový svazek po výšce v libovolném počtu i dělení axiálních výpočtových úseků. Pro nestacionární řešení probíhá časová souřadnice se zvoleným časovým krokem řešení přechodového děje. Rovnice kontinuity má tvar (4) a počítá se z ní hmotnostní průtok \dot{m} . Rovnice zachování energie (6) zahrnuje pět mechanismů přenosu tepelné energie – přenos z paliva, přenos vedením (kondukcí) tepla v chladivu, přenos turbulentním směřováním, přenos příčným prouděním a přenos prostupem tepla stěnou obálky kazety. Rovnice se tedy liší od (6) absencí členu pro tlakovou práci, která je zde zanedbána, a na pravé straně je navíc člen přenosu tepla prostupem stěnou obálky kazety (13), jež je přítomna například u palivových souborů pro reaktory VVER a který se tedy uplatní pouze v subkanálech na okraji kazety. V modelu je zanedbána časová parciální derivace tlaku, čímž je použitelnost programu omezena na přechodové děje se změnou tlaku výrazně pomalejší, než odpovídá šíření zvukové vlny. Rozhraní mezi subkanály na okraji kazety a subkanálem v mezikazetovém prostoru je tvořeno pevnou stěnou obálky o tloušťce δ a součiniteli tepelné vodivosti λ . V rovnici zachování energie vystupuje jako neznámá entalpie.

$$q = \frac{T_i - T_j}{\frac{1}{\alpha'_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha'_j}} \quad (13)$$

V rovnici zachování hybnosti v axiálním směru (8) jsou zahrnuty síly tlakové, síly gravitační a síly odporové. Člen odporových sil F_i je vyjádřen následovně:

$$F_i = \frac{(\dot{m}_i)^2}{A_i} \left(\frac{v_{L,i} \xi_i}{2d_h} + \frac{v_i \zeta_i}{2dz} + A_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_i}{A_i} \right) \right) \quad (14)$$

kde první člen vyjadřuje odpory třením a zbylé členy místní odpory způsobené instalací distančních mřížek a popř. Bordovou ztrátou

Každá rovnice je psána pro jednotlivý subkanál a uvažuje jeho vazby k subkanálům sousedícím, jejichž počet je omezen na šest. Cílem řešení je znalost hmotnostního průtoku v axiálním směru, měrné entalpie a tlaku (tlakové ztráty vzhledem ke vstupnímu průřezu) chladiwa v každém subkanálu a v každém axiálním výpočtovém úseku v libovolném časovém kroku řešení přechodového děje, tj. v každém bodě sítě. Rovněž je určována velikost a orientace příčného průtoku, vyvolaného tlakovými gradienty po průřezu, každým subkanálovým rozhraním v každém bodě sítě. Spolu s těmito čtyřmi základními veličinami je řešena celá řada dalších, od nich odvozených charakteristik.

Řešení čtyř základních rovnic vede k iteračnímu výpočtu soustavy algebraických diferenčních rovnic. Pro rozměrnější úlohy, tj. zejména pro celé kazety VVER-440 a VVER-1000, se užívá Gaussovy-Seidlovy iterační metody s úpravou urychlující konvergenci řešení, která vykazuje lineární závislost výpočtového času na počtu subkanálů. Gaussovy-Jordanovy eliminační metody s kvadratickou závislostí výpočtového času na počtu subkanálů je možné použít pro svazky do 50 subkanálů.

Program rozlišuje dvě základní uspořádání výpočtu, které jsou závislé na volbě okrajové podmínky pro průtok kazetou. Je-li zadán přímo vstupní průtok, probíhá výpočet po výšce kazety pouze jednou, s vnitřní iterací, řešící příčné proudění mezi subkanály v každém axiálním výpočtovém úseku

Zadání tlakové ztráty na kazetě vyžaduje řešení ve složitějším numerickém schématu, kde v každé iteraci řešení příčných toků probíhá výpočet přes všechny axiální pozice po celé výšce kazety. V každém axiálním úseku program nejprve stanoví ve všech subkanálech měrnou entalpii, následuje výpočet tlakových ztrát, příčného proudění všemi rozhraními, a nakonec z rovnice kontinuity vyplynou průtoky všemi subkanály.

Nestacionární řešení lze specifikovat jako libovolnou kombinaci časových změn čtyř režimových parametrů úlohy, jimiž jsou:

- tlak v systému (na výstupu AZ),
- vstupní stav chladiva, tj. měrná entalpie nebo teplota ve vstupním průřezu,
- tepelný výkon palivového svazku,
- průtok palivovým svazkem nebo tlaková ztráta na svazku.

Řešení přechodového děje navazuje na výchozí stacionární výpočet. Pro každý časový krok je výpočet svým rozsahem analogický stacionárnímu řešení.

Kromě rovnic základního matematicko-fyzikálního modelu obsahuje program řadu dalších konstitutivních vztahů a modelů, které umožňují charakterizovat režimy proudění a přestupu tepla. Program rozlišuje oblasti od jednofázového proudění kapaliny přes různé režimy dvoufázového proudění, včetně zakřivové oblasti přestupu tepla, až po jednofázové proudění páry.

Program SUBCAL má následující zásadní omezení:

- Předpoklad nestlačitelnosti chladiva.
- Předpoklad homogenního dvoufázového proudění s termodynamickou rovnováhou mezi fázemi.
- Zanedbání časové parciální derivace tlaku v energetické rovnici, což znamená vyloučení řešitelnosti rychlých dějů (např. LOCA).
- Neumožňuje řešit zpětné proudění (v žádném subkanálu není možné proudění v opačném směru než na vstupu).

3 CFD

V současné době je díky narůstajícímu dostupnému výpočetnímu výkonu možné řešit stále složitější 3D úlohy s detailnějšími výsledky pomocí CFD („Computational Fluid Dynamics“) výpočtů. Ačkoli tento trend je velmi výrazný, pořád není možné využít CFD kódy pro termohydraulické výpočty celých palivových souborů například při hodnocení palivových vsázek, kde je nutné takto vyhodnotit velké množství různých stavů a kde jsou dnes úspěšně používány subkanálové kódy. Je však možné CFD výpočty aplikovat pro vývoj pokročilých a sofistikovaných modelů využívaných subkanálovou analýzou.

CFD výpočty vycházejí z fyzikálního popisu pohybu tekutiny, který je dán základními zákony zachování: zákon zachování hmotnosti, hybnosti a energie. Ty lze vyjádřit matematicky pomocí rovnice kontinuity (zákon zachování hmotnosti), rovnic přenosu hybnosti ve všech třech směrech (zákon zachování hybnosti – Navier–Stokesovy rovnice) a rovnice přenosu energie (zákon zachování energie). Ty tak tvoří soustavu pěti nelineárních parciálních diferenciálních rovnic. Tato soustava je ještě doplněna o modely a konstituční vztahy, které popisují termodynamické a transportní vlastnosti proudící tekutiny, a o okrajové, resp. počáteční podmínky. Tato soustava je teoreticky přímo řešitelná metodou DNS (Přímá numerická simulace), avšak vzhledem k velmi vysoké náročnosti na výpočetní výkon se většinou používá pouze pro jednodušší úlohy s nízkými Reynoldsovými čísly, především pro laminární nebo přechodové proudění. Řešení turbulentního proudění je složité samo o sobě, neboť se v proudění vyskytují vírové struktury různých velikostí. Proto existuje několik metod řešení. Toto omezení je možné částečně eliminovat aplikací různých modelů turbulentního proudění. V případě turbulentního proudění jsou jednotlivé členy rozděleny na střední hodnotu a okamžitou fluktuací složku. Tím se v soustavě rovnic objevují další neznámé členy (korelace fluktuací tlaku a rychlosti). Takto upravené rovnice mají označení RANS rovnice (Reynolds–Averaged Navier–Stokesovy rovnice). Kromě výpočtů rovnicemi RANS s turbulentními modely jsou k dispozici metoda LES (Large Eddy Simulation), metoda DES (Detached Eddy Simulation) nebo již zmíněná metoda DNS (Přímá numerická simulace). Další zesložnění nastává i v případech, kdy se kromě samotného proudění objeví další fyzikální jevy spojené například se změnou skupenství, se spalováním, s chemickými reakcemi atd.

Proudění ve svazku je specifické především v převládajícím směru proudění podél tyčí. V plně vyvinutém turbulentním proudění ve svazku tyčí bez distančních mřížek se objevuje několik důležitých jevů, které bylo v minulosti obtížné zachytit pomocí RANS metody s izotropními modely turbulence (např. $k-\varepsilon$), které ale byly pozorovány experimentálně a teoreticky popsány. Do těchto jevů je možné zařadit:

- typické sekundární proudění uvnitř subkanálu;
- lokální přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním v blízkosti úzké mezery mezi palivovými proutky (pro svazky s nízkým poměrem P/D);

- pulsní chování příčného proudění mezi dvěma subkanály způsobené transportem makroskopických vírů.

Všechny tyto jevy jsou spojeny se silně anizotropním chováním turbulentního proudění ve svazku tyčí. Tyto jednotlivé jevy jsou obvykle méně dominantní ve svazcích s vyšším poměrem rozteče ku průměru proutků (P/D – „pitch to diameter“) a při proudění s vyššími Reynoldsovými čísly vzhledem k více izotropnímu chování turbulentního proudění.

3.1 Reynolds-Averaged Navier-Stokesovy rovnice

Obdobně jako v subkanálové analýze jsou základem řešení metody CFD rovnice zachování hmotnosti, hybnosti a energie [1] (v dalším textu se tato práce nebude věnovat energetické rovnici pro CFD, neboť všechny potřebné výpočty byly provedeny bez sdílení tepla). Obecný nekonzervativní tvar rovnice kontinuity je

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = S_m \quad (15)$$

kde člen na pravé straně představuje jakýkoli zdroj, např. při změně skupenství nebo při řešení modelu porézního média. Podobně obecný tvar rovnice zachování hybnosti je

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}_V \quad (16)$$

kde p je tlak, $\bar{\tau}$ tenzor smykových napětí, $\rho \vec{g}$ jsou síly spojené s gravitačním zrychlením a síly \vec{F}_V jsou spojené dalšími externími objemovými silami. Tenzor smykových napětí je vyjádřen rovnicí

$$\bar{\tau} = \mu \left((\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{u} I \right) \quad (17)$$

ve které vystupují dynamická viskozita μ a jednotkový tenzor I ve členu popisujícím vliv objemové roztažnosti.

Při Reynoldsově středování turbulentních veličin jsou tyto proměnné v exaktních (okamžitých) Navier-Stokesových rovnicích rozloženy na složky středních hodnot (konvenční středování – značeno pruhem) a jejich fluktuací, neboť jednotlivé charakteristiky turbulentního proudění jsou náhodné funkce času. Zatímco při Favreho středování (hmotnostně podmíněné středování – značeno vlnkou) jsou zahrnuty navíc i složky hustoty. Kombinace obou přístupů se uplatní především při řešení úloh se stlačitelným prouděním.

$$\tilde{u}_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}} \quad (18)$$

Okamžité hodnoty jsou dány součtem střední hodnoty a fluktuace. Pro složky rychlosti tedy pak platí

$$u_i = \tilde{u}_i + u'_i \quad (19)$$

a podobně i pro další turbulentní veličiny jako např. entalpie, teplota atd. Konvenční středování se používá pro veličiny jako jsou tlak, tenzor napětí nebo tepelný tok.

Dosazením těchto středovaných hodnot a jejich fluktuací do exaktních rovnic zachování hmotnosti (15) a hybnosti (16) a jejich úpravou jsou získány středované pohybové rovnice [26]

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \right) + \frac{\partial (-\overline{\rho u'_i u'_j})}{\partial x_j} \quad (21)$$

Rovnice (20) a (21) jsou nazývány Reynolds-Averaged Navier Stokes (RANS). Členy $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ představující turbulentní přenos hybnosti se nazývají Reynoldsova turbulentní napětí. Takto vytvořená soustava rovnic není uzavřená a přímo řešitelná, a proto pro uzavření těchto rovnic je nutné použít model turbulence.

3.2 Reynolds Stress Model

Vzhledem k potřebě řešit v této práci anizotropní proudění ve svazku prutů byl jako nejvhodnější model turbulence zvolen Reynolds Stress Model (RSM) [22], [44] a [45]. Tento model je jedním z nejkompaktnějších a nejuniverzálnějších modelů turbulence RANS, kterým v současnosti dostupné CFD kódy disponují. Přejedem od izotropní formulace turbulentní vazkosti uzavírá Reynolds-Stress Model řešení RANS pomocí transportních rovnic pro Reynoldsova napětí (6 nezávislých složek symetrického tenzoru) spolu s rovnicí pro rychlost disipace. To znamená, že se jedná o tzv. 7 rovnicový model. Díky anizotropnímu uzavření RANS je tento model turbulence v mnohých případech daleko vhodnější a přesnější než jedno- a dvourovnicové modely. Přesnost výpočtů RSM je však stále omezena předpoklady aproximací některých členů v těchto transportních rovnicích pro Reynoldsova napětí. Obecně bylo vytvořeno několik modelů redistribuce φ_{ij} (viz kapitola 3.2.1) pro RSM, které se v současnosti používají, tyto modely jsou založeny na výpočtech transportních rovnic pro

rychlost disipace (ε), resp. specifickou rychlost disipace (ω), jejichž volba poté ovlivňuje použitelnost a výsledky daného modelu. Tyto RSM modely jsou:

- RSM založeny na rychlosti disipace
 - Lineární model
 - Kubický model
- RSM založeny na specifické rychlosti disipace
 - Lineární ω model
 - BSL model

Ne vždy jsou výsledky RSM lepší než výsledky získané pomocí jednodušších modelů, ale pokud se jedná o anizotropní proudění, je použití RSM vhodné.

Přesnou podobu transportních rovnic pro Reynoldsovo napětí lze odvodit z rovnice zachování hybnosti. Bohužel několik členů v takto odvozených transportních rovnicích je stále neznámých, soustava není uzavřená, a je proto potřeba učinit několik modelových předpokladů pro její uzavření.

3.2.1 Transportní rovnice pro Reynoldsova napětí

Transportní rovnice pro Reynoldsova napětí má následující tvar

$$\frac{\partial(\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_k \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + \varphi_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (22)$$

kde levá strana rovnice představuje časovou derivaci advekci, tj. transport turbulentního napětí středním proudem. V celé práci je uvažováno nestlačitelné proudění s konstantní hustotou. Člen turbulentní difuze $D_{T,ij}$ vyjadřuje transport turbulentního napětí vlivem rychlostních a tlakových fluktuací a má tvar

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + \overline{p'(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)} \right) \quad (23)$$

Následuje vazká difuze $D_{L,ij}$, která zohledňuje transport turbulentního napětí vlivem vazkosti, její tvar je

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mu \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} \right) \quad (24)$$

Produkce P_{ij} vyjadřuje vznik turbulentního napětí interakcí se středním proudem.

$$P_{ij} = -\rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) \quad (25)$$

Redistribuce φ_{ij} je transport energie mezi jednotlivými složkami turbulentního pohybu a má tvar

$$\varphi_{ij} = \overline{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (26)$$

Poslední člen v rovnici disipace ε_{ij} reprezentuje transport energie mezi turbulentním a molekulárním pohybem (destrukce Reynoldsových napětí vlivem vazkosti).

$$\varepsilon_{ij} = -2\mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (27)$$

Členy $D_{L,ij}$ a P_{ij} na pravé straně rovnice (22) jsou přímo řešitelné a nepotřebují být jakkoli modelovány, zatímco členy $D_{T,ij}$, φ_{ij} a ε_{ij} modelování vyžadují pro uzavření soustavy pohybových rovnic.

3.2.2 Transport turbulentní difuze

Transport turbulentní difuze $D_{T,ij}$ je v programu ANSYS Fluent [1], který je použit pro všechny CFD výpočty v této práci, aproximován zjednodušeným vztahem [48]

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} \right) \quad (28)$$

Turbulentní viskozita μ_t je počítána pro ω modely ze vztahu

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (29)$$

kde k je turbulentní energie, ω specifická rychlost disipace a α^* opravný koeficient pro nízká Reynoldsova čísla, pro vysoká Reynoldsova čísla platí $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$. Koeficient σ_k pro BSL model je vyjádřen vztahem pomocí spojovací funkce F_1 [1]

$$\sigma_k = F_1 \sigma_{k,1} + (1 - F_1) \sigma_{k,2} \quad (30)$$

kde $\sigma_{k,1} = 2,0$ a $\sigma_{k,2} = 1,0$.

3.2.3 BSL model redistribuce φ_{ij}

V této kapitole je popsán BSL model redistribuce φ_{ij} pro RSM založený na modelu $k-\omega$ BSL [80]. Tento model je zde používán pro většinu CFD výpočtů ve svazku prutů. Tento model je ideální pro výpočty proudění kolem zakřivených ploch a vířivého proudění [1], z tohoto důvodu byl vybrán jako nejvhodnější pro účely této práce.

Redistribuce φ_{ij} může být rozložena do dvou členů, kde $\varphi_{ij,1}$ vyjadřuje tendenci k izotropii turbulentních napětí a $\varphi_{ij,2}$ vyjadřuje tendenci k izotropii produkce turbulentních napětí.

$$\varphi_{ij} = \varphi_{ij,1} + \varphi_{ij,2} \quad (31)$$

Potom aproximace φ_{ij} je

$$\begin{aligned} \varphi_{ij} = & -C_1\rho\beta^*\omega \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3}\delta_{ijk} \right) - \hat{\alpha}_0 \left(P_{ij} - \frac{1}{3}P_{kk}\delta_{ij} \right) - \hat{\beta}_0 \left(D_{ij} - \frac{1}{3}P_{kk}\delta_{ij} \right) \\ & - k\hat{\gamma}_0 \left(S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

kde D_{ij} je definováno

$$D_{ij} = -\rho \left(\overline{u'_i u'_m} \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x_j} + \overline{u'_j u'_m} \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x_i} \right) \quad (33)$$

a pro střední rychlost deformace S_{ij} platí vztah

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (34)$$

β^* je definováno stejně jako pro model $k-\omega$:

$$\beta^* = \beta_i^* (1 + \zeta^* F(M_t)) \quad (35)$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left(\frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{Re_t}{Re_\beta} \right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{Re_\beta} \right)^4} \right) \quad (36)$$

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (37)$$

$$\zeta^* = 1,5 \quad (38)$$

$$Re_\beta = 8 \quad (39)$$

$$\beta_i^* = 0,09 \quad (40)$$

Modelové konstanty v rovnici (32) jsou

$$\hat{\alpha}_0 = \frac{8 + C_2}{11}, \hat{\beta}_0 = \frac{8C_2 - 2}{11}, \hat{\gamma}_0 = \frac{60C_2 - 4}{55}, \quad (41)$$

$$C_1 = 1,8 \text{ a } C_2 = 0,52$$

3.2.4 Turbulentní energie a rychlost disipace

Obecně pro turbulentní energii platí vztah

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j} \quad (42)$$

který je používán pro výpočet turbulentní energie při použití RSM v ANSYS Fluent. Pro rychlost disipace platí

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \beta^* k \omega \quad (43)$$

Transportní rovnice pro specifickou rychlost disipace je stejná jako pro základní model $k-\omega$ BSL, tedy platí [1]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\omega\tilde{u}_i)}{\partial x_i} \\ & = \gamma \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma\mu_t) \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \right) - \beta\bar{\rho}\omega^2 \\ & + 2\bar{\rho}(1 - F_1)\sigma_2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (44)$$

3.3 CFD vs. subkanálová analýza

Přestože jak metoda subkanálové analýzy, tak metoda CFD vycházejí z řešení stejných obecných rovnic zachování, jejich oblasti použití jsou odlišné, v některých případech se však mohou vhodně doplňovat. Obě metody mají své výhody a nevýhody, které značně ovlivňují jejich limity použitelnosti.

Metoda subkanálové analýzy se používá pro výpočty lokálních parametrů proudění ve svazku prutů, kde převládající směr proudění je podél obtékaných prutů. Díky tomuto předpokladu je poté možné zjednodušit rovnice zachování hybnosti v příčném směru. Nejedná se tedy o plnohodnotnou 3D metodu, ale vzhledem k stále vzájemně se ovlivňujícím kanálům je možné tuto metodu označit jako přechod mezi 2D/3D. Základním omezujícím faktorem subkanálové analýzy je velikost nodů jednotlivých subkanálů (viz Obr. 1 a kapitola 2). Všechny vypočtené parametry proudění, jako jsou entalpie, suchost, tlak, průtok atd., jsou středními hodnotami přes tento objem, a nelze tedy touto metodou získat detailnější informace. Kromě toho metoda subkanálové analýzy obsahuje mnoho doplňujících vztahů, které byly odvozeny na základě experimentů nebo teoreticky a které nemohou být určeny přímo výpočtem, jedná se např. o vztahy pro turbulentní míšení, odpor příčného proudění, tlakové ztráty, vztahy a korekce pro dvoufázové proudění a další. Značnou výhodou této metody je vysoká rychlost výpočtu i na v současnosti běžně dostupných PC. V praxi je pak možné během relativně krátkého času přepočítat stovky různých stavů a režimů celých AZ. Toho se úspěšně využívá například při bezpečnostním hodnocení kampaní při pravidelných překládkách paliva. Další výhodou této metody je její vysoká numerická stabilita v běžně řešených úlohách. Problémy s numerickou stabilitou mohou nastat například při nevhodném dělení subkanálů, při vysokých lokálních objemových podílech páry nebo při nedodržení základních předpokladů daného subkanálového kódu.

Naopak metoda CFD je univerzální nástroj pro řešení parametrů proudění v široké škále různých geometrií. Díky řešení nezjednodušených základních rovnic zachování ve všech směrech je tato metoda plnohodnotně 3D. Při metodě CFD je jakkoli složitá geometrie rozdělena do velmi malých objemů, tzv. „mesh“, pro které je poté hledáno řešení. Ve srovnání se subkanálovou analýzou může například jeden objem (axiální nod subkanálu) obsahovat mnoha řádově (např. až 10^6) více objemů v CFD. Díky tomuto je pak možné získat řešením velmi detailní výsledky, které se blíží skutečnosti. Touto metodou je tedy možné získat například detailní rychlosti pole uvnitř subkanálu, což v subkanálové analýze možné není, neboť tam lze získat pouze střední hodnotu přes celý tento objem. V CFD také není potřeba doplňovat další vztahy pro tlakové ztráty, turbulentní míšení nebo příčné proudění, tyto jsou přímo výsledkem řešení. Kromě vhodného dělení na objemy řešené oblasti je nutné také správně zvolit model turbulence, který bude schopen nejlépe popsat daný problém. V případě zvolení nevhodného modelu turbulence jsou spočteny parametry proudění, které ovšem neodpovídají skutečnosti, z tohoto důvodu je důležité ověřit si například daný model turbulence na experimentálních datech. Zde je nutné podotknout, že všechny modely turbulence tento jev

zjednodušují a k uzavření všech rovnic je potřeba doplnit modelové konstanty a empirické vztahy. Metoda CFD je obecně velmi citlivá na kvalitu a jemnost sítě, v případě nevhodného zvolení výpočetní sítě se získané výsledky mohou vzdalovat reálnému stavu, anebo může dojít i k nestabilitám ve výpočtu a problémům s konvergencí iteračního řešení. Z těchto důvodů je potřeba výpočet ověřit na vícero modelech s různými jemnosti sítě. Pokud se řešení výpočtů neliší na různě jemných sítích, je možné prohlásit, že nalezené řešení není na nich závislé a síť je dostatečně kvalitní a jemná. S vysokými požadavky na kvalitu a jemnost sítě přichází i jedna z důležitých nevýhod této metody. V závislosti na počtu objemů v řešené oblasti rostou i nároky na výpočetní výkon a čas. CFD je tedy vhodné používat především na menší oblasti oproti subkanálové analýze, které ovšem mohou být geometricky složitější (například modelování proudění kolem distančních mřížek) nebo výpočty pouštět na vysoce výkonných výpočetních serverech, i tak ale ve všech případech je výpočetní čas, ve srovnání se subkanálovou analýzou, mnohonásobně vyšší. Není výjimkou, kdy některé jednotlivé CFD úlohy i přes využití výkonných počítačů trvají řádově dny i týdny, naopak například při subkanálové analýze výpočet jednoho režimu na modelu celé samostatné palivové kazety na běžném PC trvá cca 10 s.

Z výše uvedeného je zřejmé, že prozatím nelze plnohodnotně nahradit subkanálovou analýzu výpočty CFD při bezpečnostním hodnocení nebo bezpečnostních analýzách, avšak může plnit podpůrnou a doplňkovou roli v těch případech, kde subkanálová analýza není dostatečně detailní.

4 Experimenty na svazcích tyčí

Experimentální měření na svazcích tyčí jsou velmi důležitá pro identifikaci a porozumění jevů, které se zde, na rozdíl od proudění v kanálu, při turbulentním proudění vyskytují, a také pro validaci a verifikaci modelů určených k řešení tohoto proudění. Jedny z prvních experimentů byly představeny v 70. letech 20. století [74], postupem ale i díky vývoji měřících technik docházelo k provádění dalších měření s lepšími výsledky [51]. První experimenty především potvrdily a identifikovaly rozdílné charakteristiky turbulentního proudění ve svazku se čtvercovou mříží oproti kruhovému kanálu [66]. Byla pozorována vyšší intenzita turbulentního míšení v oblasti mezery mezi subkanály. To bylo vysvětlováno především sekundárním prouděním v subkanálu, které bylo naměřeno. Jedním z prvních experimentů, které naměřily strukturu rychlostního pole sekundárního proudění, byl proveden Vonkou [77] na trojúhelníkové geometrii. Další experimenty [29] potvrdily, že sekundární proudění není jediným jevem, který k míšení mezi subkanály přispívá, ale na rozhraní dvou subkanálů také dochází k fluktuacím příčného proudění. To je způsobeno transportem makroskopických vírů ve směru proudění v anizotropním prostředí svazku proutků. Interakce mezi těmito víry vede ke zvýšenému míšení na rozhraní dvou subkanálů v periodickém chování po výšce i v čase. Měření bylo prokázáno, že tyto fluktuace a sekundární proudění silně závisí na geometrických rozměrech svazku a Reynoldsově čísle. Experimenty uváděné v [40] byly provedeny na trojúhelníkové mříži pro dvě různé hodnoty P/D (1,12 a 1,06). Kromě rychlostního pole bylo získáno např. rozložení smykového napětí u stěny nebo turbulentní kinetické energie.

Vliv rozteče mříže na smykové napětí u stěny byl také experimentálně popsán v publikaci [28] na svazku se čtvercovou mříží. Podobně jako v předchozím experimentu bylo zjištěno, že pro větší rozteče mříže ($P/D > 1,2$) má profil smykového napětí u stěny lineární průběh, zatímco pro menší rozteče již lineární není.

Jedno z nejnovějších experimentálních měření bylo publikováno v [20]. Jednalo se o experiment na části experimentálního svazku reaktoru CANDU, kde byly získány detailní hodnoty veličin popisujících turbulentní proudění (rychlost, smykového napětí u stěny, turbulentní kinetická energie) a popsány výše uvedené jevy.

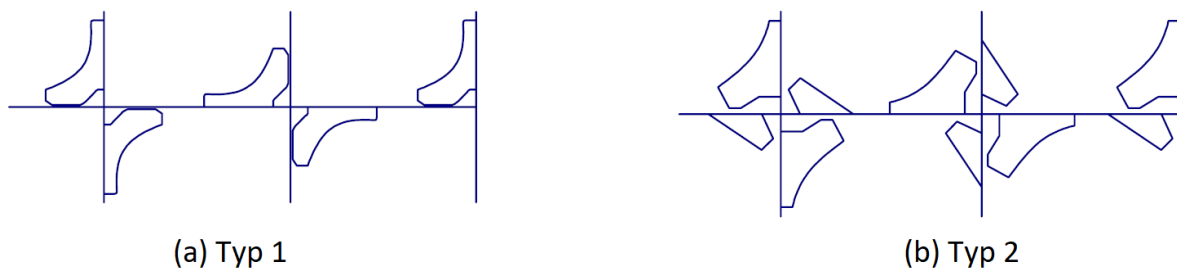
Další publikace [56] se věnuje experimentálnímu měření na modelu části (5 trubek) palivového svazku pro reaktor CANDU, kde proudící tekutinou byl vzduch ($Re = 74000$). Měření rychlostních profilů a smykového napětí u stěny bylo provedeno pro několik geometrických variant (P/D a vzdálenost trubka-stěna).

Experiment popsáný v [24] byl zaměřen na studium turbulentního proudění, na rozdíl od předešlých, ve vyhřívaném svazku se čtvercovou mříží a přestup tepla v mezeře mezi trubkami. Bylo popsáno rychlostní pole a smykové napětí u stěny kolem topených trubek pro několik geometrických konfigurací (P/D).

Obdobně byl proveden i následující experiment [34], avšak byl zaměřen na přirozenou konvekci a nucené proudění při nízkých Reynoldsových číslech ($Re \leq 23 \cdot 10^3$) ve svazku se čtvercovou mříží pomocí metody LDV („Laser Doppler Velocimetry“).

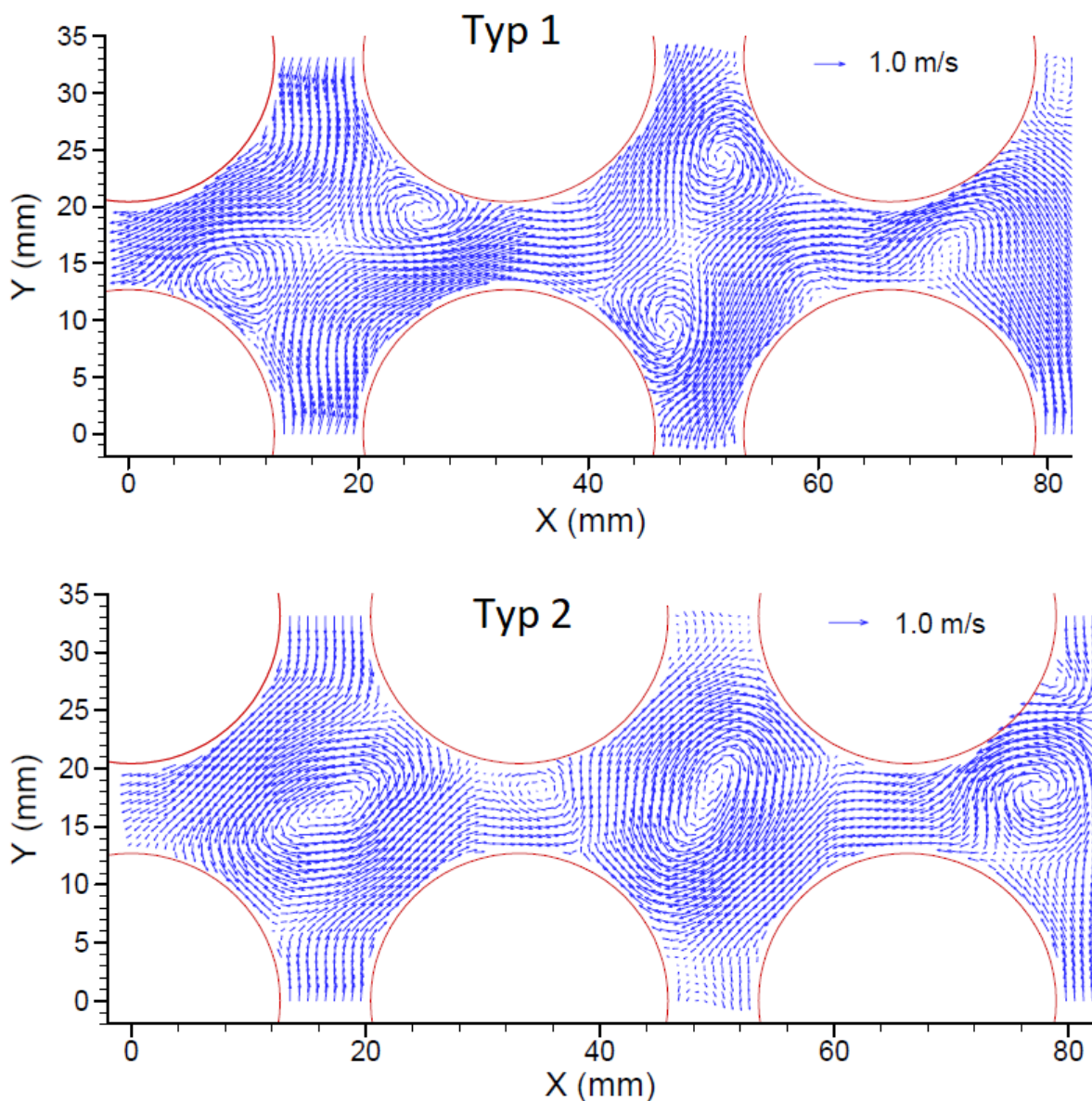
Práce [82] byla zaměřena na experimentální měření turbulentního míšení a popis turbulentního proudění ve svazku 4x4 se čtvercovou mříží v závislosti na různých typech distančních mřížek (jednoduchá mřížka i různé varianty mísících lopatek).

Experiment popsáný v [10] se zabýval popisem turbulentního proudění ve svazku s mřížkami s mísícími lopatkami. Vliv těchto lopatek byl studován pomocí dvou různých typů mřížek (Typ 1 - „split“ a Typ 2 - „swirl“, Obr. 6 a Obr. 7) na čtvercové mříži. Mřížka Typu 1 je standardně používána v reaktorech PWR a má dvojici diagonálně umístěných lopatek v subkanálu. Zatímco mřížka Typu 2 byla modifikována přidáním další dvojice doplňkových lopatek, které slouží ke zlepšení promíchávání chladiva. Úhly natočení všech lopatek jsou přibližně 30° vzhledem ke směru axiálního proudění.



Obr. 6: Typy mísících mřížek použitých v experimentu [10]

Z výsledků měření na Obr. 7 je patrný vliv typu mřížky na vytvořené vírové struktury. Z mřížkou Typu 1 se vytváří dva symetrické víry, zatímco za mřížkou Typu 2 se objevuje pouze jeden eliptický vír, kde docházelo k intenzivnějšímu turbulentnímu míšení.

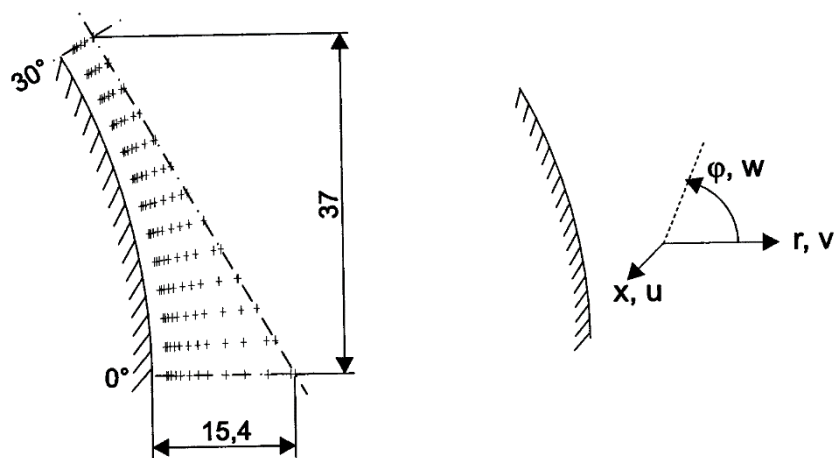


Obr. 7: Rychlostní pole příčného proudění za mřížkou [10]

4.1 Experimenty Krausse 1996

Krauss publikoval článek [40] a svoji disertační práci [39], kde popsal experimentální měření turbulentního proudění vzduchu na vytápěném 37 trubkovém horizontálně umístěném svazku s trojúhelníkovou mříží pro dvě různé hodnoty rozteče proutků ($P/D = 1,12$ a $1,06$) a průměrem proutků 140 mm. Pro měření rychlostního pole byl použit termický anemometr „x-wire“ a přídavný termočlánek. Pro centrální typický subkanál byly měřeny a odvozeny různé veličiny, například středované rychlosti proudění, středované teploty tekutiny, smykové napětí u stěny, teplota stěny a další turbulentní parametry jako turbulentní kinetická energie a další. Měřením bylo pokryto 147, resp. 119 bodů v 1/6 typického subkanálu, viz Obr. 8. Základní

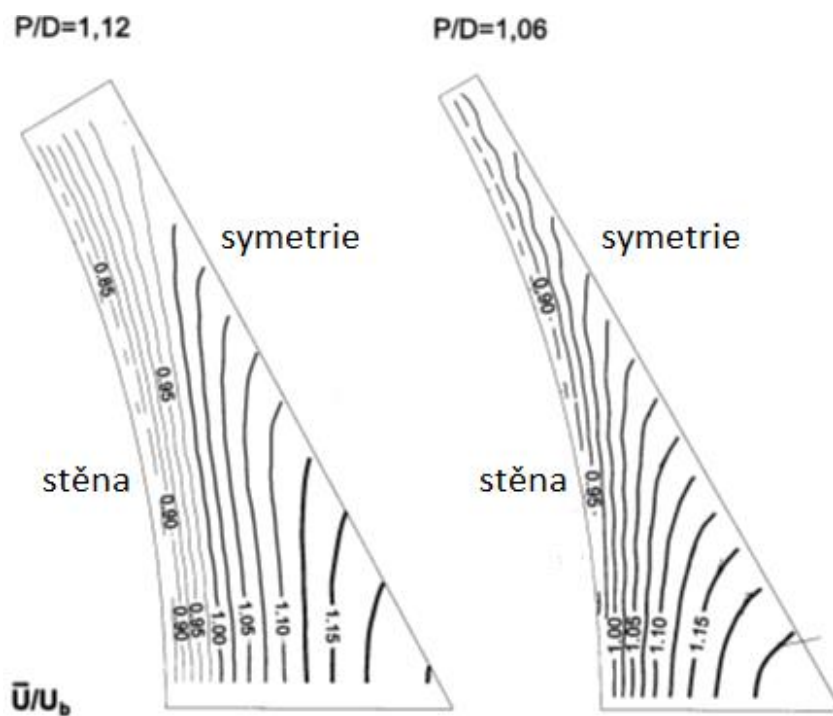
geometrické a režimové parametry obou experimentů jsou uvedeny v Tab. 2. Teplota vzduchu na vstupu měla pokojovou teplotu, udávaná teplota je vztažena k místu měření, které bylo umístěno 20 mm před výstupem ze svazku. Axiální rychlost a smykové napětí u stěny byly měřeny pomocí Pitotovy a Prestonovy trubice ($d = 0,6$ mm), zatímco středované teploty byly měřeny termočlánky ($d = 0,25$ mm) a teploty stěny infračerveným pyrometrem. Pro turbulentní veličiny byl použit termický anemometr o délce 1,1 mm a tloušťce 2,5 μm . Takto bylo možno měřit v objemu přibližně 1 mm³. Díky tomuto měřicímu vybavení, přesnosti geometrie svazku a standardizovaným kalibracím bylo možno dosáhnout přesnosti měření rychlostního pole ± 1 % a pro smykové napětí u stěny menší než ± 3 %. Naměřená rychlostí pole v 1/6 typického subkanálu a smykového napětí u stěny jsou uvedeny na Obr. 9, resp. Obr. 10.



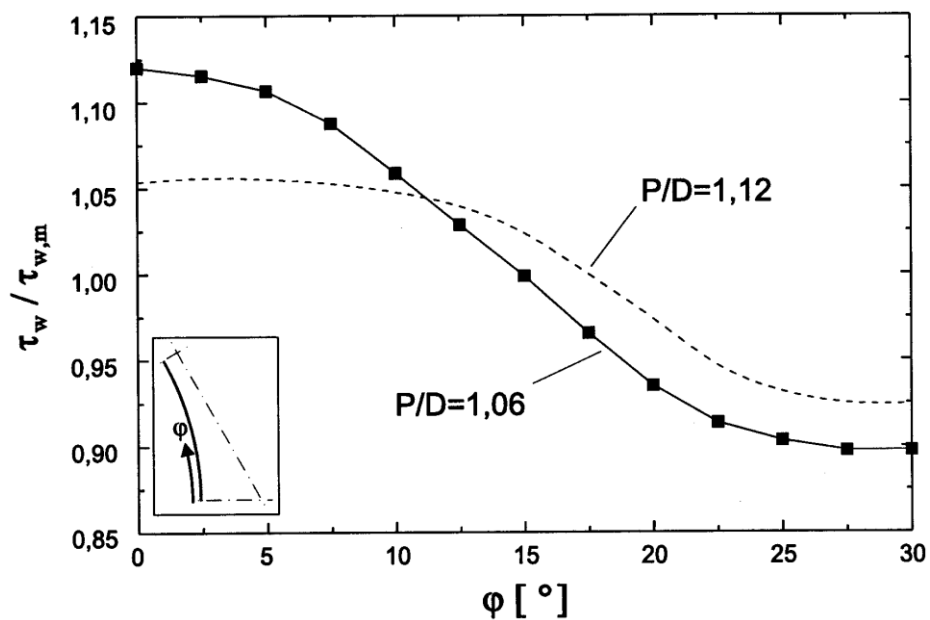
Obr. 8: Pozice měření experimentů Krausse [40]

Tab. 2: Základní parametry experimentů [40]

	P/D = 1,12	P/D = 1,06
Počet experimentálních pozic	147	119
Střední rychlost proudění [m/s]	20,57	20,63
Střední teplota tekutiny [°C]	39,7	47,0
Tlak [kPa]	101,325	
Hydraulický průměr [mm]	53,64	33,45
Reynoldsovo číslo [-]	64590	38754
Hustota tepelného toku [kW/m²]	1,39	0,98
Průměr proutků [mm]	140	
Délka svazku [m]	11,5	
Vytápěná délka [m]	6,9	



Obr. 9: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,12$ ($U_b = 20,57$ m/s) a $P/D = 1,06$ ($U_b = 20,63$ m/s) [40]



Obr. 10: Rozložení smykového napětí u stěny v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,12$ ($\tau_{w,m} = 1,3$ N/m²) a $P/D = 1,06$ ($\tau_{w,m} = 1,15$ N/m²) [40]

4.2 Experimenty Truppa 1973

Ve své disertační práci [74] Trupp zveřejnil výsledky měření, které provedl na 19 trubkovém svazku s trojúhelníkovou mříží, kde ale poslední radiální řada trubek v polovině plynule přecházela do obálky, tzn. nebyla kompletní. Byly sestaveny tři experimentální svazky s poměrem $P/D = 1,50$, $1,35$ a $1,20$, průměrem proutku $50,8$ mm a délkou svazku $1,537$ m. Experimentální svazky byly poté umístěny do větrného tunelu, kde proudil vzduch při konstantní pokojové teplotě. Pro měření byly použity Pitotovy trubice ($d=1,02$ mm), tlakové sondy pro měření statického tlaku ($d=1,52$ mm) a termický anemometr o délce $1,25$ mm a tloušťce 5 μm . Chyba měření rychlostních polí byla ve všech případech nižší než $1,6$ %. Celkem bylo provedeno 17 experimentálních měření s různými podmínkami proudění na vstupu v rozsahu Reynoldsových čísel od 12000 do 84000. Všechny důležité parametry jednotlivých experimentálních měření jsou shrnuty v Tab. 3, Tab. 4 a Tab. 5. Ukázka naměřených hodnot rychlostního pole a smykového napětí u stěny je na Obr. 11 a Obr. 12.

Tab. 3: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,50$ [74]

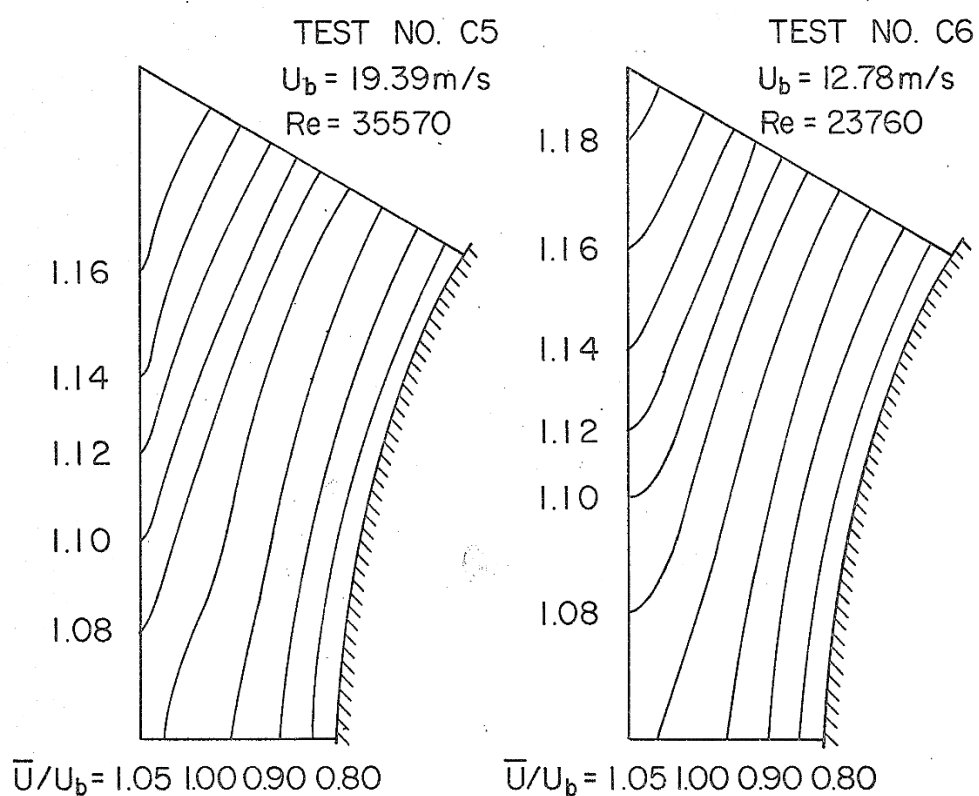
	$P/D = 1,50$					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Počet exp. pozic	137					
Stř. rychlost proudění [m/s]	18,60	15,81	12,89	10,16	7,683	5,016
Tlak [kPa]	101,325					
Hydraulický průměr [mm]	75,234					
Reynoldsovo číslo [-]	85480	73370	60330	47960	36650	23860
Průměr proutků [mm]	50,8					
Délka svazku [m]	1,537					

Tab. 4: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,35$ [74]

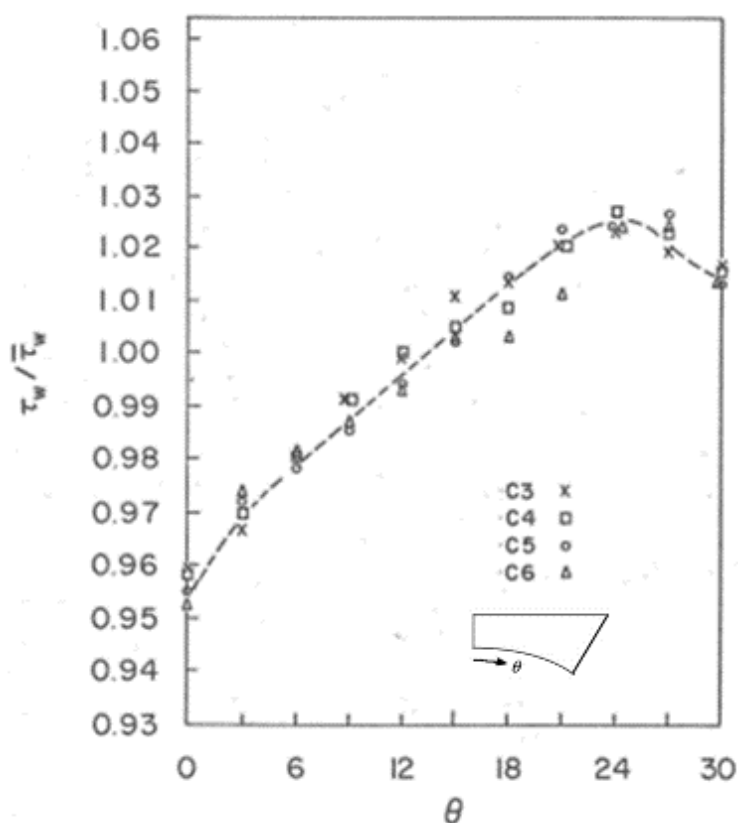
	$P/D = 1,35$					
	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Počet exp. pozic	101					
Stř. rychlost proudění [m/s]	23,40	19,38	15,44	11,11	7,274	4,217
Tlak [kPa]	101,325					
Hydraulický průměr [mm]	51,287					
Reynoldsovo číslo [-]	72490	59880	48130	35700	23510	13720
Průměr proutků [mm]	50,8					
Délka svazku [m]	1,537					

Tab. 5: Základní parametry experimentů pro $P/D = 1,20$ [74]

	$P/D = 1,20$				
	C3	C4	C5	C6	C7
Počet exp. pozic	66				
Stř. rychlost proudění [m/s]	31,18	27,06	19,39	12,78	6,247
Tlak [kPa]	101,325				
Hydraulický průměr [mm]	29,862				
Reynoldsovo číslo [-]	56020	49130	35570	23760	11680
Průměr proutků [mm]	50,8				
Délka svazku [m]	1,537				



Obr. 11: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro experimenty C5 a C6 s $P/D = 1,20$ [74]



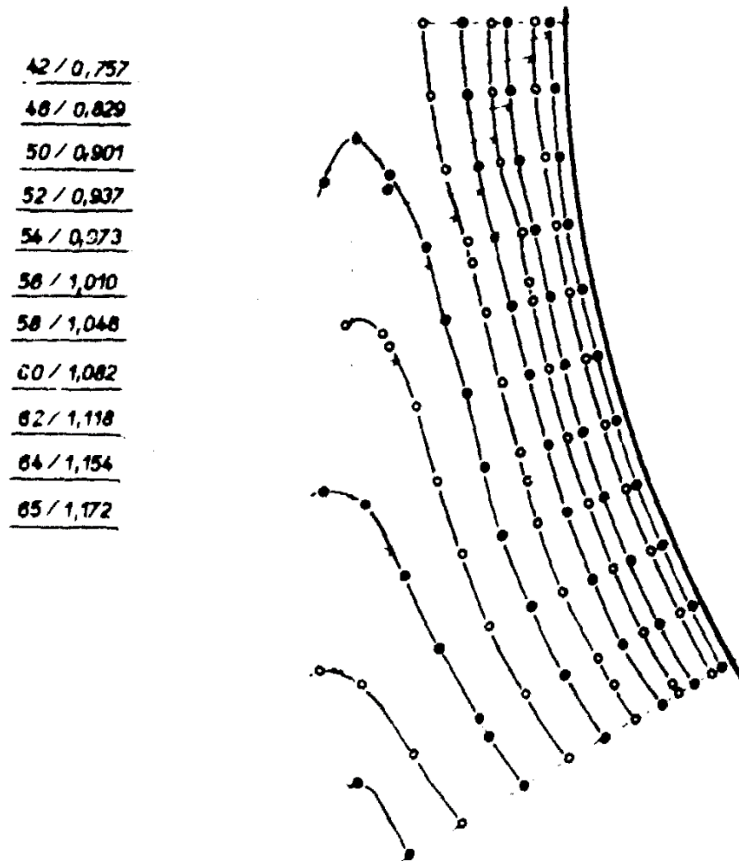
Obr. 12: Rozložení smykového napětí u stěny v 1/6 centrálního typického subkanálu pro $P/D = 1,20$ [74]

4.3 Experimenty ÚJV 1976

Experimentální měření pro tři různá Reynoldsova čísla na 19 trubkovém svazku s trojúhelníkovou mříží, průměrem prutů 120 mm a poměrem $P/D = 1,17$ byla provedena v Ústavu jaderného výzkumu v Řeži, která byla publikována ve výzkumné zprávě [50]. Šest metrů dlouhým svazkem proudil ve větrném tunelu vzduch o teplotě 25 °C. V centrálním typickém subkanálu bylo 400 mm od konce svazku měřeno rychlostní pole a smykové napětí u stěny pomocí Pitotovy a Prestonovy trubice o průměru 0,8 mm. Chyba měření rychlostního pole se pohyboval do 2 %, zatímco chyba měření smykového napětí u stěny dosahovala do 1,5 %. Ukázka naměřeného rychlostního pole v 1/6 centrálního subkanálu pro Reynoldsovo číslo 181200 je na Obr. 13.

Tab. 6: Základní parametry experimentů ÚJV [50]

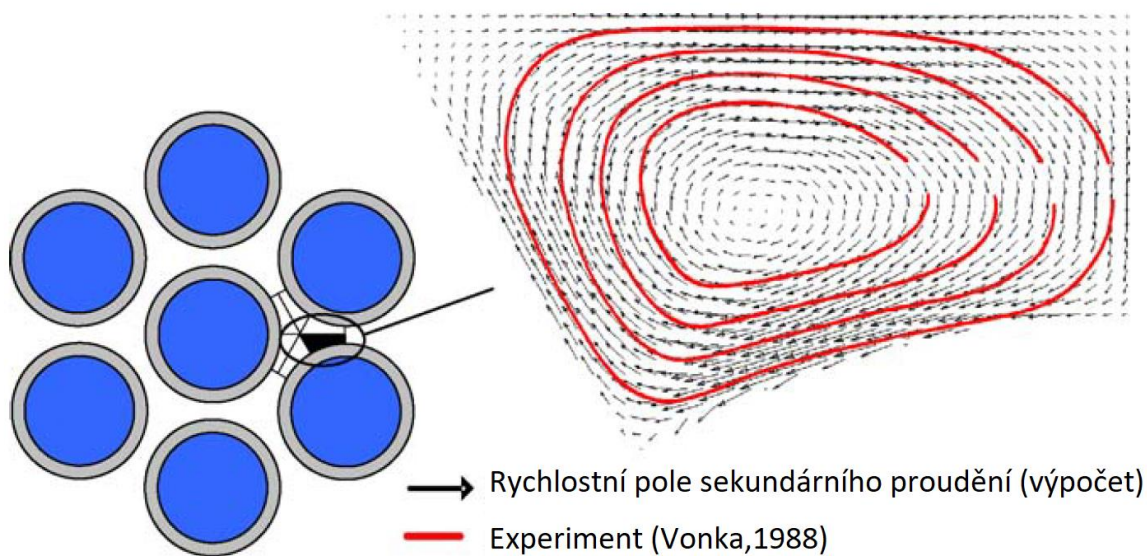
	P/D = 1,17		
Střední rychlost proudění [m/s]	47,16	26,79	15,75
Tlak [kPa]	101,325		
Hydraulický průměr [mm]	61,131		
Reynoldsovo číslo [-]	181200	109400	64300
Průměr proučků [mm]	120		
Délka svazku [m]	6		



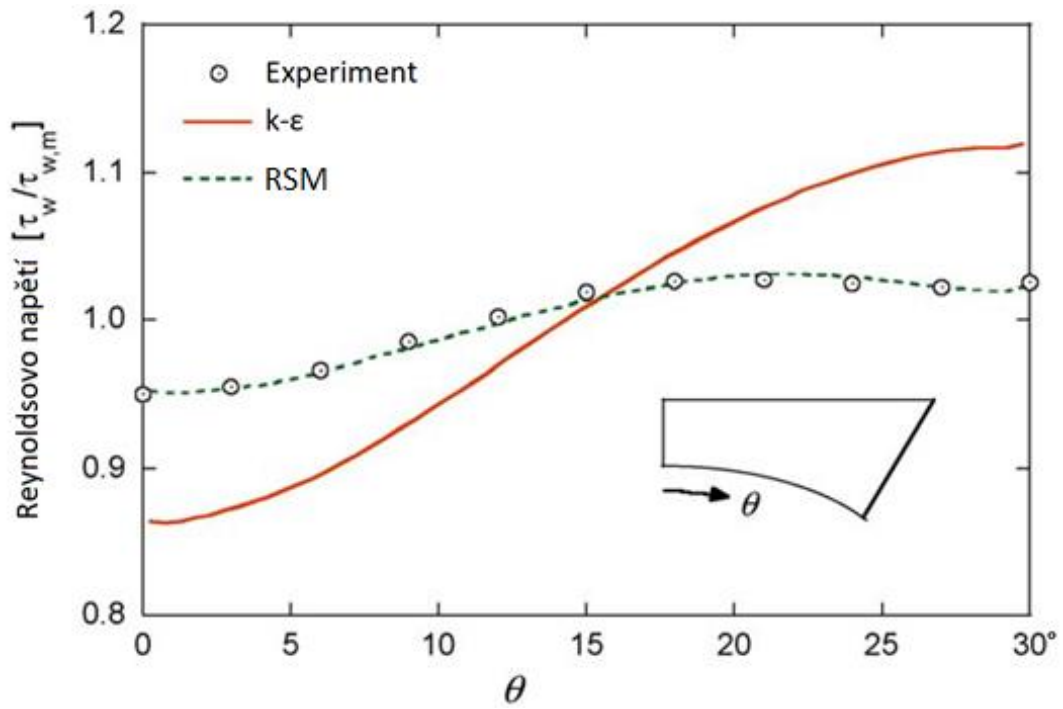
Obr. 13: Rozložení středované axiální rychlosti v 1/6 centrálního typického subkanálu pro experiment ÚJV, $Re = 181200$ [50]

5 CFD výpočty na svazku

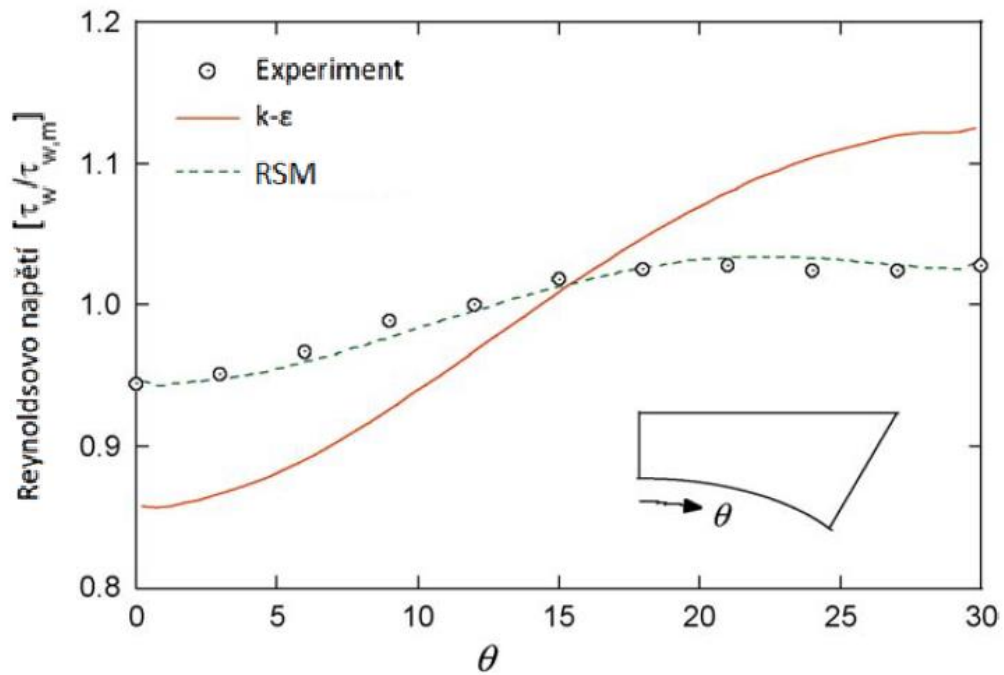
V minulosti byly vytvořeny numerické studie, které se zabývaly popisem sekundárního proudění uvnitř subkanálů pomocí CFD výpočtů. Všechny tyto práce byly vytvořeny na jednoduchých modelech části subkanálu bez distančních mřížek a bez sdílení tepla. Hodnoceny byly především různé modely popisu turbulentního proudění na trojúhelníkové nebo čtvercové mřížce s různými poměry P/D a při rozdílných Reynoldsových číslech proudění. V [5] a [53] jsou provedeny výpočty sekundárního proudění v trojúhelníkové mřížce pomocí DNS („Direct Numerical Simulation“) při nízkých Reynoldsových číslech ($Re < 24300$) a také pomocí RSM ve srovnání s „realizable“ $k-\varepsilon$ modelem [21] turbulentního proudění pro vyšší Reynoldsova čísla. Ten se liší od standardního lineárního modelu $k-\varepsilon$ především v nové formulaci modelu turbulentní viskozity a upravené transportní rovnici pro rychlost disipace (ε). Byly provedeny výpočty na experimentech ÚJV (kapitola 4.3, [50]) pro Reynoldsova čísla 181200 a 109400 ($P/D = 1,17$) a na experimentech Krausse (kapitola 4.1, [39]) pro Reynoldsova čísla 64590 ($P/D = 1,12$) a 38754 ($P/D = 1,06$). Typický průběh sekundárního proudění v trojúhelníkové mřížce je na Obr. 14. Toto sekundární proudění je způsobeno průběhem smykového napětí u stěny, jehož závislost na úhlu je na Obr. 15 až Obr. 18. Z těchto grafů je zřejmá shoda s experimentálními daty při použití anizotropního RSM modelu turbulence pro $P/D > 1,1$, na rozdíl od lineárního modelu $k-\varepsilon$, který v popisu takto anizotropního prostředí selhává. V případě velmi úzkých mezer (Obr. 18, $P/D = 1,06$) ani RSM model turbulence nedokáže přesně popsat chování proudění v této mezeře, a to kvůli přítomnosti makroskopických vírů pohybujících se axiálně v mezeře. Srovnání naměřeného a vypočteného rychlostního pole s velmi dobrou shodou pro $P/D = 1,17$ a $Re = 181200$ je uvedeno na Obr. 19.



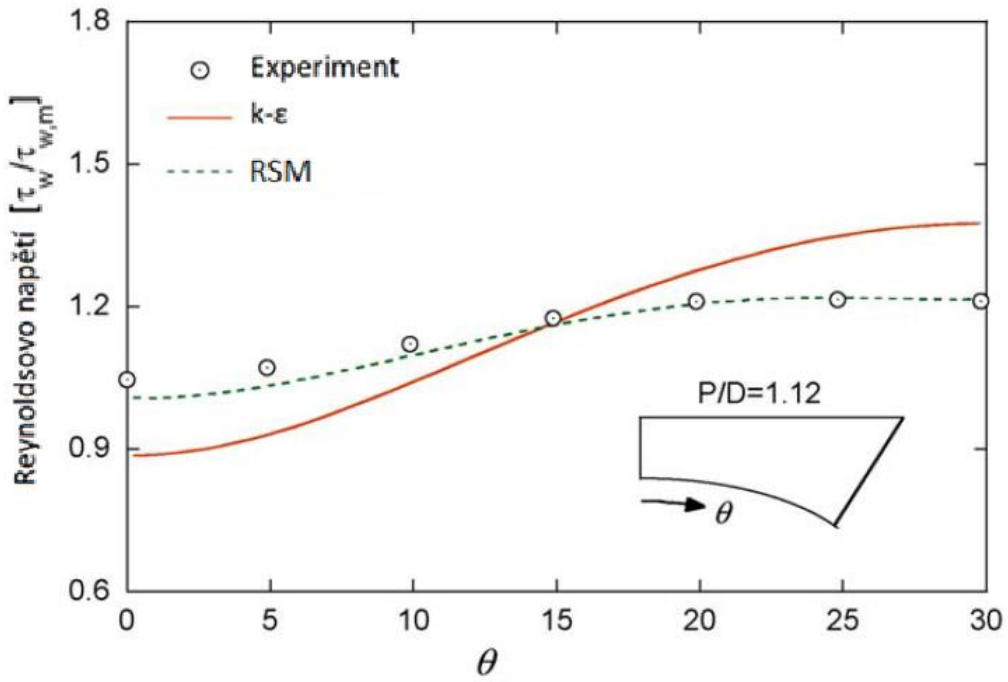
Obr. 14: Sekundární proudění v trojúhelníkové mřížce [5]



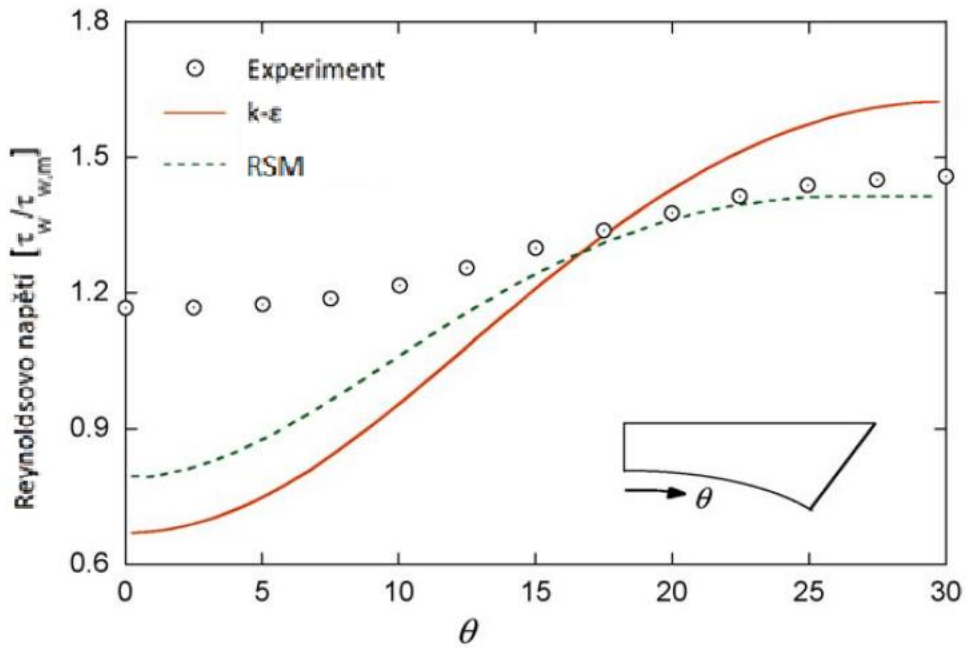
Obr. 15: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,17$, $Re = 181200$) [5]



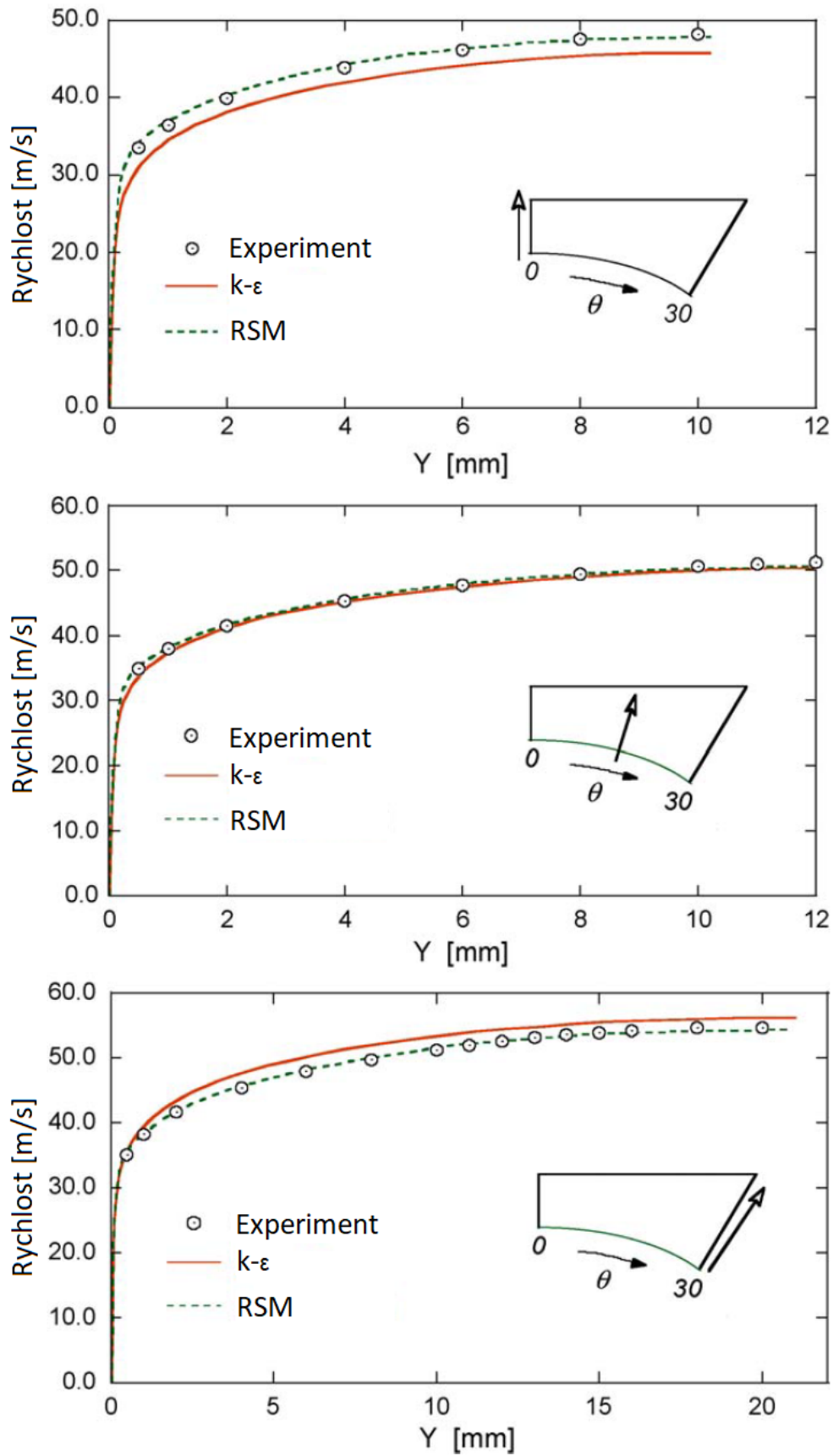
Obr. 16: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,17$, $Re = 109400$) [5]



Obr. 17: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,12$, $Re = 64300$) [5]



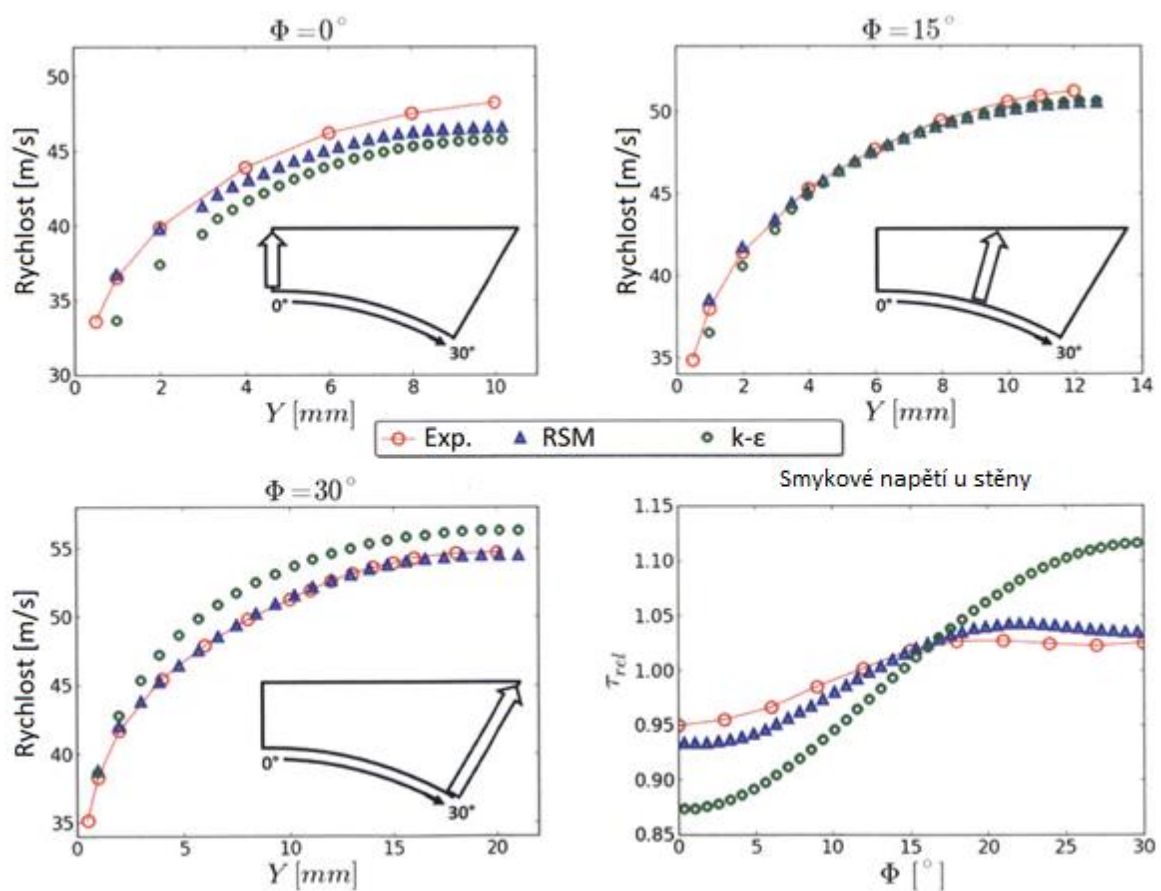
Obr. 18: Průběh smykového napětí u stěny ($P/D = 1,06$, $Re = 38754$) [5]



Obr. 19: Průběh axiální rychlosti ($P/D = 1,17$, $Re = 181200$) [5]

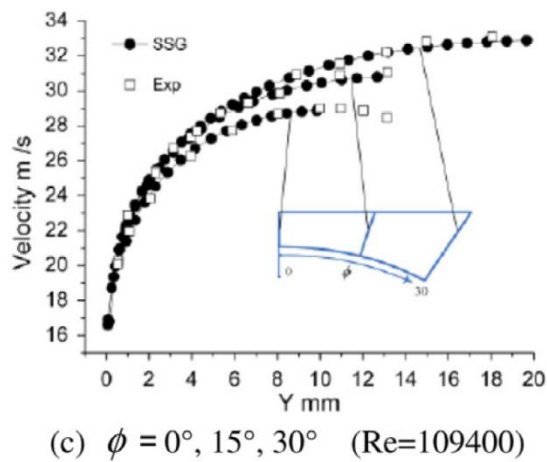
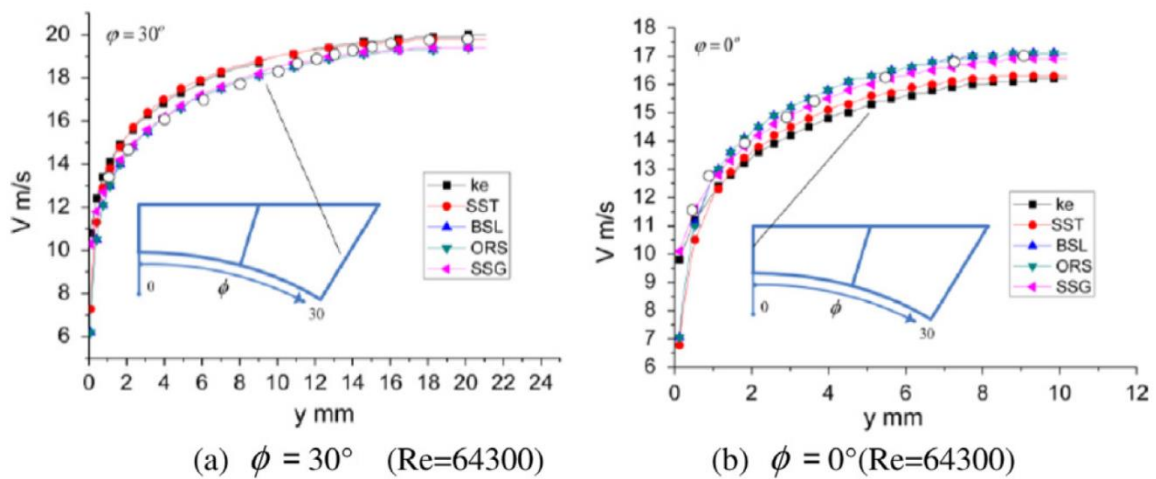
Použití metody DNS pro vyšší Reynoldsova čísla je velmi obtížné vzhledem k vysokým nárokům na výpočetní výkon. Zároveň byla ukázána neschopnost standardního lineárního $k-\epsilon$ modelu popsat anizotropní proudění ve svazku srovnáním s experimentálními daty.

Obdobný výpočet na experimentu ÚJV (kapitola 4.3, [50]) pro Reynoldsovo číslo 181200 byl proveden v práci [49]. V rámci zabudování RSM modelu turbulence do kódu HYDRA-TH byl přepočten tento experiment tímto modelem a porovnán se standardním modelem $k-\epsilon$. Vzhledem k jistým nedostatkům kvality sítě není dosažena tak dobrá shoda s experimentem jako v [5], přesto ale je soulad měření a výpočtů uspokojivý. Ukázka výsledků průběhu axiálních rychlostí a smykových napětí u stěny je na Obr. 20.

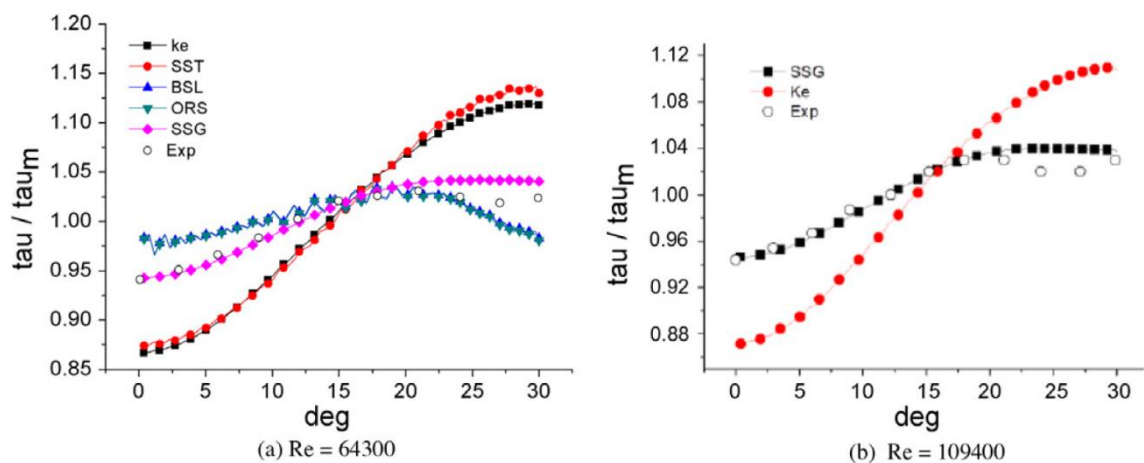


Obr. 20: Axiální rychlosti a smykové napětí u stěny pro $P/D = 1,17$ a $Re = 181200$ [49]

Experiment ÚJV byl také použit pro výpočet v článku [83]. Bylo provedeno několik výpočtů s různými modely turbulence pro Reynoldsova čísla 109400 a 64300 ($P/D = 1,17$). Kromě těchto byl přepočítán i experiment Krausse (kapitola 4.1, [39]) pro Reynoldsovo číslo 38754 ($P/D = 1,06$). Ukázka získaných výsledků je uvedena na Obr. 21 a Obr. 22, na kterých je patrná dobrá shoda s experimenty pro RSM BSL a SSG modely turbulence.



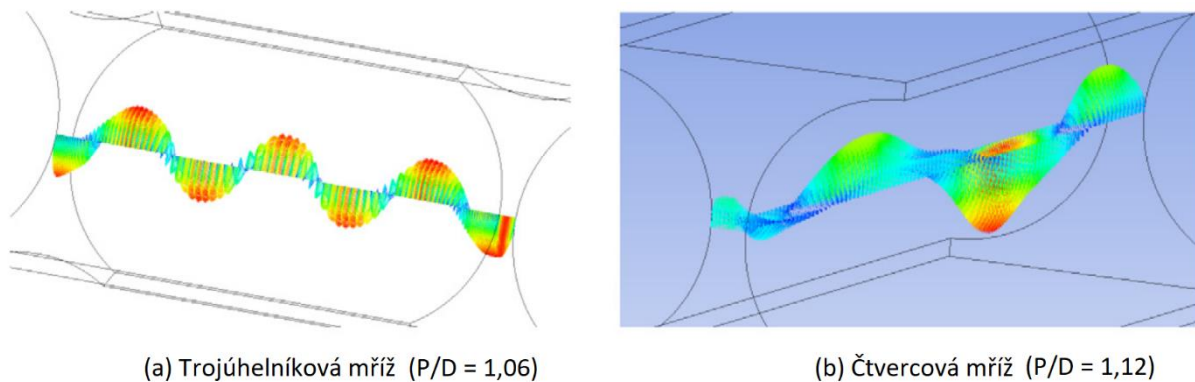
Obr. 21: Průběh axiální rychlosti pro $P/D = 1,17$ [83]



Obr. 22: Průběh smykového napětí u stěny pro $P/D = 1,17$ [83]

Práce [51], jež se zabývala výpočty na trojúhelníkové mříži s nízkými Reynoldsovými čísly ($Re \approx 20000$), ukázala, že je možné sekundární proudění velmi dobře popsat také pomocí metody LES (Large Eddy Simulation). Pomocí metody LES byly také provedeny výpočty v [60], avšak na čtvercové mříži. Další možnosti pro popis sekundárního proudění jsou dvouvrstvé modely turbulentního proudění, jejichž použití bylo ověřeno v [83] jak na trojúhelníkové, tak na čtvercové mříži. Byly porovnány modely $k-\varepsilon$, SST a $k-\omega$, SST (Shear Stress Transport) a Reynolds Stress Modely (ω RS, SSG a SSG) s velmi dobrými výsledky. Další výpočty je možné nalézt například v [4], kde je diskutováno použití upraveného „realizable“ $k-\varepsilon$ modelu pro trojúhelníkovou mříž ve srovnání s vybranými dvouvrstvémi modely turbulence.

Podobným přístupem modelování turbulentního proudění na rozhraní dvou subkanálů byly výpočty popsány fluktuace příčného proudění podél tohoto rozhraní. Při tomto kvaziperiodickém procesu dochází k přenosu vírů v podélném směru, čímž dochází ke zvýšenému přenosu hybnosti a míšení mezi subkanály. Tyto oscilace silně závisí na geometrii svazku a Reynoldsově čísle a předpokládá se, že jejich vznik je spojen s interakcí struktur vírů turbulentního proudění mezi sousedními subkanály [53]. Ukázka těchto pulsací je vykreslena na Obr. 23. Výpočtům oscilací příčného proudění na rozhraní subkanálů pomocí různých přístupů k modelování turbulentního proudění se věnují publikace [51], [52], [53] nebo [83]. Amplituda a frekvence příčné rychlosti těchto oscilací v závislosti na geometrii a Reynoldsově čísle může dle [83] dosahovat až 2 m/s, resp. 100 Hz (ax. rychlost ≈ 20 m/s).



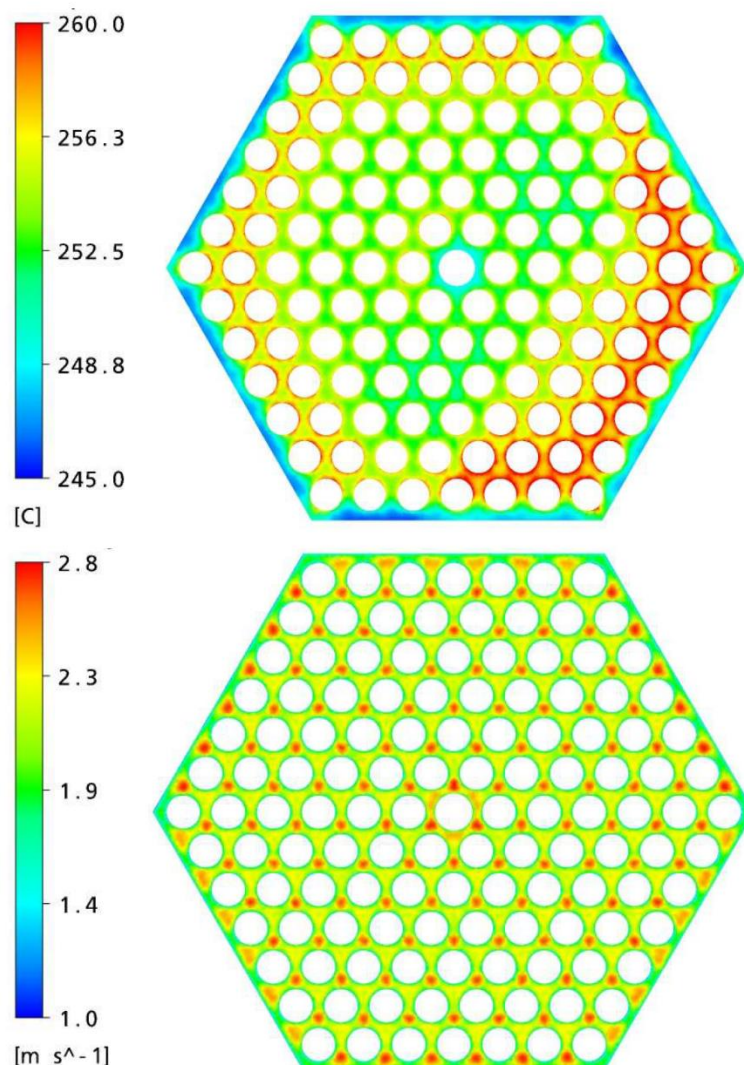
Obr. 23: Oscilace příčného proudění mezi subkanály [83]

Další možné využití CFD výpočtů ve svazcích proutků jsou výpočty symetrických částí celých kazet s topenými proutky, a tedy se sdílením tepla. Do těchto modelů jsou již zahrnuty distanční mřížky. V publikacích [9] a [72] jsou popsány výpočty ve 1/12, resp. 1/6 kazety VVER-440 pomocí dvouvrstvého modelu turbulence $k-\omega$ SST. Obdobné výpočty jsou provedeny pro 7 trubkový experimentální svazek s distančním drátem kolem proutků a tekutým

kovem jako chladivem [58] nebo 37 trubkový experimentální model článku reaktoru CANDU [8].

Článek [73] uvádí výsledky CFD analýzy rozložení rychlostí a teplot na výstupu z kazety reaktoru VVER-440 pomocí modelů turbulence $k-\omega$ SST a RSM BSL. Modelována byla celá kazeta se zjednodušenými modely mřížek. Výsledky byly porovnány se subkanálovým výpočtem kódem COBRA. Ukázka výsledků CFD výpočtů je na Obr. 24.

Další skupinu možných CFD výpočtů na svazku tyčí reprezentují publikace [3] a [27], kde je pomocí tří modelů turbulence („realizable“ $k-\epsilon$, $k-\omega$ SST a RSM) na modelu dvou subkanálů ve čtvercové mřížce hodnocen vliv mřížky s mísicími lopatkami na turbulentní proudění.



Obr. 24: Rozložení teplotního a rychlostního pole proudění na výstupu z kazety VVER-440 [73]

6 Validace CFD modelů

Pro validaci CFD modelů použitých pro další výpočty v této práci bylo zvoleno několik experimentů provedených třemi různými autory na různých experimentálních zařízeních. Tyto experimenty pokrývají oblast v rozsazích poměru P/D od 1,06 do 1,5 a Reynoldsových čísel od $2 \cdot 10^4$ do $1,8 \cdot 10^5$. Tyto experimenty jsou podrobně popsány v kapitolách 4.1 až 4.3.

6.1 Experimentální data

V této kapitole je uveden přehled všech geometrických a vstupních režimových parametrů použitých pro přepočty validačních experimentů. Následující tabulky Tab. 7, Tab. 8 a Tab. 9 shrnují všechny potřebné informace jak pro vytvoření geometrického modelu, tak pro zadání vstupních režimových parametrů vzduchu. Veličiny jako hustota, viskozita nebo hmotnostní tok byly dopočteny na základě údajů uvedených v publikacích [39], [50] a [74] pomocí knihovny termofyzikálních vlastností tekutin „CoolProp“ pro programovací jazyk Python [6]. V této knihovně jsou mimo jiné implementovány termofyzikální vlastnosti vzduchu na základě referencí [46] a [47].

Všechny výpočty v této práci byly provedeny při konstantní teplotě, a tedy bez sdílení tepla. Přestože proutky v experimentech Krausse byly vytápěny, jejich výkon byl natolik nízký, že jej bylo možno zanedbat.

Tab. 7: Geometrické a režimové parametry experimentů Krausse 1994

	Krauss 1994 [39]	
P/D [-]	1,12	1,06
Průměr proutků [mm]	140	
Hydraulický průměr [mm]	53,64	33,45
Reynoldsovo číslo [-]	64590	38754
Střední rychlost proudění [m/s]	20,43	20,48
Střední teplota vzduchu [°C]	39,7	47,0
Tlak [kPa]	101,325	
Hustota vzduchu [kg/m³]	1,129	1,103
Dynamická viskozita [Pa·s]	$1,915 \cdot 10^{-5}$	$1,950 \cdot 10^{-5}$
Hmotnostní tok [kg/s]	0,0113343	0,0069227

Tab. 8: Geometrické a režimové parametry experimentů Truppa 1973

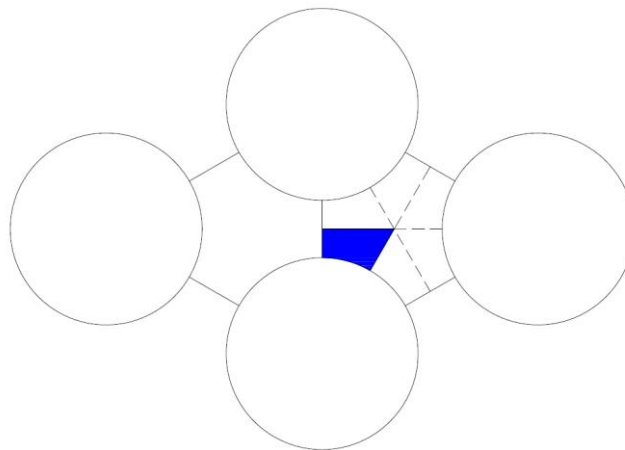
	Trupp 1973 [74]				
P/D [-]	1,50	1,35	1,20	1,20	1,20
Průměr proutků [mm]	50,8				
Hydraulický průměr [mm]	75,23	51,29	29,86	29,86	29,86
Reynoldsovo číslo [-]	85480	72490	56020	35570	23760
Stř. rychlost proudění [m/s]	18,60	23,40	31,18	19,39	12,78
Stř. teplota vzduchu [°C]	33,4	35,4	36,1	32,5	30,2
Tlak [kPa]	101,325				
Hustota vzduchu [kg/m³]	1,152	1,144	1,142	1,155	1,164
Dynamická viskozita [Pa·s]	$1,885 \cdot 10^{-5}$	$1,895 \cdot 10^{-5}$	$1,898 \cdot 10^{-5}$	$1,881 \cdot 10^{-5}$	$1,870 \cdot 10^{-5}$
Hmotnostní tok [kg/s]	0,0053582	0,0045663	0,0035349	0,0022242	0,0014770

Tab. 9: Geometrické a režimové parametry experimentů ÚJV 1976

	ÚJV 1976 [50]		
P/D [-]	1,17		
Průměr proutků [mm]	120		
Hydraulický průměr [mm]	61,13		
Reynoldsovo číslo [-]	181200	109400	64300
Střední rychlost proudění [m/s]	46,17	27,88	16,38
Střední teplota vzduchu [°C]	25,0		
Tlak [kPa]	101,325		
Hustota vzduchu [kg/m³]	1,184		
Dynamická viskozita [Pa·s]	$1,845 \cdot 10^{-5}$		
Hmotnostní tok [kg/s]	0,0262542	0,0158511	0,0093165

6.2 Model 1/6 subkanálu

Ve všech experimentech hodnocených v této práci byla data měřena v trojúhelníkové mříži v centrálním typickém subkanálu. Vzhledem k dostatečné vzdálenosti tohoto měřeného subkanálu od okraje experimentálního svazku (19 trubkové svazky) je možné pro zjednodušení výpočetního modelu uvažovat „nekonečnou“ trojúhelníkovou mříž a díky symetrii úlohy se pak omezit pouze na 1/6 subkanálu. Tato výpočetní oblast je vyznačena v radiálním řezu modře na Obr. 25.



Obr. 25: Řešená oblast 1/6 subkanálu v „nekonečné“ trojúhelníkové mříži

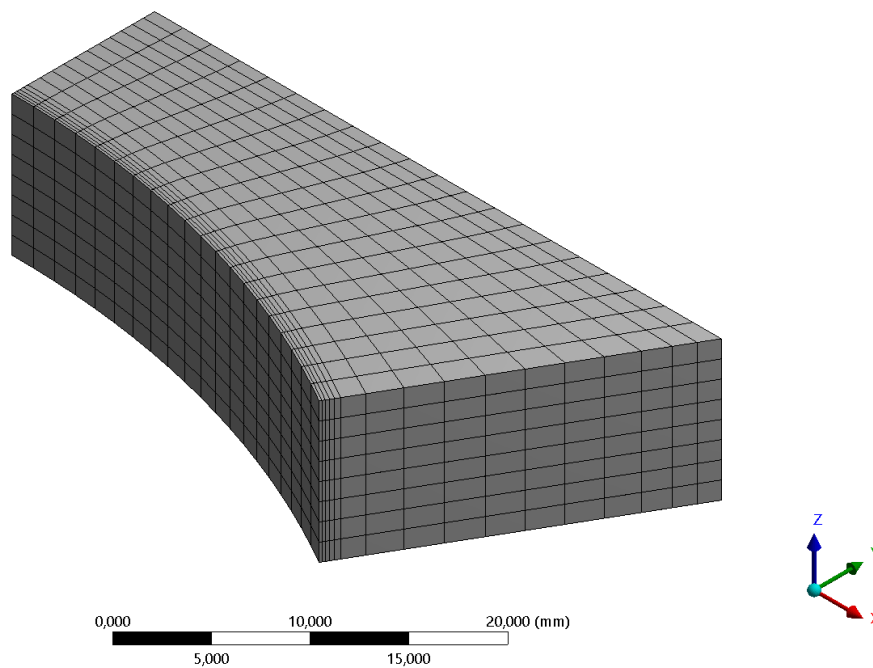
Okrajovými podmínkami pak kromě vstupu a výstupu budou tři plochy symetrie a jedna stěna přiléhající k proutku. Všechna měření byla provedena u konce svazku v dostatečné vzdálenosti od počátku, a lze tedy na základě uvedených informací uvažovat plně vyvinuté proudění. To je možné potom využít při dalším zjednodušení výpočetního modelu, kdy není nutné řešit celý dlouhý kanál, ale uvažovat pouze krátký úsek (v tomto případě 10 mm) a nastavit periodickou podmínku na vstup a výstup. To znamená, že je hodnocen „nekonečně“ dlouhý kanál. Výhodou takto zvoleného výpočetního modelu je jeho plná schopnost popsat chování proudění naměřené v uvedených experimentech a zároveň minimalizuje objem výpočetní oblasti, a tedy i počet potřebných výpočetních buněk, a v důsledku toho dovoluje snížení výpočetní náročnosti a času celé úlohy.

6.3 Výpočetní síť

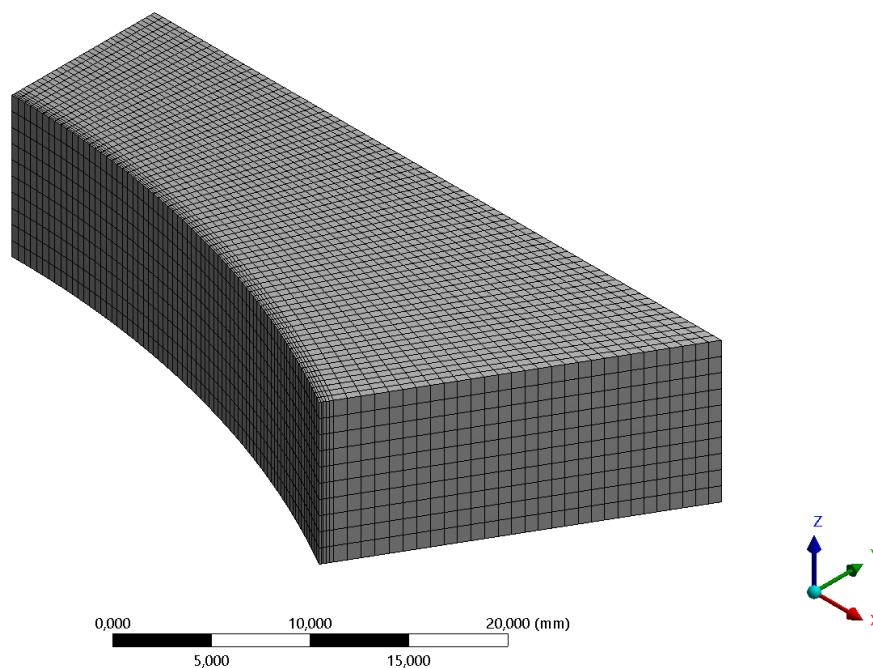
Obecně platí, že metoda CFD je poměrně citlivá na kvalitu sítě vytvořené ve výpočetní oblasti. Kromě vhodně zvolených tvarů konečných objemů (buněk) je důležitá i správně nastavená hustota (počet buněk v daném objemu). V případě nevhodně zvolené kvality výpočetní sítě může doházet k problémům s konvergencí numerického řešení nebo závislosti získaného řešení na dané síti. Je tedy důležité použít takovou výpočetní síť, na které řešení zkonverguje, a zároveň je na ní nezávislé. Z tohoto důvodu je potřeba provést citlivostní analýzu řešení na několika různě hustých sítích a ověřit, že získané výsledky jsou na všech srovnatelné. V rámci validace CFD modelu na experimentálních datech byly vytvořeny čtyři výpočetní sítě „Mesh 1“ až „Mesh 4“ s různými počty buněk pro každý řešený experiment. Ve všech případech byly jako nejvhodnější pro zvolený výpočetní objem (1/6 subkanálu) použity buňky typu hexahedron. Jednotlivé výpočetní sítě „Mesh 1“ až „Mesh 4“ jsou vykresleny na Obr. 26 až Obr. 29 a detailně popsány v Tab. 10. V této tabulce jsou uvedeny celkové počty buněk (#) v jednotlivých výpočetních sítích a také základní dimenze (počty buněk v daném směru) ve směru osy x, y a z (viz např. Obr. 26). Kromě těchto základních dimenzí bylo přidáno několik vrstev buněk u stěny, které se postupně zhušťují v poměru 1,2. Drobné rozdíly v počtu buněk mezi jednotlivými geometriemi subkanálů (P/D) jsou důsledkem rozdílných poměrů délek stěn v základních směrech x, y a z.

Tab. 10: Počty buněk v jednotlivých výpočetních sítích

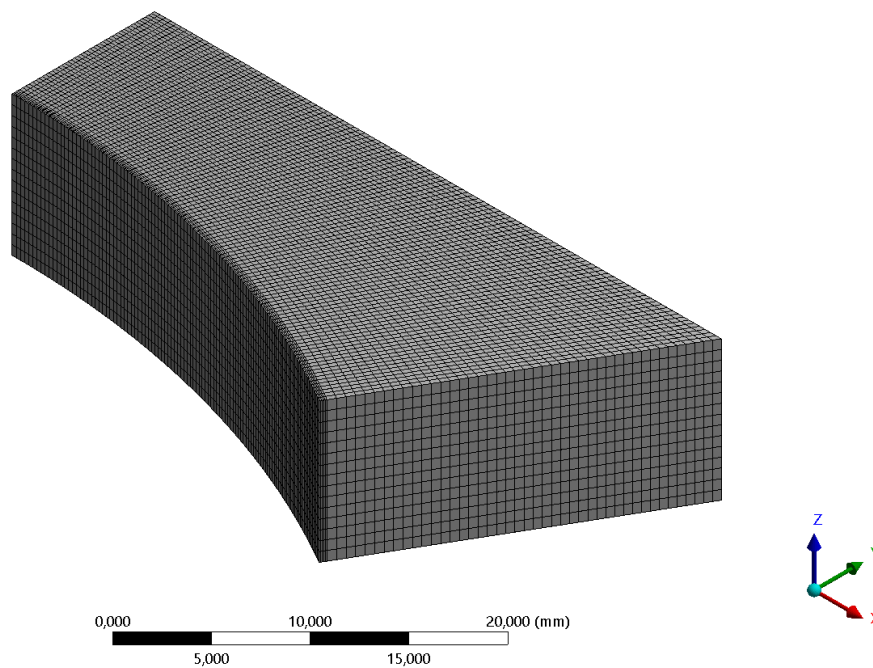
	P/D [-]	Mesh 1		Mesh 2		Mesh 3		Mesh 4	
		#	x,y,z	#	x,y,z	#	x,y,z	#	x,y,z
ÚJV	1,17	2560	20,10,8	23800	70,30,10	75600	105,45,15	179200	140,60,20
Krauss	1,12	2560	20,10,8	24500	70,30,10	78750	105,45,15	182000	140,60,20
	1,06	2080	20,10,8	24500	70,30,10	78750	105,45,15	182000	140,60,20
Trupp	1,50	2100	15,10,10	28800	40,30,20	91800	60,45,30	211200	80,60,40
	1,35	2400	15,10,10	28000	40,30,20	90000	60,45,30	208000	80,60,40
	1,20	3375	15,10,15	42000	40,30,30	135000	60,45,45	312000	80,60,60



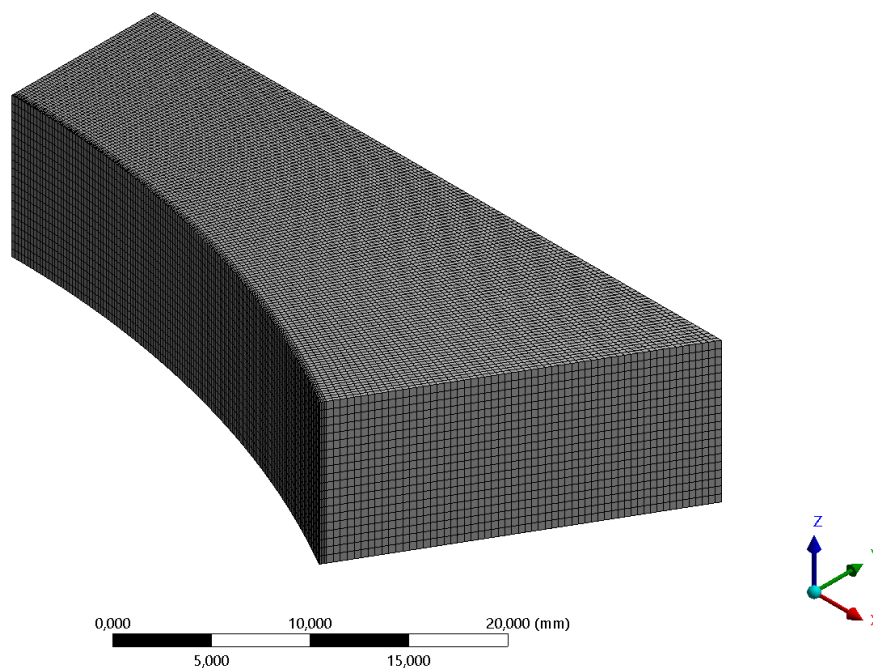
Obr. 26: Výpočetní síť buněk „Mesh 1“



Obr. 27: Výpočetní síť buněk „Mesh 2“



Obr. 28: Výpočetní síť buněk „Mesh 3“



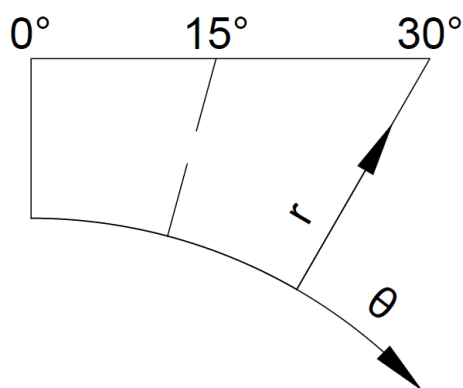
Obr. 29: Výpočetní síť buněk „Mesh 4“

6.4 Vyhodnocení validace CFD modelů

Byly provedeny CFD výpočty všech experimentů popsaných v kapitole 6.1 na modelu 1/6 subkanálu pro všechny čtyři varianty výpočetní sítě „Mesh 1“ až „Mesh 4“ pomocí CFD kódu ANSYS Fluent [1]. Jako nejvhodnější model turbulence pro tento typ úlohy byl zvolen Reynolds Stress Model BSL díky jeho schopnostem postihnout anizotropii proudění, která je při proudění ve svazku přítomna. Tento model turbulence je detailně popsán v kapitole 3.2. Pro srovnání byl použit i izotropní model turbulence „realizable“ k-ε, který demonstruje nutnost použití anizotropního modelu turbulence pro popis proudění ve svazku prutů.

6.4.1 Metodika vyhodnocení

Pro přehlednost srovnání experimentálních a vypočtených dat byl použit polární souřadnicový systém, který je naznačen na Obr. 30. Počátek souřadnice r je vždy volen u stěny proutku. Srovnání profilů naměřených a vypočtených axiálních rychlostí bylo vždy provedeno na přímkách, které protínají 1/6 subkanálu pod úhly $\theta = 0^\circ$, 15° a 30° . Úhel $\theta = 0^\circ$ tedy například odpovídá rozhraní mezi subkanály v nejužším místě. Smykové napětí u stěny je vyhodnoceno v závislosti na úhlu θ pro $r = 0$ mm.



Obr. 30: Souřadný systém pro vyhodnocení validace CFD modelů na experimentálních datech

Pro ohodnocení míry shody mezi experimentálními a vypočtenými daty na vybraných profilech byl pro každou sérii dat spočten koeficient R^2 . Tento koeficient může nabývat maximálně hodnoty 1, což by znamenalo dokonalou shodu mezi experimentem a výpočtem. Výpočet tohoto koeficientu je následující:

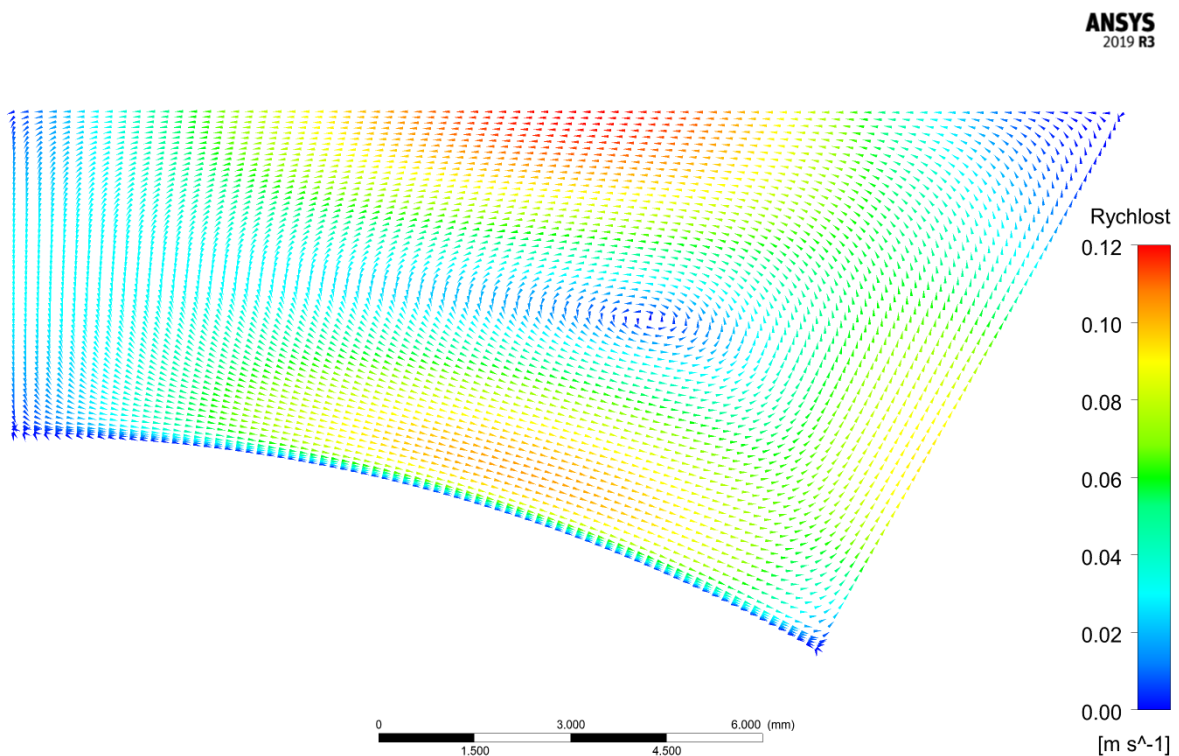
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (f_{exp,i} - f_{calc,i})^2}{\sum_i (f_{exp,i} - \bar{f}_{exp})^2} \quad (45)$$

kde $\overline{f_{exp}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{exp,i}$ je střední hodnota experimentálně naměřených bodů v dané sérii a N je počet bodů v dané sérii.

6.4.2 Srovnání experimentů s výpočty

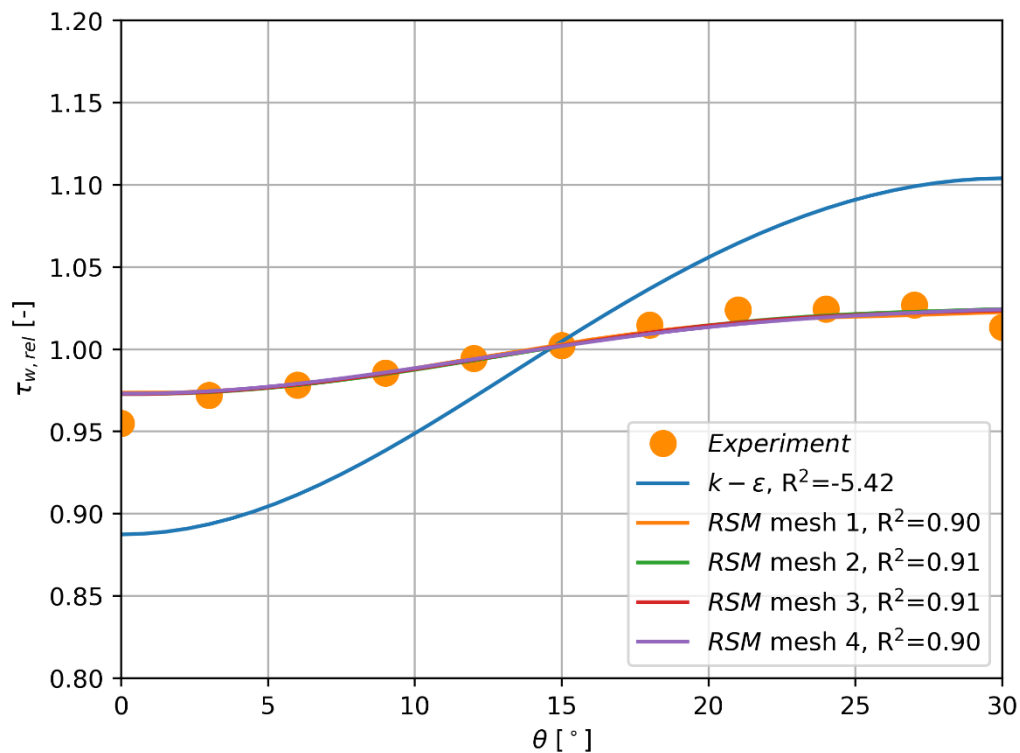
Pro každý hodnocený experiment byly sledovány profily axiální rychlosti v 1/6 subkanálu (viz Obr. 30) a profil smykového napětí u stěny. Dále byly vytvořeny grafy, které ukazují spočtené sekundární proudění v řešené oblasti. Veškerá sledovaná vypočtená i experimentální data jsou vykreslena v Příloze A. V případě, kdy některý graf není uveden, je důvodem absence naměřených dat (například rychlostní profil v 15° - Trupp, P/D = 1,35, Re = 72490 nebo smykového napětí u stěny – Trupp, P/D = 1,50, Re = 85480 atd.).

Základním znakem proudění ve svazku prutů je tvorba sekundárního proudění ve formě vírů. Tvorba těchto vírů je důsledkem nerovnoměrného průběhu smykového napětí u stěny (Obr. 32), což vede k vytvoření jednoho víru v 1/6 subkanálu, viz ukázka na Obr. 31. Díky použití RSM modelu turbulence byly tyto víry identifikovány ve všech hodnocených úlohách. Obecně bylo prokázáno experimenty [5], že střední rychlost sekundárního proudění (složky rychlosti v kolmém směru na směr převládajícího proudění) je přibližně 0,1 % střední axiální rychlosti, což bylo výpočtem ověřeno.

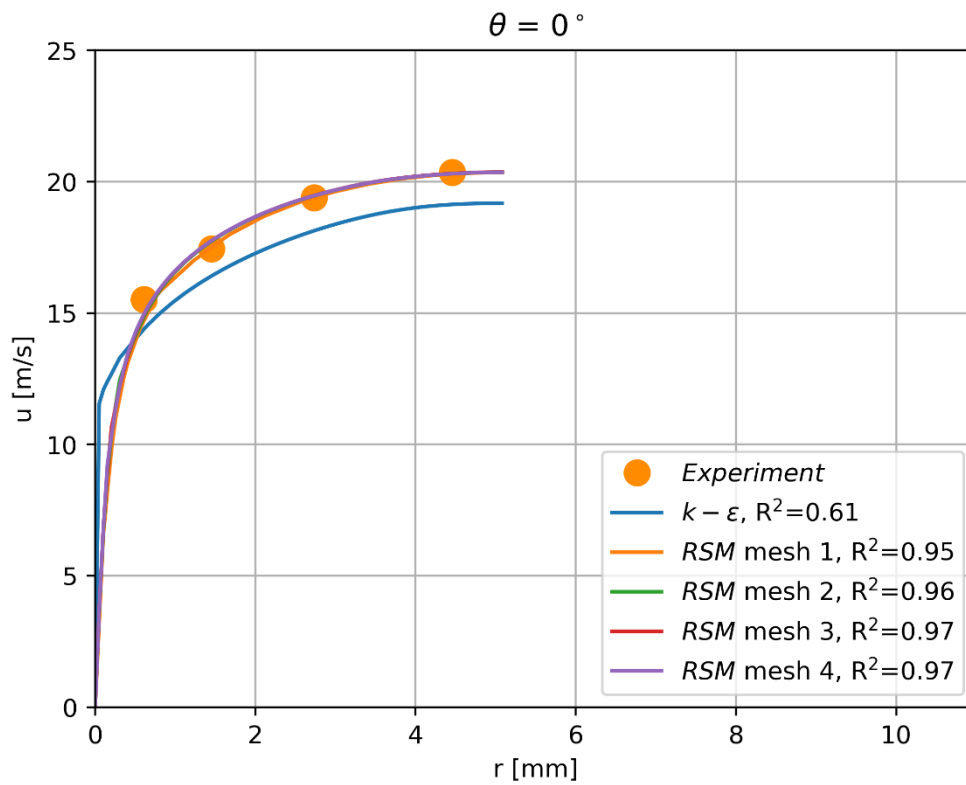


Obr. 31: Sekundární proudění, Re = 35570, P/D = 1,20

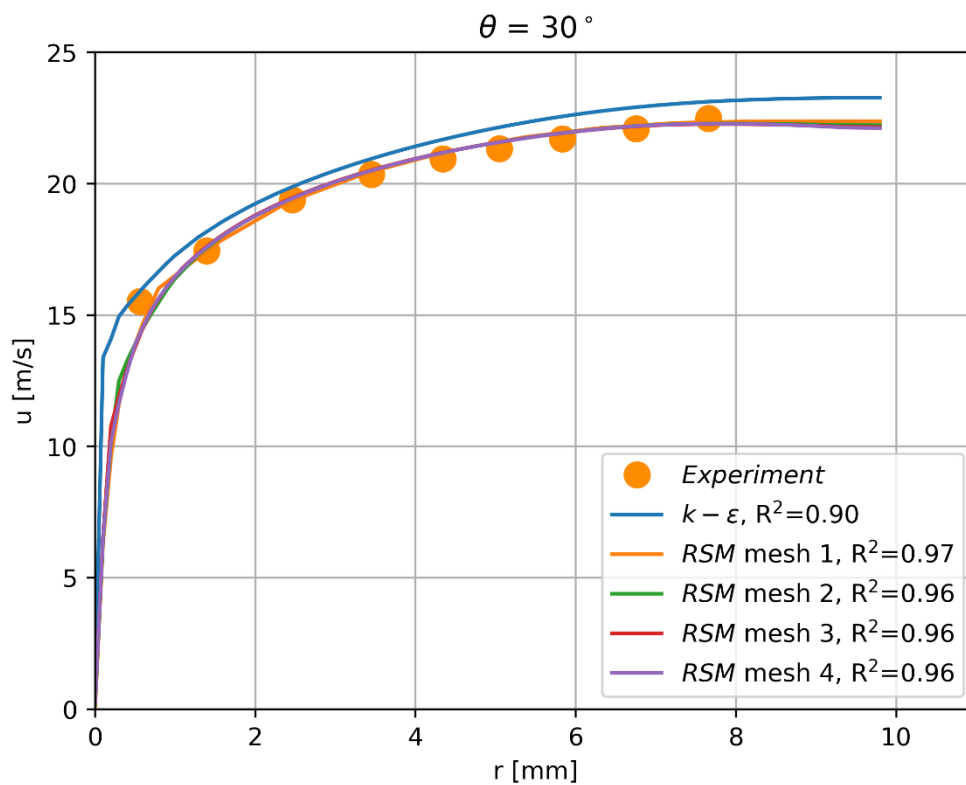
Sekundární proudění ovlivňuje přerozdělení turbulentních veličin, a tím dochází i k silnému vlivu na distribuci průtoku uvnitř subkanálu. Vliv této redistribuce je patrný především ve srovnání s výpočty pomocí modelu turbulence $k-\varepsilon$, který tyto víry nedokáže postihnout. Jak je patrné například z Obr. 33 a Obr. 34, díky tomuto sekundárnímu proudění je rychlostní profil v mezeře mezi proutky vyšší, a naopak v centru subkanálu ($\theta = 30^\circ$) nižší.



Obr. 32: Smykové napětí u stěny, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



Obr. 33: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



Obr. 34: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$

Téměř ve všech hodnocených úlohách bylo dosaženo velmi dobré shody mezi experimentem a výpočtem provedeným s modelem turbulence RSM BSL. Za akceptovatelnou shodu byl považován výsledek pro R^2 vyšší než cca 0,8.

Z citlivostní analýzy výpočetních sítí vyplynulo, že všechny dávají srovnatelné výsledky, pouze nejhrubší „Mesh 1“ se v některých případech nepatrně lišila a v úloze pro $P/D = 1,50$ a $Re = 85480$ pro tuto síť nedošlo ke konvergenci řešení.

V případě úlohy s velmi úzkou mezerou mezi subkanály $P/D = 1,06$ nebylo dosaženo shody mezi experimentem a výpočtem v rychlostním profilu v této úzké mezeře ($\theta = 0^\circ$), viz Obr. A9. Toto zřejmě souvisí s existencí periodických makroskopických vírů pohybujících se axiálně ve směru proudění v mezeře, které ale není možné v použitém modelu simulovat. Tyto makroskopické víry jsou zodpovědné za znatelné promíchávání mezi subkanály, a tím i za zřetelně vyrovnanější redistribuci toku v subkanálu. Z tohoto důvodu byly výpočty na takto úzké mezeře vyřazeny z dalšího hodnocení v této práci.

Poslední rozdíl mezi experimentem a výpočtem byl identifikován u smykového napětí u stěny pro vyšší poměry P/D . V experimentu s poměrem $P/D = 1,35$ (Obr. A21) smyková napětí u stěny si řádově odpovídala, avšak tvar průběhu se lišil jak s výpočtem, tak i s ostatními experimenty. Pro poměr $P/D = 1,50$ nebylo smykové napětí u stěny měřeno s odůvodněním jeho téměř konstantní hodnoty.

Z provedené validace CFD modelu na experimentálních datech vyplývá, že je tento model schopný správně predikovat proudění ve svazku s trojúhelníkovou mříží pro poměry P/D od 1,1 do 1,5 v širokém rozsahu Reynoldsových čísel na výpočetní síti s hustotu buněk alespoň srovnatelnou s „Mesh 1“ nebo vyšší, viz Tab. 11 a Tab. 12.

Tab. 11: Hodnoty R^2 pro profily rychlostí

$R^2 [-]$													
P/D [-]	Re [-]	Mesh 1			Mesh 2			Mesh 3			Mesh 4		
		0°	15°	30°	0°	15°	30°	0°	15°	30°	0°	15°	30°
1,17	181200	0,98	0,95	0,92	0,98	0,95	0,92	0,98	0,95	0,93	0,98	0,95	0,92
	109400	0,97	0,96	0,91	0,97	0,96	0,95	0,97	0,97	0,91	0,97	0,97	0,91
	64300	0,84	-	0,91	0,87	-	0,90	0,88	-	0,90	0,89	-	0,90
1,12	64590	0,96	0,98	0,99	0,91	0,96	0,98	0,90	0,95	0,98	0,90	0,95	0,98
1,06	38754	-17	0,84	0,87	-14	0,71	0,92	-14	0,70	0,93	-12	0,69	0,94
1,50	85480	-	-	-	0,79	0,78	0,78	0,81	0,78	0,78	0,82	0,79	0,79
1,35	72490	0,96	-	0,94	0,94	-	0,92	0,95	-	0,91	0,95	-	0,92
1,20	56020	0,96	-	0,97	0,99	-	0,98	0,99	-	0,98	0,99	-	0,98
	35570	0,95	-	0,97	0,96	-	0,96	0,97	-	0,96	0,97	-	0,96
	23760	0,92	-	0,96	0,93	-	0,94	0,94	-	0,94	0,94	-	0,94

Tab. 12: Hodnoty R^2 pro profily smykového napětí u stěny

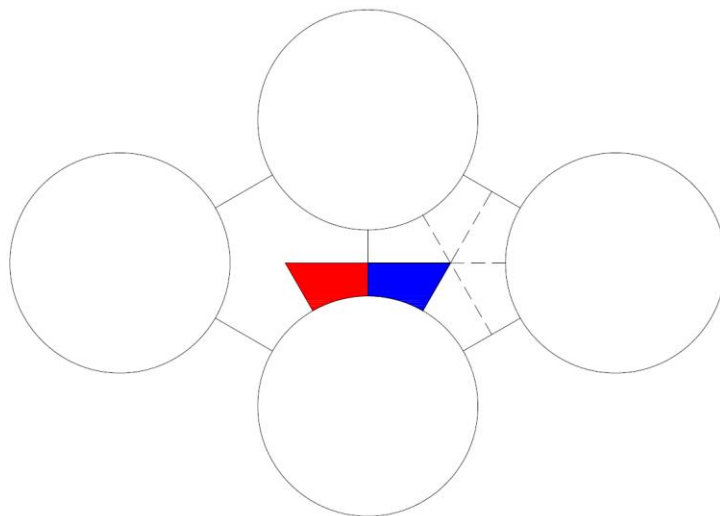
R^2 [-]					
P/D [-]	Re [-]	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	Mesh 4
1,17	181200	0,83	0,84	0,84	0,88
	109400	0,81	0,81	0,78	0,81
	64300	0,87	0,86	0,86	0,86
1,12	64590	0,93	0,93	0,92	0,92
1,06	38754	0,95	0,97	0,97	0,97
1,50	85480	-	-	-	-
1,35	72490	0,14	0,15	0,17	0,19
1,20	56020	0,89	0,90	0,90	0,91
	35570	0,90	0,91	0,91	0,90
	23760	0,87	0,88	0,88	0,88

7 CFD a subkanálové výpočty příčného proudění

Na základě validačních výpočtů CFD modelů byly vytvořeny podobné modely pro CFD i subkanálovou analýzu, které jsou schopné modelovat příčné proudění mezi jednotlivými subkanály. Vzhledem k tomu, že subkanálová analýza potřebuje definovat některé parametry odvozené pro reálné svazky obvykle z experimentálně naměřených dat, bylo nutné tyto parametry nastavit dle CFD výpočtu, kde jsou přímo výsledkem řešení. Jedná se o koeficient turbulentního míšení β spolu s koeficientem ε vystupujícím v rovnici zachování hybnosti v axiálním směru (8) a tlakovou ztrátu.

7.1 CFD a subkanálové modely

Pro výpočty prováděné jak CFD kódem ANSYS Fluent, tak subkanálovým kódem SUBCAL byl vytvořen model dvou 1/6 typických subkanálů v „nekonečné“ trojúhelníkové mříži. Výpočetní oblast byla zvolena tak, aby pokrývala rozhraní mezi dvěma subkanály s využitím symetrie mříže, viz Obr. 35. Subkanálový model byl tedy tvořen dvěma subkanály (červeně a modře na Obr. 35), jedním rozhraním mezi nimi a jednou tyčí. Ve stejné geometrii byl připraven i CFD model, který umožňoval na vstupu do obou oblastí zadat rozdílné okrajové podmínky proudění (rychlostní pole, distribuce turbulentní energie, specifické rychlosti disipace a jednotlivé složky Reynoldsova napětí). Tyto vstupní profily proudění byly vždy napočítány pomocí modelu popsaného v kapitole 6.2 s výpočetní sítí odpovídající hustotou buněk „Mesh 2“. V obou případech bylo modelováno 1000 mm axiální výšky svazku. Tato výška byla v subkanálovém výpočtu dělena na 200 axiálních úseků. Detailní geometrické údaje výpočetního modelu jsou uvedeny v Tab. 13. Výpočetní síť CFD modelu byla připravena na stejném principu jako v kapitole 6.2.



Obr. 35: Řešená oblast dvou 1/6 subkanálů (subkanál č. 1 – červeně, subkanál č. 2 – modře)

Tab. 13: Geometrické charakteristiky CFD a subkanálového modelu

P/D [-]	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
Průměr proutku [mm]	9,1				
Výška svazku [mm]	1000,0				
Subkanálový model					
Průtočná plocha subkanálu [mm ²]	1,811	3,186	4,680	6,294	8,027
Omočený obvod subkanálu [mm]	2,382				
Délka rozhraní [mm]	0,455	0,910	1,365	1,820	2,275
Vzdálenost těžišť [mm]	3,046	3,036	3,116	3,226	3,353
Axiální dělení	200				
CFD model					
Počet buněk	9375000				
Mesh (x,y,z)	50,20,7500				

Ve všech případech byla jako proudící tekutina použita voda při konstantní teplotě 300 °C a výstupním tlaku 15 MPa. Její termofyzikální vlastnosti pro tuto teplotu a tlak byly napočítány knihovnou „CoolProp“ [6], ve které je implementována vědecká formulace IAPWS-95, a jsou shrnuty v Tab. 14.

Všechny CFD výpočty byly provedeny kódem ANSYS Fluent s využitím modelu turbulence RSM BSL.

Tab. 14: Termofyzikální vlastnosti vody

Tekutina	Voda
Teplota [°C]	300,0
Tlak [MPa]	15,0
Hustota [kg/m ³]	725,5536
Dynamická viskozita [Pa·s]	8,8348·10 ⁻⁵

7.2 Koeficienty β a ε

Koeficient turbulentního míšení β , který vystupuje v rovnici (11), určuje výměnu energie a hybnosti mezi sousedními subkanály v důsledku turbulence. Turbulentní míšení předpokládá výměnu stejných hmotnostních množství chladiva v jednofázové oblasti. Protože všechny výpočty v této práci jsou provedeny při konstantní teplotě, koeficient β tedy ovlivňuje pouze výměnu hybnosti mezi sousedními subkanály, což má za následek vyrovnávání rychlostí chladiva v sousedících subkanálech. V subkanálovém kódu SUBCAL je zabudovaný model turbulentního míšení popsán v kapitole 2.2.2. Koeficient turbulentního míšení je vždy závislý na geometrii daného svazku (typ a rozteč distančních mřížek a poměr P/D mříže) a stanovuje se pro daný subkanálový kód a konkrétní typ svazku na základě experimentálních měření. Obvyklé experimentálně určené hodnoty tohoto koeficientu se pohybují od $\beta = 0,01$ pro svazky s jednoduchými mřížkami až po $\beta = 0,06$ pro svazky s mísícími lopatkami [13]. V případě požadavku na konzervativní výpočet mohou být tyto hodnoty nižší než experimentálně určené.

Určení koeficientu turbulentního míšení je plně svázáno s nastavenou hodnotou korekčního součinitele ε , který zohledňuje nedokonalost turbulentního přenosu hybnosti. Tento korekční součinitel vystupuje v rovnici zachování hybnosti v axiálním směru (8) a může nabývat hodnot od 0 do 1. V případě velmi konzervativního výpočtu může být nastaveno v subkanálovém kódu $\varepsilon = 0$, kdy nedochází k žádnému turbulentnímu přenosu hybnosti mezi subkanály, a tedy koeficient turbulentního míšení ovlivňuje pouze výměnu energie. Naopak čím vyšší je korekční součinitel ε , tím nižší potom vychází optimální koeficient turbulentního míšení β .

Pro vyhodnocení optimálních hodnot koeficientu turbulentního míšení β a korekčního součinitele ε byla provedena série výpočtů kódem ANSYS Fluent na modelu dvou 1/6 subkanálů popsáném v předcházející kapitole 7.1, kde na vstupu do obou polovin byly nastaveny rozdílné profily rychlosti, turbulentní energie, specifické rychlosti disipace a jednotlivých složek Reynoldsova napětí, které byly napočítány předem. Poté byl sledován průběh vyrovnávání hmotnostních toků na výšce 1000 mm. Celkem bylo provedeno 15 výpočtů pro P/D od 1,1 do 1,5 a různé vstupní parametry uvedené v Tab. 15. Tyto vstupní parametry byly zvoleny na základě dlouhodobé zkušenosti s možnými reálnými hustotami hmotnostních toků v sousedních subkanálech v palivových souborech reaktorů VVER a příslušných experimentálních svazcích. Uvažovány byly vstupní hustoty hmotnostního toku od $1000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ až do $6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, což plně pokrývá všechny dostupné provozní i experimentální reálné stavy. Tyto rozsahy zaručují eliminaci vlivu hustoty hmotnostního toku, resp. jejich rozdílů na výsledné hodnoty optimálních koeficientů, neboť všechny nižší rozdíly jsou již podmnožinou řešených úloh, zatímco vyšší rozdíly již nejsou reálně dosažitelné a při subkanálových výpočtech již může docházet k numerickým nestabilitám.

Tab. 15: Vstupní režimy proudění pro vyhodnocení koeficientů β a ε

P/D [-]	Subkanál č. 1			Subkanál č. 2		
	Re [-]	G [kg/m ² /s]	u_b [m/s]	Re [-]	G [kg/m ² /s]	u_b [m/s]
1,1	206550	6000,0	8,27	92950	2700,1	3,72
	137700	4000,0	5,51	63690	1850,1	2,55
	68850	2000,0	2,76	34425	1000,0	1,38
1,2	363285	6000,0	8,27	166505	2750,0	3,79
	242190	4000,0	5,51	112015	1850,0	2,55
	121095	2000,0	2,76	60545	1000,0	1,38
1,3	533650	6000,0	8,27	249035	2800,0	3,86
	355765	4000,0	5,51	164540	1850,0	2,55
	177885	2000,0	2,76	88940	1000,0	1,38
1,4	717640	6000,0	8,27	334900	2800,0	3,86
	478425	4000,0	5,51	227225	1900,0	2,62
	239215	2000,0	2,76	119605	1000,0	1,38
1,5	915265	6000,0	8,27	434750	2850,0	3,93
	610175	4000,0	5,51	282205	1850,0	2,55
	305090	2000,0	2,76	152545	1000,0	1,38

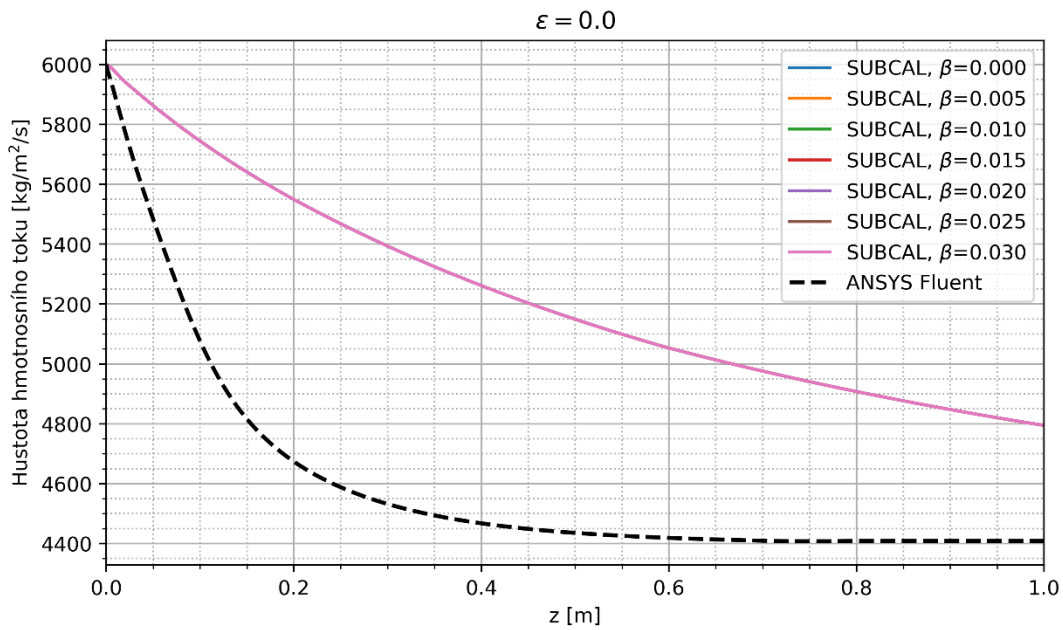
Poté byly se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty zahrnovaly citlivostní analýzu koeficientu turbulentního míšení β a korekčního součinitele ε , který byl volen v celém svém rozsahu, tj. od 0 do 1 s krokem 10^{-2} . Pro každou hodnotu ε pak byl koeficient β uvažován v rozsahu od 0,00 do 0,15 s krokem 10^{-3} . Celkem tedy bylo provedeno téměř 230000 jednotlivých subkanálových výpočtů. Na základě těchto výpočtů byly pro každé ε hledány optimální hodnoty koeficientu β v závislosti na poměru P/D. Optimální β bylo hledáno porovnáním poklesu hustoty hmotnostního toku v jednom subkanálu spočteného metodou CFD se subkanálovým výpočtem minimalizací funkce

$$F = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (G_{SUB,i} - G_{CFD,i})^2} \quad (46)$$

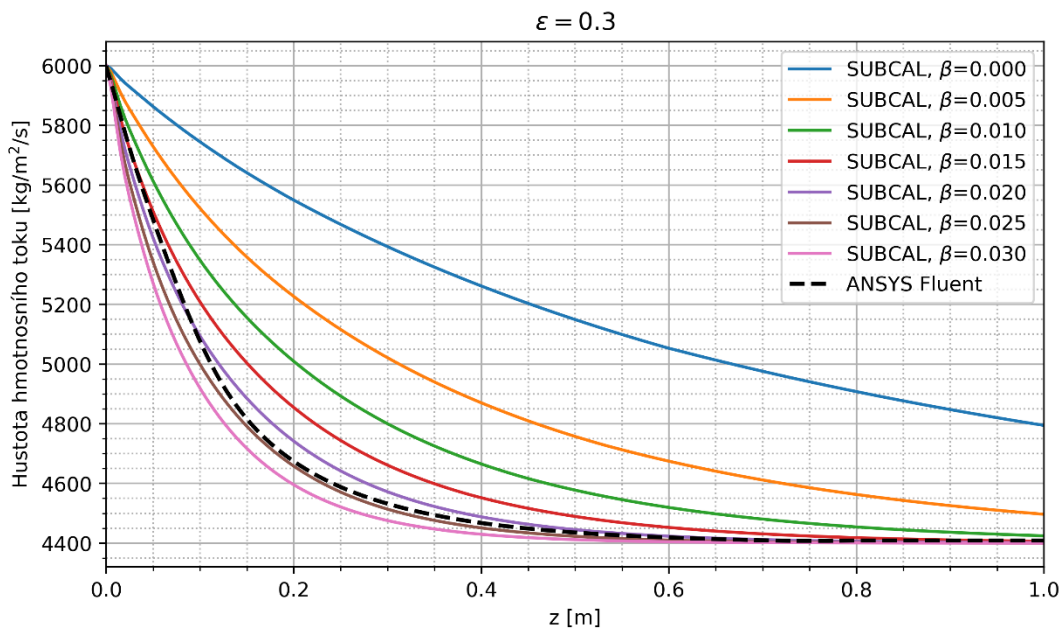
kde i je index přes axiální pozice a N je počet axiálních pozic.

Optimální hodnoty koeficientů turbulentního míšení pro vybrané korekční součinitele ε a jednotlivé geometrie jsou uvedeny v Tab. 16. Dle předpokladu pro hodnotu $\varepsilon = 0,0$ nezávisí průběh vyrovnávání rychlostí v obou subkanálech na hodnotě koeficientu turbulentního míšení β . To je vidět z Obr. 36, kde je zobrazena axiální závislost hustoty hmotnostního toku v subkanálu č. 1 napočtená CFD kódem ANSYS Fluent a subkanálovým kódem SUBCAL pro geometrii $P/D = 1,4$. V této variantě výpočtu byla hustota hmotnostního toku na vstupu subkanálu č. 1 $6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, zatímco v subkanálu č. 2 to bylo $2800 \text{ kg/m}^2/\text{s}$. Poté postupně docházelo k vyrovnání až na střední hodnotu $4400 \text{ kg/m}^2/\text{s}$. V subkanálovém výpočtu ani na výšce 1000 mm nedošlo k vyrovnání rychlostí v obou subkanálech, zatímco při CFD výpočtu se tak stalo cca na výšce 700 mm. Odtud je zřejmé, že hodnota $\varepsilon = 0,0$ je příliš konzervativní a bez ohledu na zadaný koeficient β není možné subkanálovým výpočtem postihnout vyrovnávání rychlostí v subkanálech. Na následujících Obr. 37 až Obr. 39 jsou vykresleny ty samé varianty vstupních parametrů, avšak pro hodnoty $\varepsilon = 0,3$, $\varepsilon = 0,7$ a $\varepsilon = 1,0$. Zde je již vidět vliv volby koeficientu turbulentního míšení na průběh vyrovnání rychlostí a potřebnou výšku pro dosažení střední hodnoty v obou subkanálech. Vždy platí, že čím vyšší koeficient ε je zvolen, tím nižší je nalezen optimální koeficient β . Zároveň s vyššími hodnotami koeficientů turbulentního míšení β dochází k vyrovnání rychlostí proudění v obou subkanálech na kratší axiální délce. Z hlediska vlivu poměru P/D je možné z výsledků pozorovat vyšší hodnoty turbulentního míšení v závislosti na zvyšování P/D . V úzké mezeře při $P/D = 1,1$ nedochází již však k turbulentnímu přenosu hybnosti mezi subkanály v důsledku těsnějšímu přiblížení mezních vrstev a vyrovnávání rychlostí je v subkanálovém výpočtu nejlépe popsáno při $\beta = 0,0$ pro všechny hodnoty součinitele ε .

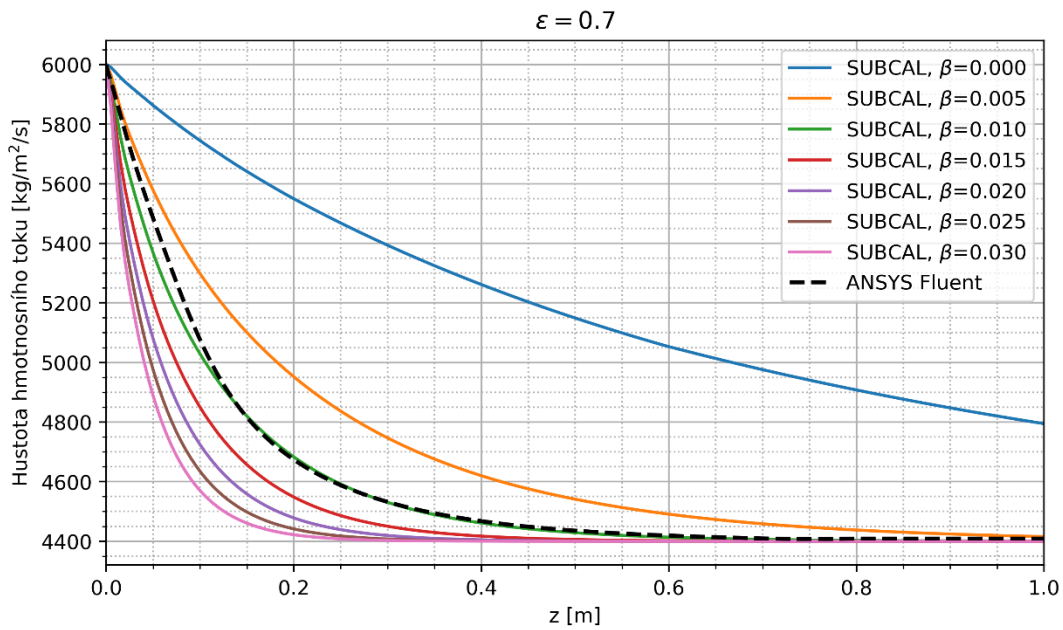
Pro korekční součinitele $\varepsilon > 0,0$ je vždy možné najít příslušné optimální koeficienty turbulentního míšení, avšak ve srovnání s reálnými hodnotami z experimentálních měření standardně používaných pro odvození koeficientu β , které ovšem zahrnují i přenos energie turbulentním míšením, jsou pro $\varepsilon < 0,3$ poměrně vysoké. Z tohoto důvodu byly zvoleny pro další výpočty v této práci hodnoty nalezené pro $\varepsilon = 0,4$.



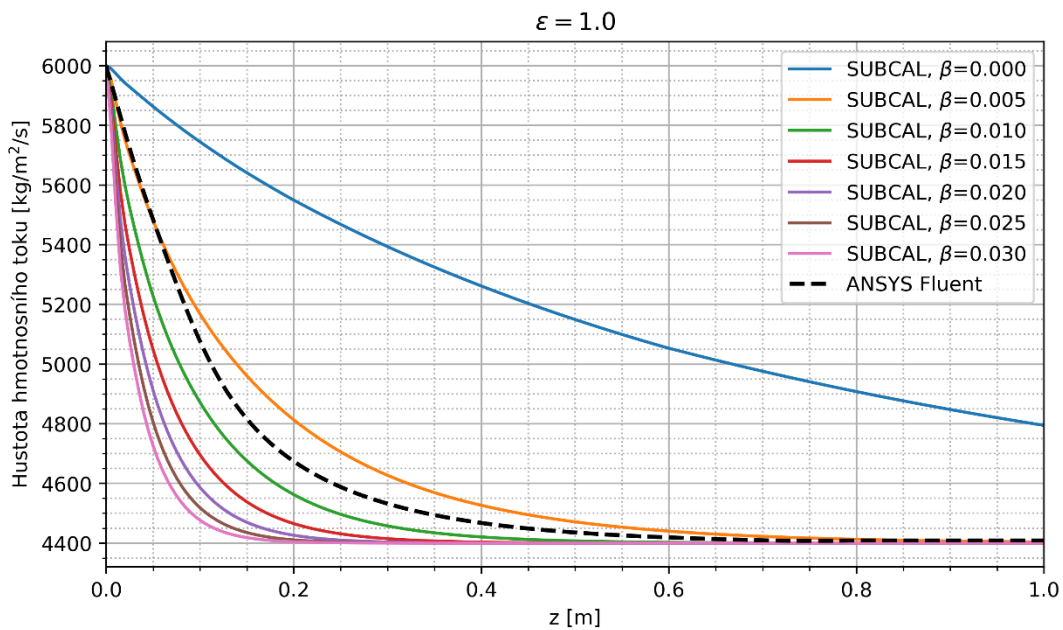
Obr. 36: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,0$



Obr. 37: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,3$



Obr. 38: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 0,7$



Obr. 39: Hustota hmotnostního toku v subkanálu č. 1, $P/D = 1,4$ a $\varepsilon = 1,0$

Tab. 16: Nalezené optimální hodnoty koeficientu turbulentního míšení β

ε [-]	P/D [-]				
	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
0,0	-	-	-	-	-
0,1	0,000	0,033	0,052	0,066	0,076
0,2	0,000	0,016	0,026	0,033	0,038
0,3	0,000	0,011	0,017	0,022	0,025
0,4	0,000	0,008	0,013	0,017	0,019
0,5	0,000	0,007	0,010	0,013	0,015
0,6	0,000	0,005	0,009	0,011	0,013
0,7	0,000	0,005	0,007	0,010	0,011
0,8	0,000	0,004	0,007	0,008	0,009
0,9	0,000	0,004	0,006	0,007	0,008
1,0	0,000	0,003	0,005	0,007	0,008

Na Obr. 40 je vykreslena závislost koeficientu turbulentního míšení β na korekčním součiniteli ε a geometrii (P/D) na základě provedené citlivostní analýzy a vyhodnocení se CFD výpočtem. Pro koeficient turbulentního míšení na hladkém svazku byl odvozen vztah platný pro $\varepsilon > 0,0$ a v rozsahu P/D od 1,1 do 1,5:

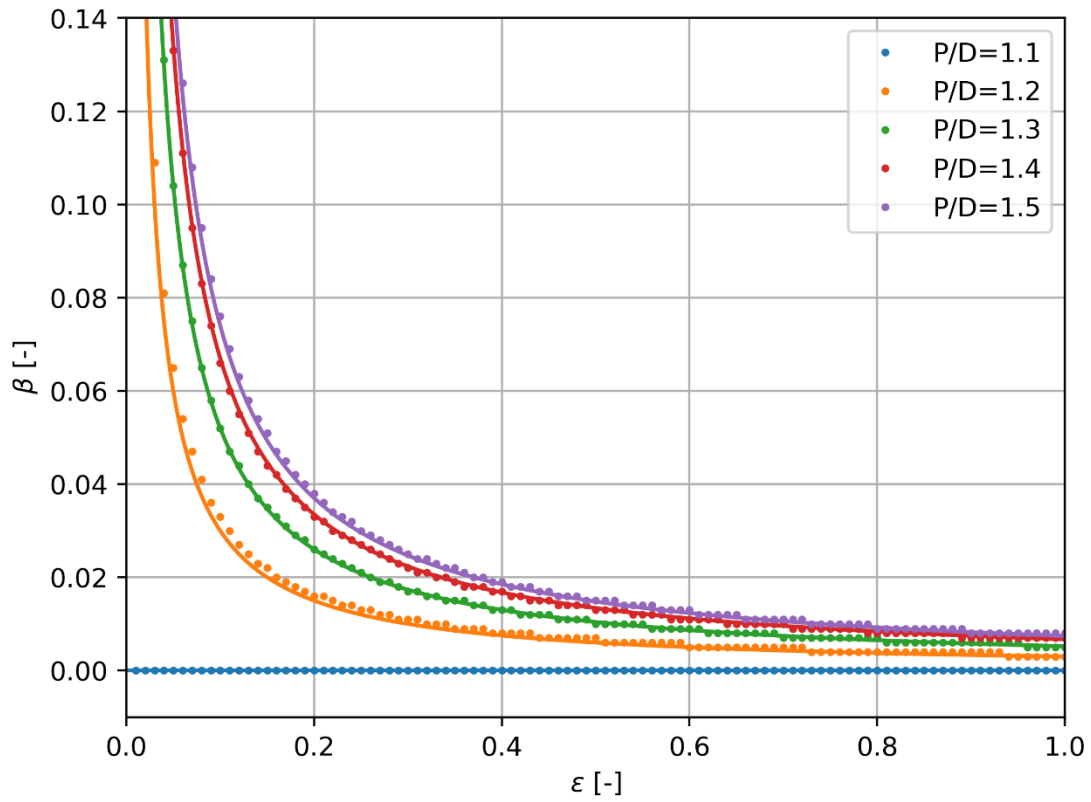
$$\beta(P/D, \varepsilon) = \frac{k_1(P/D)^2 + k_2(P/D) + k_3}{\varepsilon} \quad (47)$$

kde konstanty k_1 až k_3 jsou:

$$k_1 = -0,0373$$

$$k_2 = +0,1154$$

$$k_3 = -0,0818$$



Obr. 40: Závislost koeficientu turbulentního míšení β na korekčním součiniteli ϵ a geometrii

7.3 Tlaková ztráta na svazku

Aby bylo možno v následující kapitole 7.4 vyhodnotit koeficient odporu příčného proudění, bylo nutné předtím srovnat tlakovou ztrátu na svazku bez distančních mřížek, která je dána pouze ztrátou třením, přímo počítanou metodou CFD a metodou subkanálové analýzy, která má pro tento účel zabudovaný experimentálně určený vztah. Ten je využíván v rovnici zachování hybnosti v axiálním směru (8), resp. (14). Vztahů pro ztrátový součinitel třením pro svazek s trojúhelníkovou mříží v jednofázové oblasti bylo odvozeno několik. Jedním z nich je například Osmačkinův vztah (48), [55] používaný například v subkanálovém kódu CALOPEA pro výpočty na palivu pro VVER-440 EDU [59].

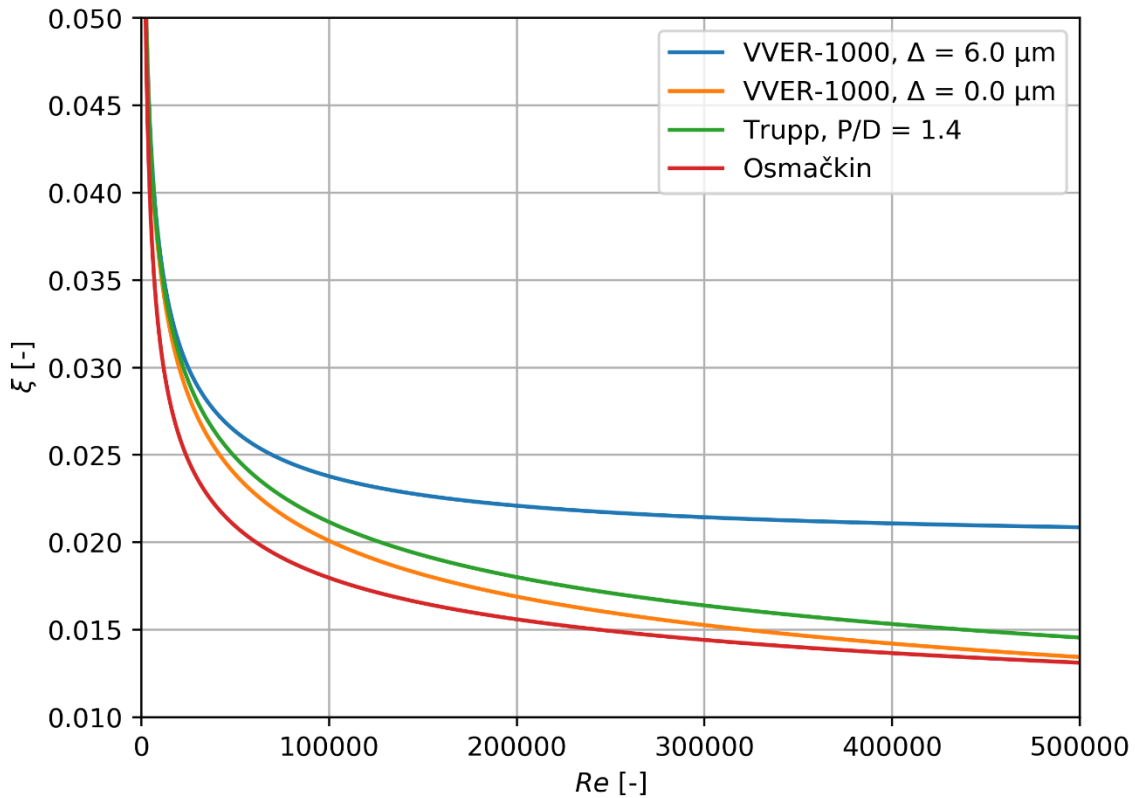
$$\xi = (1,82 \log(Re) - 1,64)^{-2} \quad (48)$$

Další používaný vztah (49) odvodil ve své disertační práci [74] Trupp, který navíc uvažoval i různý poměr P/D svazku. Jeho vztah je použitelný pro $10^4 < Re < 10^5$ a $1,2 \leq P/D \leq 1,5$.

$$\xi = cRe^{-n}$$
$$c = \frac{0,287}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{P}{D}\right)^2 - 1,3\right)^{0,5}} \quad (49)$$
$$n = 0,368 \left(\frac{P}{D}\right)^{-1,358}$$

Subkanálový kód SUBCAL, používaný pro výpočty v této práci, má však zabudovaný vztah pro ztrátový součinitel třením na základě doporučení výrobce paliva pro reaktory VVER-1000 [17], a který byl převzat z ruského subkanálového kódu KANAL. Tento vztah kromě závislosti na Reynoldsově čísle uvažuje i závislost na drsnosti povrchu palivových proutků, a tedy $\xi = f(Re, \Delta)$. Dle výrobce paliva se drsnost povrchu palivových proutků pohybuje mezi 2 až 6 μm . Srovnání těchto vztahů ($P/D = 1,4$ a $\Delta = 0,0$ a 6,0 μm) je vykresleno na Obr. 41. Odtud je vidět výrazná závislost vztahu pro palivo VVER-1000 na zadané drsnosti povrchu. Vztah Osmačkina (48) a Truppa (49) přibližně odpovídá vztahu pro VVER-1000 při drsnosti $\Delta = 0,0 \mu\text{m}$, vztah VVER-1000 pro $\Delta = 6,0 \mu\text{m}$ dává o něco vyšší hodnoty.

Pro srovnání tlakové ztráty ve výpočtu kódy ANSYS Fluent a SUBCAL byl použit vztah pro VVER-1000 a sledována zadaná drsnost.



Obr. 41: Porovnání vztahů pro koeficient třecího odporu

Pro srovnání tlakových ztrát na hladkém svazku bez distančních mřížek byla provedena série výpočtů kódem ANSYS Fluent na modelu dvou 1/6 subkanálů popsaném v kapitole 7.1, kde na vstupu do obou polovin byly nastaveny stejné profily rychlosti, turbulentní energie, specifické rychlosti disipace a jednotlivých složek Reynoldsova napětí, které byly napočítány předem a použity jako okrajová podmínka na vstupu. Poté byla sledována celková tlaková ztráta zahrnující tření a hydrostatický tlak na výšce 1000 mm. Celkem bylo provedeno 15 výpočtů pro P/D od 1,1 do 1,5 a různé vstupní parametry uvedené v Tab. 17. Tyto vstupní parametry byly zvoleny na stejném principu jako v kapitole 7.2. Uvažovány byly hustoty hmotnostního toku až do 6000 kg/m²/s, což plně pokrývá všechny dostupné reálné stavy.

Poté byly se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty zahrnovaly iterační hledání takové drsnosti, aby celková tlaková ztráta spočtená CFD kódem ANSYS Fluent odpovídala tlakové ztrátě spočtené subkanálovým přístupem. Konvergenční kritérium bylo nastaveno jako

$$\Delta p_{err} = \left| \frac{\Delta p_{SUB} - \Delta p_{CFD}}{\Delta p_{CFD}} \right| < 10^{-6} \quad (50)$$

Řešení bylo nalezeno vždy maximálně po cca 300 iteracích, obvykle ale méně.

Tab. 17: Vstupní režimové parametry pro vyhodnocení ztrátového součinitele třením

P/D [-]	Re [-]	G [kg/m²/s]	u_b [m/s]
1,1	206550	6000,0	8,27
	137700	4000,0	5,51
	68850	2000,0	2,76
1,2	363285	6000,0	8,27
	242190	4000,0	5,51
	121095	2000,0	2,76
1,3	533650	6000,0	8,27
	355765	4000,0	5,51
	177885	2000,0	2,76
1,4	717640	6000,0	8,27
	478425	4000,0	5,51
	239215	2000,0	2,76
1,5	915265	6000,0	8,27
	610175	4000,0	5,51
	305090	2000,0	2,76

Výsledné hodnoty tlakových ztrát spočtených metodou CFD a zahrnujících i hydrostatické ztráty jsou uvedeny v Tab. 18. Po provedení iteračních výpočtů subkanálovým kódem SUBCAL byly nalezeny drsnosti povrchů proutku, které odpovídají podmínce (50). Jejich výsledné hodnoty jsou prezentovány v Tab. 19. Všechny hodnoty nalezených drsností potvrzují, že tento vztah je aplikovatelný v celém rozsahu geometrických i režimových parametrů uvažovaných v této práci, ve všech případech se pohybují do 6 μm . Pro typické režimy reaktorů VVER-1000 ($P/D = 1,4$ a $G \lesssim 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$) se hodnoty pohybují od přibližně 2 do 6 μm , jak je doporučeno dodavatelem paliva. Z výsledku je patrné, že korekce tohoto vztahu není příliš závislá na geometrii, avšak čím více se poměr P/D liší od hodnoty 1,4, pro kterou byl odvozen, tím rozdílnější korekce musí být aplikována. To je vidět především u poměru $P/D = 1,1$. Naopak je velmi znatelný trend v závislosti na hustotě hmotnostního toku, kdy pro vyšší hodnoty průtoku postačují nižší drsnosti a pro nižší průtoky vyšší drsnosti. Při výpočtech palivových svazků a zadané jedné hodnotě drsnosti, např. 6 μm , dochází k nadhodnocení tlakových ztrát v důsledku tření.

Tab. 18: Spočtená tlaková ztráta metodou CFD

P/D [-]	Δp [kPa]		
	6000 kg/m ² /s	4000 kg/m ² /s	2000 kg/m ² /s
1,1	159,0	80,7	27,1
1,2	83,7	45,3	18,1
1,3	54,5	30,7	14,2
1,4	40,1	23,6	12,1
1,5	31,4	19,3	10,8

Tab. 19: Nalezené drsnosti pro odpovídající tlakovou ztrátu

P/D [-]	Δ [μm]		
	6000 kg/m ² /s	4000 kg/m ² /s	2000 kg/m ² /s
1,1	0,90	1,19	0,70
1,2	1,07	1,79	2,81
1,3	1,07	1,76	3,70
1,4	1,13	1,96	4,44
1,5	1,12	1,96	4,66

7.4 Koeficient odporu příčného proudění

Koeficient odporu příčného proudění K_{ij} vystupuje ve zjednodušené rovnici zachování hybnosti v příčném směru, která má v subkanálovém kódu SUBCAL tvar

$$\frac{\partial w_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial w_{ij} u^*}{\partial z} = \frac{s_{ij}}{l} (p_i - p_j) - K_{ij} \frac{|w_{ij}|}{2\rho_* s_{ij} l} w_{ij} \quad (9)$$

a která je podrobně popsána v kapitole 2.1.4. První člen na pravé straně této rovnice je příčinou vyrovnání hybnosti v sousedících subkanálech na základě tlakových rozdílů v nich v důsledku příčného proudění. Naopak druhý člen na pravé straně vyjadřuje odpor vůči tomuto příčnému proudění. Velikost tohoto členu je ovlivněna hodnotou koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} a je úměrná druhé mocnině rychlosti příčného proudění. Tento člen se tedy výrazněji projevuje na výsledném příčném proudění až při jeho vyšších hodnotách, a tedy v jednofázové oblasti především při různých lokálních odporech v jednotlivých subkanálech, jako jsou například distanční mřížky, které mohou způsobovat vysoké tlakové rozdíly v sousedních subkanálech (například při různých lokálních koeficientech odporů mřížky do jednotlivých typů subkanálů). Při nižších hodnotách tlakových rozdílů v sousedních subkanálech je příčné proudění nízké, a tedy první člen na pravé straně rovnice (8) výrazně převyšuje člen druhý, a velikost koeficientu odporu příčného proudění tudíž nemá tak výrazný vliv na výsledné příčné proudění. Z tohoto důvodu některé subkanálové kódy zanedbávají závislost koeficientu K_{ij} na Reynoldsově čísle, která je ve tvaru:

$$K_{ij} = aRe^b + c \quad (51)$$

a uvažují $K_{ij} = konst.$

Aby mohl být vyhodnocen koeficient odporu příčného proudění na základě CFD výpočtů, byly upraveny modely popsané v kapitole 7.1. V CFD modelu byl v subkanálu č. 1 vytvořen objem, který simuloval distanční mřížku přidáním lokálního odporu pomocí porézního média [2]. Porézní médium v programu ANSYS Fluent je definováno přidávným členem v N-S rovnicích, který je možné při proudění o vyšších rychlostech zjednodušit na tvar

$$\nabla p = - \sum_{j=1}^3 C_{2ij} \left(\frac{1}{2} \rho u_j |u| \right) \quad (52)$$

kde koeficient C_2 je součinitel prostupu na jednotku délky.

Tento objem byl vložen ve výšce 190-200 mm axiální délky svazku, tj, jeho výška činila 10 mm. Naopak subkanál č. 2 zůstal beze změny a představoval hladkou část bez žádného vloženého lokálního odporu. Díky této úpravě modelu mohl být pozorován výraznější příčný přetok mezi subkanály v oblasti distanční mřížky a následné postupné vyrovnávání rychlostí. Obdobně byl upraven i subkanálový model, ve kterém byla do subkanálu č. 1 vložena ve stejné axiální pozici distanční mřížka pomocí hodnoty koeficientu odporu mřížky.

Vstupní režimové parametry byly v návaznosti na předcházející výpočet v kapitole 7.3, jehož výsledky byly použity, zvoleny shodně, tj. dle Tab. 17. Pro každý režim z této tabulky bylo vybráno několik hodnot koeficientu odporu mřížky v rozsahu obvyklém pro distanční mřížky reaktorů VVER. V modelu CFD byly uvažovány inerciální ztráty v porézním médiu, které se zadávají pomocí součinitele prostupu na jednotku délky podél směru toku C_2 , a který se uplatňuje při turbulentním proudění. Po přenásobení tohoto součinitele tloušťkou mřížky, tedy hodnotou 10 mm, lze získat přibližnou hodnotu koeficientu odporu mřížky zadávanou do subkanálového modelu. Uvažováno bylo izotropní prostředí porézního média. Všechny provedené varianty výpočtů jsou uvedeny v Tab. 20, Tab. 21 a Tab. 22. Celkem bylo provedeno 50 výpočtů a u všech byla sledována celková tlaková ztráta zahrnující tření, lokální odpor mřížky a hydrostatický tlak na výšce 1000 mm.

Tab. 20: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy 6000 kg/m²/s

P/D [-]	6000 kg/m ² /s		
	C ₂ [m ⁻¹]	Δp [kPa]	ζ [-]
1,1	100	169,8	1,02
	150	174,1	1,53
	200	177,8	2,03
	250	181,2	2,52
1,2	100	94,3	1,03
	150	98,5	1,54
	200	102,2	2,05
1,3	100	65,0	1,02
	150	69,2	1,53
	200	72,8	2,04
1,4	100	50,1	0,96
	150	54,2	1,47
	200	57,8	1,97
1,5	100	42,0	1,02
	150	46,1	1,54
	200	49,7	2,05

Poté byly se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny výpočty subkanálovým kódem SUBCAL se zadanou hodnotou drsnosti proutku spočtené v kapitole 7.3 a uvedené v Tab. 19. Tyto výpočty zahrnovaly iterační hledání takového koeficientu odporu mřížky, aby celková tlaková ztráta spočtená CFD kódem ANSYS Fluent odpovídala tlakové ztrátě spočtené subkanálovým přístupem. Konvergenční kritérium bylo nastaveno stejné jako v předchozím případě (50). Řešení bylo nalezeno vždy maximálně po cca 500 iteracích, obvykle ale méně. Výsledné hodnoty koeficientů odporu mřížek v subkanálovém výpočtu jsou uvedeny v Tab. 20, Tab. 21 a Tab. 22.

Tab. 21: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy 4000 kg/m²/s

P/D [-]	4000 kg/m ² /s		
	C ₂ [m ⁻¹]	Δp [kPa]	ζ [-]
1,1	100	85,5	1,00
	150	87,4	1,50
1,2	100	50,1	1,03
	150	51,9	1,54
1,3	100	35,4	1,02
	130	36,5	1,33
	160	37,6	1,64
1,4	100	28,1	0,96
	125	29,0	1,21
	150	29,9	1,47
1,5	100	24,0	1,03
	130	25,2	1,34
	160	26,2	1,65

Se spočtenými koeficienty odporu mřížek odpovídajících CFD modelu byly poté se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny další výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty zahrnovaly citlivostní analýzu koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} , který byl volen v rozsahu od 0,0 do 50,0 s krokem 10⁻¹. Celkem tedy bylo provedeno 25000 jednotlivých subkanálových výpočtů. Na základě těchto výpočtů byly pro každý režim a nastavenou hodnotu koeficientu odporu mřížky hledány optimální hodnoty koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} v závislosti na poměru P/D a příčném Reynoldsově čísle. Optimální K_{ij} bylo hledáno porovnáním skokového nárůstu hustoty hmotnostního toku na mřížce a jeho následném poklesu v subkanálu č. 2 spočteného metodou CFD se subkanálovým výpočtem minimalizací funkce

$$F = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (G_{SUB,i} - G_{CFD,i})^2} \quad (53)$$

kde i je index přes axiální pozice od mřížky a N je počet axiálních pozic na vzdálenosti 150 mm za mřížkou. Pokles na delší vzdálenosti za mřížkou je pak dán především nastavením koeficientu turbulentního míšení β a korekčního součinitele $\epsilon = 0,4$, viz Tab. 16.

Tab. 22: Koeficienty odporu mřížky a tlakové ztráty pro režimy 2000 kg/m²/s

P/D [-]	2000 kg/m ² /s		
	C ₂ [m ⁻¹]	Δp [kPa]	ζ [-]
1,1	100	28,3	1,05
	200	29,2	2,12
1,2	25	18,5	0,26
	50	18,8	0,52
	100	19,3	1,04
	200	20,2	2,08
1,3	14	14,4	0,15
	30	14,6	0,31
	50	14,8	0,52
	100	15,4	1,03
	200	16,2	2,06
1,4	9	12,2	0,07
	20	12,4	0,18
	50	12,7	0,48
	100	13,3	0,99
	200	14,1	2,01
1,5	7	10,9	0,07
	15	11,0	0,15
	50	11,5	0,51
	100	12,0	1,03
	200	12,9	2,07

Ukázka vyhodnocení optimálního K_{ij} je vykreslena na Obr. 42, kde je závislost hustoty hmotnostního toku v subkanálu č. 2, tj. v subkanálu bez vloženého lokálního odporu, na axiální výšce ve sledovaném úseku spočtené jak CFD kódem ANSYS Fluent, tak subkanálovým kódem SUBCAL. Pro srovnání jsou zde vykresleny i dvě extrémní hodnoty pro $K_{ij} = 0,0$ a $K_{ij} = 30,0$. Pro vizuální znázornění citlivosti nastavení optimální hodnoty K_{ij} jsou doplněny další dvě křivky pro K_{ij} odpovídající -5 % a +5 % optimalizační funkce F (53). Průběh hustoty hmotnostního toku v subkanálu je ovlivněn vloženou distanční mřížkou, na které dochází vlivem rozdílné tlakové ztráty v sousedních subkanálech k příčnému proudění, a tím k její téměř skokové změně. Po tomto rychlém nárůstu (a poklesu v druhém subkanálu) přichází pozvolné vyrovnávání průtoku v obou subkanálech až k úplnému vyrovnání. Z tohoto grafu je patrné, že se zvyšující se hodnotou odporu příčného proudění K_{ij} se maximální hodnota průtoku zvyšuje, ale zároveň se i posouvá dále od mřížky. Optimální hodnota K_{ij} musí tedy postihnout nejen velikost změny, ale i jeho axiální pozici ve srovnání se CFD výpočtem. Čím blíže jsou si všechny křivky pro různé hodnoty K_{ij} , tím méně citlivější je subkanálový výpočet na jeho nastavenou velikost. Toto je patrné především pro nízké hodnoty příčného Reynoldsova čísla (např. Obr. B24, Obr. B25 nebo Obr. B26 a další). Na následujícím Obr. 43 je vykreslen ten samý režim z hlediska průběhu příčného proudění. Zde je zřejmý pík příčného proudění na mřížce, který s vyšší hodnotou K_{ij} klesá, ale zároveň se rozšiřuje a posouvá tím maximum hustoty hmotnostního toku v subkanálu dále za mřížku. Poté se směr příčného proudění otočí a následuje pozvolné vyrovnávání rychlostí v obou subkanálech. Grafické znázornění výsledků pro všechny hodnocené geometrie, režimy a varianty lokálního odporu jsou uvedeny v Příloze B na Obr. B1 až Obr. B50, zatímco spočtené koeficienty odporu příčného proudění jsou uvedeny v Tab. 23, Tab. 24 a Tab. 25.

Výsledné hodnoty K_{ij} z těchto tabulek byly vyneseny do grafu na Obr. 44 v závislosti na Reynoldsově čísle příčného proudění $Re_{lat.}$. Z vykreslených bodů je patrný trend mocninné funkce $K_{ij} = aRe^b + c$. Pro nižší hodnoty poměru P/D ($\leq 1,3$) je však průběh v nízkých Reynoldsových číslech opačný než pro vyšší hodnoty poměru P/D . Jedním z faktorů ovlivňujících tento průběh K_{ij} je kombinace převládajícího axiálního proudění s příčným prouděním, kde v závislosti na geometrii (P/D) dochází v úzké mezeře k těsnějšímu přibližování mezních vrstev. Hydrodynamická mezní vrstva v blízkosti stěny se skládá z laminární podvrstvy, přechodové podvrstvy a plně turbulentní podvrstvy, které jsou obecně popsány univerzálním zákonem stěny [69]. Na mezní vrstvu poté navazuje vnější vrstva proudění. V případě vnitřního proudění mezi stěnami dochází ke spojení mezních vrstev. Zde je také nutné si uvědomit, že výsledné K_{ij} reprezentují optimální hodnoty pro subkanálový kód, který předpokládá převládající axiální proudění, jež je kolmé na příčné proudění počítané zjednodušeným modelem, a střední hodnoty lokálních parametrů proudění v celém axiálním nodu subkanálu.

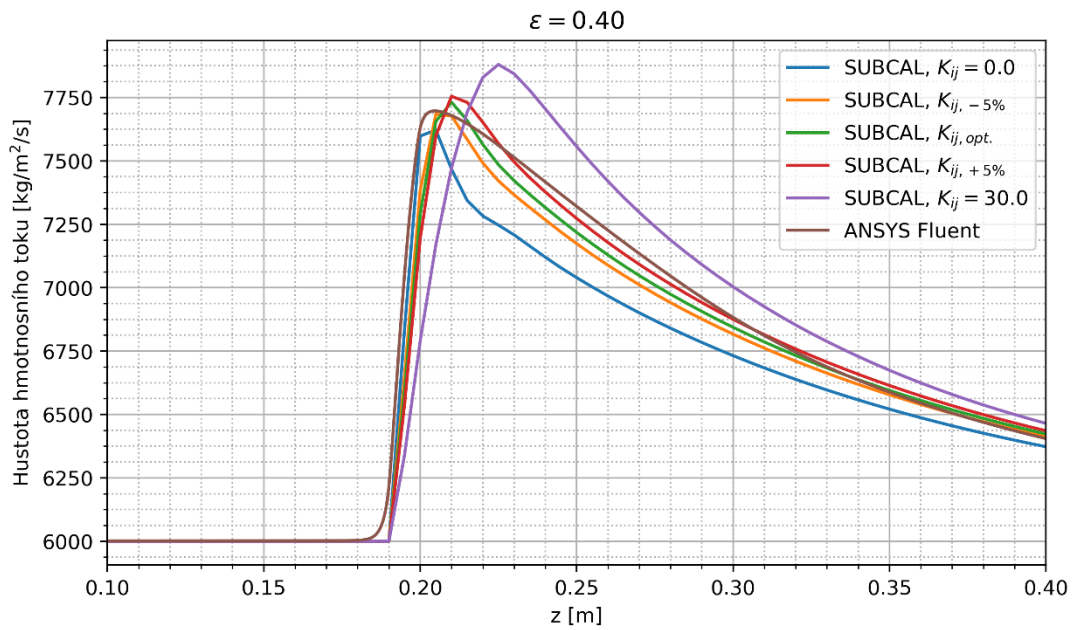
V první fázi vývoje nového vztahu byl průběh K_{ij} proložen pro každou geometrii zvlášť mocninnou funkcí Reynoldsova čísla, která je standardně používána pro koeficienty odporu, a jehož průběh byl zřetelný z grafického znázornění. Z těchto prvotních odhadů bylo zřejmé, že všechny tři konstanty jsou závislé na poměru P/D a vzhledem k odlišnému chování průběhu pro nižší a vyšší hodnoty P/D byl odvozen vztah pro exponent n ve dvou rozsazích. Druhá fáze zahrnovala hledání konstant A a B v závislosti na poměru P/D zahrnující již všechny geometrie zároveň. Pro hledání všech těchto konstant byla použita nelineární metoda nejmenších čtverců pomocí funkce `curve_fit` v knihovně SciPy [25], [76] pro jazyk Python. Mezní hodnota $P/D = 1,35$ byla nalezena výpočtem pro $A = 0$, kdy $K_{ij}(Re_{lat.}) = konst.$ Příčné Reynoldsovo číslo je odvozeno od příčné rychlosti, střední teploty obou subkanálů a rozměru rozhraní. Výsledný vztah pro koeficient odporu příčného proudění pro subkanálový kód je potom ve tvaru:

$$\begin{aligned}
 K_{ij} &= A \left(\frac{Re_{lat.}}{10^3} \right)^n + B \\
 A &= a_0 \left(\frac{P}{D} \right)^2 + a_1 \left(\frac{P}{D} \right) + a_2 \\
 B &= b_1 \left(\frac{P}{D} \right) + b_2 \\
 n &= n_1 \left(\frac{P}{D} \right) + n_2
 \end{aligned} \tag{54}$$

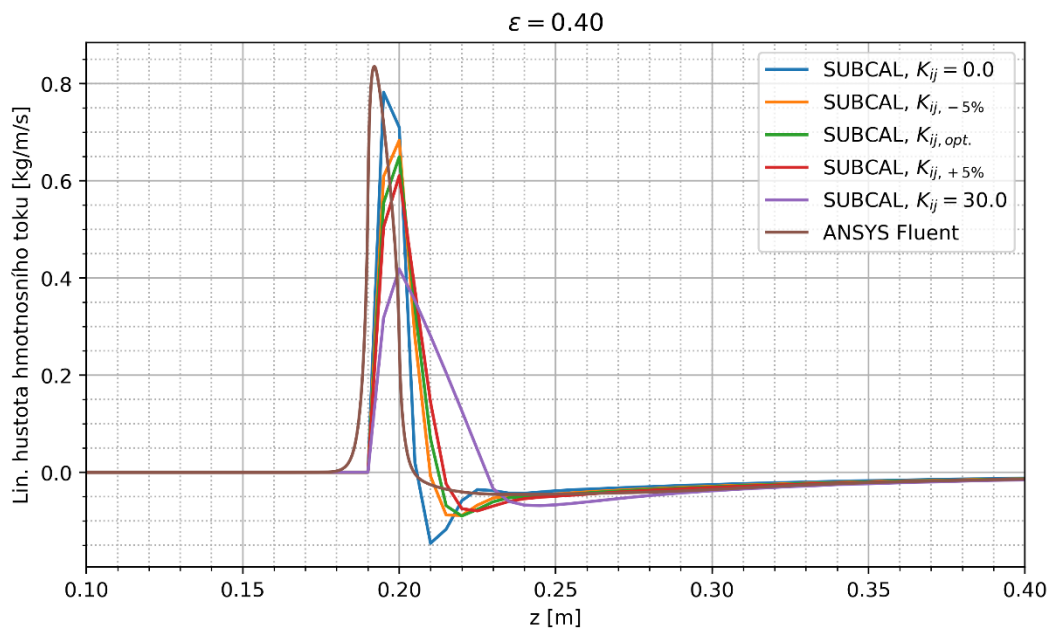
kde konstanty jsou:

$a_0 = 71,31$	$a_1 = -164,42$	$a_2 = 92,00$
	$b_1 = 10,04$	$b_2 = -7,49$
pro $P/D < 1,35$	$n_1 = -1,350$	$n_2 = 0,865$
pro $P/D \geq 1,35$	$n_1 = 9,0$	$n_2 = -14,5$

Na Obr. 44 jsou vykresleny průběhy tohoto vztahu jak pro hodnocené geometrie P/D , tak i pro další hodnoty v tomto rozsahu s krokem 0,01. Barevné body v tomto grafu reprezentují napočtené hodnoty porovnáním CFD výpočtů a subkanálové analýzy, zatímco spojité křivky jsou hodnoty získané ze vztahu (54).



Obr. 42: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



Obr. 43: Příčné proudění mezi subkanály, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$

Tab. 23: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro 6000 kg/m²/s

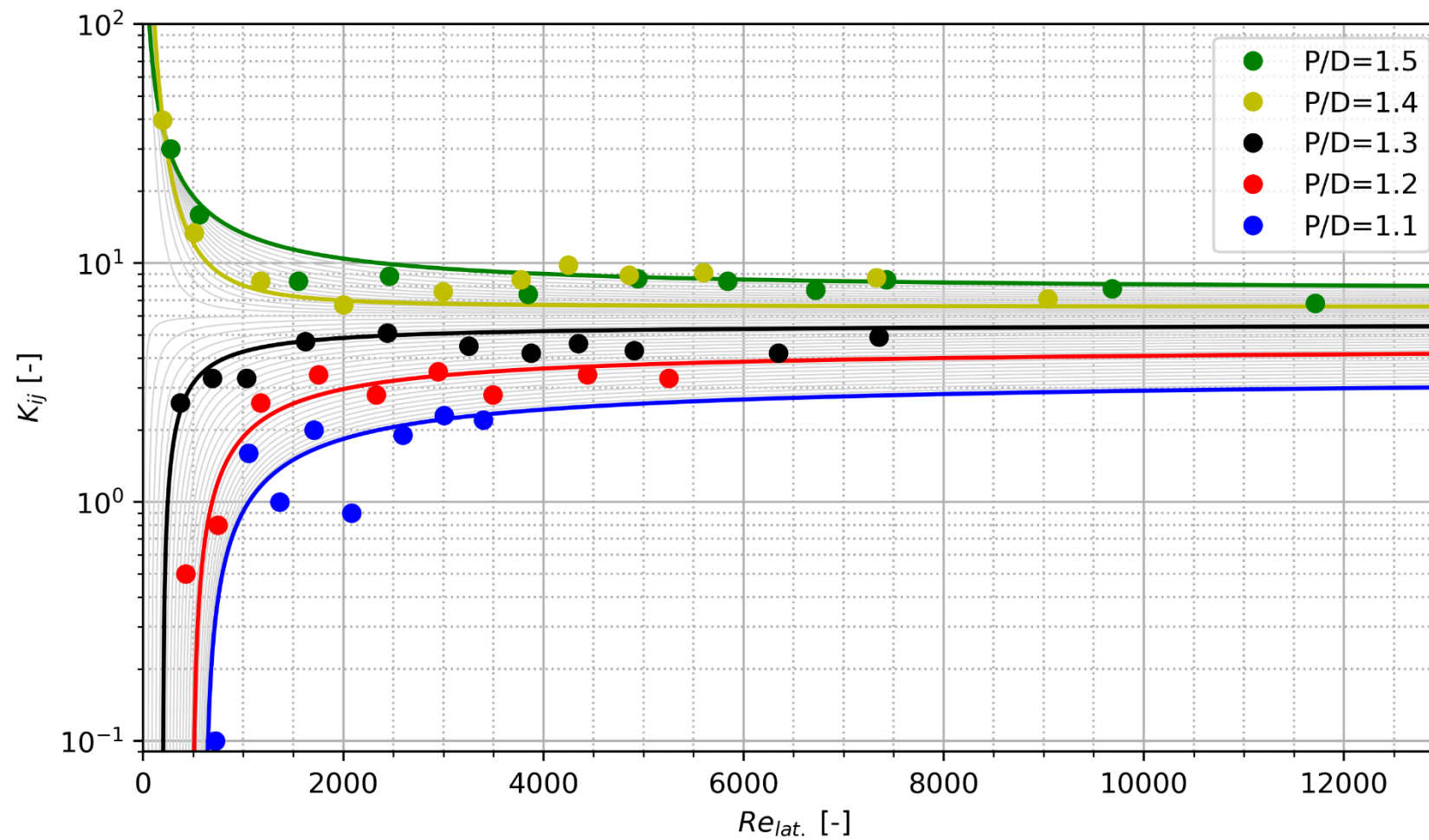
P/D [-]	6000 kg/m ² /s			
	C ₂ [m ⁻¹]	K _{ij, -5 %} [-]	K _{ij, opt.} [-]	K _{ij, +5 %} [-]
1,1	100	0,4	0,9	1,5
	150	1,3	1,9	2,5
	200	1,8	2,3	2,9
	250	1,9	2,2	3,4
1,2	100	1,8	2,8	4,0
	150	2,6	3,4	4,5
	200	2,7	3,3	4,9
1,3	100	3,2	4,3	6,7
	150	3,3	4,2	7,3
	200	3,1	4,9	7,2
1,4	100	3,9	9,1	16,7
	150	3,9	8,7	12,6
	200	4,6	7,1	10,1
1,5	100	3,6	8,5	14,0
	150	3,6	7,8	11,1
	200	4,1	6,8	9,2

Tab. 24: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro 4000 kg/m²/s

P/D [-]	4000 kg/m ² /s			
	C ₂ [m ⁻¹]	K _{ij, -5 %} [-]	K _{ij, opt.} [-]	K _{ij, +5 %} [-]
1,1	100	0,5	1,0	1,7
	150	1,4	2,0	2,7
1,2	100	1,8	2,8	4,1
	150	2,7	3,5	4,7
1,3	100	3,3	4,5	6,8
	130	3,3	4,2	7,0
	160	3,3	4,6	7,3
1,4	100	3,9	8,5	16,9
	125	3,9	9,8	14,9
	150	3,9	8,9	13,2
1,5	100	3,7	8,6	14,2
	130	3,6	8,4	12,6
	160	3,7	7,7	11,1

Tab. 25: Spočtené koeficienty odporu příčného proudění K_{ij} pro 2000 kg/m²/s

P/D [-]	2000 kg/m ² /s			
	C ₂ [m ⁻¹]	K _{ij, -5 %} [-]	K _{ij, opt.} [-]	K _{ij, +5 %} [-]
1,1	100	0,0	0,1	0,8
	200	1,2	1,6	2,2
1,2	25	0,0	0,5	3,1
	50	0,0	0,8	2,1
	100	1,6	2,6	3,8
	200	2,8	3,4	4,8
1,3	14	0,0	2,6	9,0
	30	0,7	3,3	5,8
	50	1,6	3,3	6,3
	100	3,2	4,7	6,6
	200	3,2	5,1	7,4
1,4	9	12,0	39,7	50,0
	20	1,4	13,4	43,1
	50	3,6	8,4	17,8
	100	3,8	6,7	15,5
	200	3,9	7,6	10,7
1,5	7	20,3	30,1	49,8
	15	7,1	15,9	28,9
	50	4,1	8,4	17,7
	100	3,7	8,8	15,2
	200	4,0	7,4	10,4



Obr. 44: Závislost koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} na Reynoldsově čísle příčného proudění

8 Závěr

Tato disertační práce se věnovala modelování příčného proudění pro subkanálovou analýzu, které zahrnovaly turbulentní míšení a koeficient odporu příčného proudění. Namísto využití experimentálních dat pro vývoj, ověření a nastavení těchto modelů zabudovaných do subkanálového kódu byl ale pro tento účel využit výpočet metodou CFD.

V úvodní části této práce byla podrobně popsána metoda subkanálové analýzy s uvedením základních rovnic zachování hmoty, energie a hybnosti v axiálním i příčném směru. Popis modelů se zaměřil především na příčné proudění přerозdělující hmotu, hybnost a energii mezi sousedními subkanály. Uvedené informace se týkaly zejména subkanálového kódu SUBCAL, který byl použit pro všechny subkanálové výpočty v této práci, ale bylo provedeno i srovnání koeficientu odporu příčného proudění v jiných kódech. Pro výpočty metodou CFD, jejímuž popisu je věnována kapitola 3, byl používán kód ANSYS Fluent. Vzhledem k anizotropnímu charakteru turbulentního proudění v řešené geometrii trojúhelníkové mříže byl použit model turbulence RSM BSL. Přestože obě metody jsou schopny řešit parametry proudění ve svazku proutků, míra detailu získaného řešení se však značně liší. Subkanálovou metodou, která navíc uvažuje jen zjednodušenou rovnici zachování hybnosti v příčném směru a předpokládá převažující axiální proudění, je možné získat pouze střední hodnoty lokálních parametrů proudění v poměrně velkém objemu axiálního nodu jednoho subkanálu. Univerzálnější plně 3D metodou CFD je naopak možné získat velmi detailní informaci o proudění v dané geometrii, neboť výpočetní síť, na kterou je řešená oblast rozdělena („mesh“), je mnohonásobně jemnější. Díky tomuto je pak možné získat řešením velmi detailní výsledky. Nespornou výhodou subkanálové analýzy je rychlost výpočtu a schopnost řešit velká množství různých stavů AZ i na běžně dostupných počítačích, zatímco metoda CFD vyžaduje pro jednu úlohu vysoký výpočetní výkon i čas. Z těchto důvodů nelze subkanálovou analýzu metodou CFD plně nahradit, která avšak může plnit podpůrnou a doplňkovou roli v těch případech, kde subkanálová analýza není dostatečně detailní.

Následně byla provedena rešerše dostupných experimentů provedených na svazku proutků, které svým charakterem a množstvím detailních informací umožňují srovnání se CFD výpočtem. Z těchto experimentů byly následně vybrány tři experimenty, které umožňují provedení validačních výpočtů vytvořeného CFD modelu. Tyto vybrané experimenty jsou zde podrobně popsány. Jedná se o experimenty provedené Kraussem [39], Truppem [74] a v ÚJV Řež [50]. Ve všech těchto experimentech byl jako proudící tekutina použit vzduch při atmosférickém tlaku a experimenty pokrývají jak široký rozsah geometrií ($1,06 \leq P/D \leq 1,50$), tak i široký rozsah Reynoldsových čísel ($2 \cdot 10^4 \leq Re \leq 1,8 \cdot 10^5$). Rešeršní část byla doplněna kapitolou věnující se provedeným CFD výpočtům na svazcích proutků.

Pro CFD výpočty byl vytvořen model 1/6 subkanálu v trojúhelníkové mříži, který díky symetrii úlohy využil maximální zjednodušení. Vzhledem k uvažování plně vyvinutého turbulentního proudění pak v axiálním směru byly na vstupu a výstupu nastaveny periodické

podmínky, tzn. že bylo řešeno proudění v „nekonečném“ kanále. Pro validační výpočty pak byly vytvořeny čtyři různé výpočetní sítě s různým počtem buněk, které byly využity na provedení citlivostní analýzy nalezených řešení na těchto výpočetních sítích. Poté byly provedeny validační výpočty na vytvořených modelech s vybranými experimenty popsány výše. Porovnávány s experimentem byly profily axiální rychlosti v subkanálu a průběh smykového napětí u stěny. Navíc díky použití RSM modelu turbulence byly identifikovány víry sekundárního proudění ve všech hodnocených úlohách. Experimenty bylo prokázáno, že střední rychlost sekundárního proudění je řádově 10^{-1} % střední axiální rychlosti, což bylo výpočtem ověřeno. Téměř ve všech hodnocených úlohách bylo dosaženo velmi dobré shody mezi experimentem a výpočtem provedeným s modelem turbulence RSM BSL. Z citlivostní analýzy výpočetních sítí vyplynulo, že všechny dávají srovnatelné výsledky, pouze nejhrubší „Mesh 1“ se v některých případech nepatrně lišila. Pouze v případě úlohy s velmi úzkou mezerou mezi subkanály $P/D = 1,06$ nebylo dosaženo shody mezi experimentem a výpočtem v rychlostním profilu v této úzké mezeře. Toto zřejmě souvisí s existencí periodických makroskopických vírů pohybujících se axiálně ve směru proudění v mezeře, které ale není možné v použitém modelu simulovat, neboť se jedná o stacionární výpočet. Z provedené validace CFD modelu na experimentálních datech vyplynulo, že je tento model schopný správně predikovat proudění ve svazku s trojúhelníkovou mříží pro poměry P/D od 1,1 do 1,5 v širokém rozsahu Reynoldsových čísel.

Na základě validačních výpočtů CFD modelu byly vytvořeny podobné modely pro CFD i subkanálovou analýzu, které jsou schopné postihnout příčné proudění mezi jednotlivými subkanály. Pro výpočty prováděné jak CFD kódem ANSYS Fluent, tak subkanálovým kódem SUBCAL byl vytvořen model dvou 1/6 typických subkanálů v „nekonečné“ trojúhelníkové mříži. Výpočetní oblast byla zvolena tak, aby pokrývala rozhraní mezi dvěma subkanály s využitím symetrie mříže. V obou případech bylo tentokrát modelováno 1000 mm axiální výšky svazku. Na vstupu bylo možno zadávat pro oba subkanály různé předem napočtené profily proudění. Ve všech případech byla jako proudící tekutina použita voda při konstantní teplotě 300 °C a výstupním tlaku 15 MPa.

Jako první musel být pro subkanálový výpočet nastaven koeficient turbulentního míšení β , který určuje výměnu energie a hybnosti mezi sousedními subkanály v důsledku turbulence. Určení koeficientu turbulentního míšení je zároveň plně svázáno s nastavenou hodnotou korekčního součinitele ε , který zohledňuje nedokonalost turbulentního přenosu hybnosti. Pro vyhodnocení optimálních hodnot koeficientu turbulentního míšení β a korekčního součinitele ε byla provedena série výpočtů kódem ANSYS Fluent na modelu dvou 1/6 subkanálů popsaném, kde na vstupu do obou polovin byly nastaveny rozdílné profily proudění. Poté byly se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty zahrnovaly citlivostní analýzu koeficientu turbulentního míšení β a korekčního součinitele ε . Tím byly nalezeny optimální hodnoty koeficientů turbulentního míšení pro vybrané korekční součinitele ε

a jednotlivé geometrie. Dle předpokladu pro hodnotu $\varepsilon = 0,0$ nezávisel průběh vyrovnávání rychlostí v obou subkanálech na hodnotě koeficientu turbulentního míšení β . Z analýzy vyplynulo, že hodnota $\varepsilon = 0,0$ je příliš konzervativní a bez ohledu na zadaný koeficient β není možné subkanálovým výpočtem postihnout vyrovnávání rychlostí v subkanálech. Pro korekční součinitele $\varepsilon > 0,0$ je vždy možné najít příslušné optimální koeficienty turbulentního míšení, avšak ve srovnání s reálnými hodnotami z experimentálních měření, které ovšem zahrnují i přenos energie turbulentním míšením, jsou pro $\varepsilon < 0,3$ poměrně vysoké. Odtud plyne doporučení pro výpočty palivových nebo experimentálních svazků subkanálovou analýzou používat hodnoty korekčního součinitele $\varepsilon > 0,3$. Dále byl také na základě provedené citlivostní analýzy a vyhodnocení se CFD výpočtem odvozen pro koeficient turbulentního míšení na hladkém svazku vztah (47) $\beta(P/D, \varepsilon)$ platný pro $\varepsilon > 0,0$ a v rozsahu P/D od 1,1 do 1,5.

Aby bylo možno vyhodnotit koeficient odporu příčného proudění, bylo nutné předtím srovnat tlakovou ztrátu na svazku bez distančních mřížek, která je dána pouze ztrátou třením, přímo počítanou metodou CFD a metodou subkanálové analýzy, která má pro tento účel zabudovaný experimentálně určený vztah. Subkanálový kód SUBCAL má zabudovaný vztah pro koeficient třecího odporu na základě doporučení výrobce paliva pro reaktory VVER-1000, a který byl převzat z ruského subkanálového kódu KANAL. Tento vztah kromě závislosti na Reynoldsově čísle uvažuje i závislost na drsnosti povrchu palivových proutků. Zároveň byl i srovnán s dalšími dvěma běžně používanými vztahy pro svazky proutků s trojúhelníkovou mříží, a to vztahy autorů Osmáčkina a Truppa. Všechny tři vztahy dávaly srovnatelné hodnoty, ale závislost na drsnosti povrchu byla znatelná. Pro srovnání tlakových ztrát na hladkém svazku bez distančních mřížek byla provedena série výpočtů kódem ANSYS Fluent na modelu dvou 1/6 subkanálů, kde na vstupu do obou polovin byly nastaveny stejné profily proudění. Poté byla sledována celková tlaková ztráta zahrnující tření a hydrostatický tlak na výšce 1000 mm. Následně byly se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty zahrnovaly iterační hledání takové drsnosti, aby celková tlaková ztráta spočtená CFD kódem ANSYS Fluent odpovídala tlakové ztrátě spočtené subkanálovým přístupem. Všechny hodnoty nalezených drsností potvrdily, že tento vztah je aplikovatelný v celém rozsahu geometrických i režimových parametrů uvažovaných v této práci, ve všech případech se pohybují do 6 μm . Pro typické režimy reaktorů VVER-1000 ($P/D = 1,4$ a $G \lesssim 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$) se hodnoty, dle doporučení dodavatele paliva, pohybují od přibližně 2 do 6 μm .

Aby mohl být vyhodnocen koeficient odporu příčného proudění na základě CFD výpočtů, byly upraveny příslušné modely. V CFD modelu byl v subkanálu č. 1 vytvořen objem, který simuloval distanční mřížku přidáním lokálního odporu pomocí porézního média. Tento objem byl vložen ve výšce 190-200 mm axiální délky svazku, tj. jeho výška činila 10 mm. Naopak subkanál č. 2 zůstal beze změny a představoval hladkou část bez žádného vloženého lokálního odporu. Díky této úpravě modelu mohl být pozorován výraznější příčný přetok mezi subkanály v oblasti distanční mřížky a následně postupné vyrovnávání rychlostí. Obdobně byl upraven

i subkanálový model, ve kterém byla do subkanálu č. 1 vložena ve stejné axiální pozici distanční mřížka. Vstupní režimové parametry byly v návaznosti na předcházející výpočet tlakové ztráty, jehož výsledky byly použity, zvoleny shodně. Pro každý tento režim bylo vybráno několik hodnot koeficientu odporu mřížky v rozsahu obvyklém pro distanční mřížky reaktorů VVER. Poté byly opět provedeny CFD výpočty a následně se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu i výpočty subkanálovým kódem SUBCAL se zadanou hodnotou drsnosti proutku spočtené v předešlé analýze. Tyto výpočty zahrnovaly iterační hledání takového koeficientu odporu mřížky, aby celková tlaková ztráta spočtená CFD kódem ANSYS Fluent odpovídala tlakové ztrátě spočtené subkanálovým přístupem. Se spočtenými koeficienty odporu mřížek odpovídajících CFD modelu byly poté se stejnými vstupními režimovými parametry a na stejném geometrickém modelu provedeny další výpočty subkanálovým kódem SUBCAL. Tyto výpočty už zahrnovaly citlivostní analýzu koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} . Na základě těchto výpočtů byly pro každý režim a nastavenou hodnotu koeficientu odporu mřížky hledány optimální hodnoty koeficientu odporu příčného proudění K_{ij} v závislosti na poměru P/D a příčném Reynoldsově čísle. Z výsledných optimálních hodnot je patrný trend mocninné funkce $K_{ij} = aRe^b + c$. Pro nižší hodnoty poměru P/D ($\leq 1,3$) je však průběh v nízkých Reynoldsových číslech opačný než pro vyšší hodnoty poměru P/D . Jedním z faktorů ovlivňujících tento průběh K_{ij} je kombinace převládajícího axiálního proudění s příčným prouděním, kde v závislosti na geometrii (P/D) dochází v úzké mezeře k těsnějšímu přibližování mezních vrstev. Zároveň je také nutné si uvědomit, že výsledné K_{ij} reprezentují optimální hodnoty pro subkanálový kód, který předpokládá převládající axiální proudění, jež je kolmé na příčné proudění počítané zjednodušeným modelem, a střední hodnoty lokálních parametrů proudění v celém axiálním nodu subkanálu. V poslední fázi byl na základě nalezených optimálních hodnot K_{ij} vytvořen pomocí nelineární metody nejmenších čtverců nový vztah pro koeficient odporu příčného proudění v trojúhelníkové mříži (54) platný pro $1,1 \leq P/D \leq 1,5$ a v rozsahu příčných Reynoldsových čísel $Re_{lat.} < 1,2 \cdot 10^4$. Tento vztah je nyní možné používat při výpočtech subkanálovým kódem SUBCAL.

Tímto se podařilo splnit veškeré dané cíle této disertační práce. Další možné pokračování v tomto tématu je například v zahrnutí přestupu tepla z proutek do chladiva a uvažování různých ohřevů v sousedících subkanálech pro odvození koeficientu turbulentního míšení nebo detailního modelování různých typů distančních mřížek v CFD modelu, což však vyžaduje znatelně vyšší výpočetní výkon než zde prezentované výpočty.

Reference

- [1] ANSYS Fluent Theory Guide. Release 2020 R2, 2020.
- [2] ANSYS Fluent User's Guide. Release 2020 R2, 2020.
- [3] Avramova M.: CTF/STAR-CD off-line coupling for simulations of crossflow caused by mixing vane spacers in rod bundles. ANS, 2011.
- [4] Baglietto E.; Ninokata H.: A Turbulence model study for simulating flow inside tight lattice rod bundles. Nuclear Engineering and Design 235,2005.
- [5] Baglietto E.; Ninokata H.; Misawa T.: CFD and DNS methodologies for fuel bundle simulations. Nuclear Engineering and Design 236, 2006.
- [6] Bell I. H.; Wronski J.; Quoilin S.; Lemort V.: Pure and Pseudo-pure Fluid Thermophysical Property Evaluation and the Open-Source Thermophysical Property Library CoolProp. Industrial and Engineering Chemical Research 2014, 53, 6, 2498-2508, January 2014.
- [7] Beus S. G.: A two-phase turbulent mixing model for flow in rod bundles. Bettis Atomic Power Laboratory, 1970.
- [8] Bhattacharya A.; Yu S. D.; Kawall G.: Simulation of turbulent flow through inlet 37 element CANDU fuel bundles with angular misalignment. SMiRT 21, 2011.
- [9] Brandt T.; Lahtinen T.; Toppila T.: CFD Study on Coolant Mixing inside VVER-440 Fuel Rod Bundle. Fortum Nuclear Services, 2010.
- [10] Chang S. K. et al.: Phenomenological investigation on the turbulent flow structures in a rod bundle array with mixing devices. Korea Atomic Research Institute, 2003.
- [11] Class A.; Schulenberg T.: CFD Analysis of Mixing Coefficients in rod Bundles. Institute for Nuclear and Energy Technologies Karlsruhe, 2008.
- [12] COBRA-FLX: A Core Thermal-Hydraulic Analysis Code. Topical Report ANP-10311NP, AREVA, 2010.
- [13] Caha V.; Čížek J.: SUBCAL-ETE Koeficient turbulentního míšení TVSA-T mod.2, Rev. 0. Zpráva CCE, 00.432.179, Praha, 2016.
- [14] Caha V.; Čížek J.: COBRA-FLX Verification Final Report, Rev. 6. Technical report UJP 1902, Praha, 2020.
- [15] Čížek J.: Stanovení penalizace FdH a DNBR směsné AZ složené z TVSA-T mod.0/1 a LTA, Rev. 2.1. Zpráva ÚJV-ORF-2018-015, Praha, 2018.

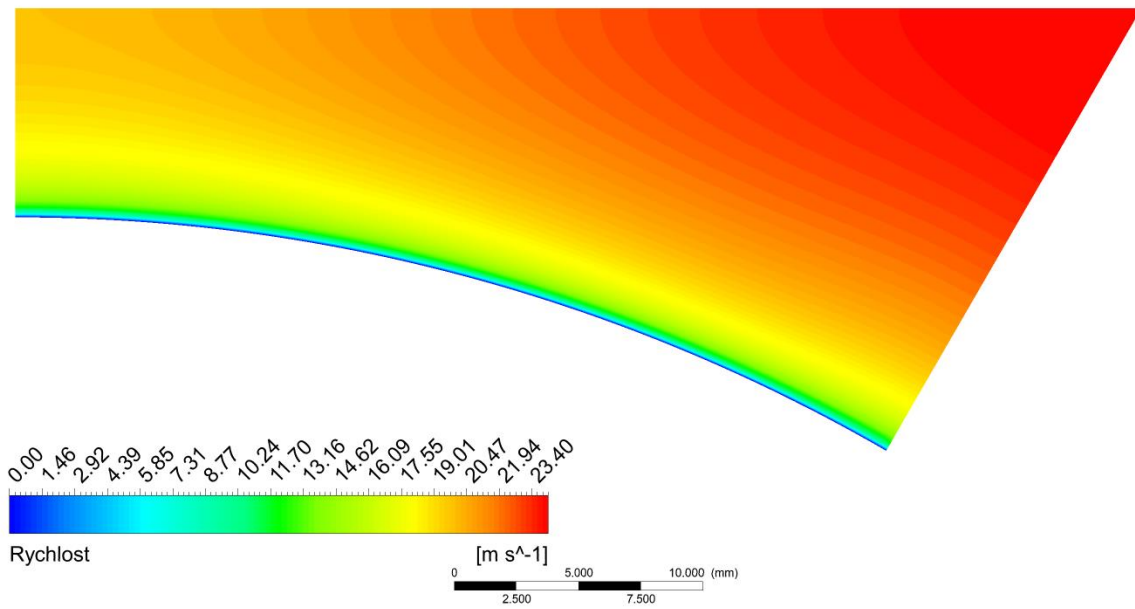
- [16] Čížek J.; Krejčí J.: Comparative analysis of thermal-hydraulic calculations on the FA TVSA-T by the codes SUBCAL-ETE and KANAL, Rev. 0. Zpráva CCE, 108084.90959, Praha, 2011.
- [17] Čížek J.; Čaha V.: SUBCAL-ETE Dokumentace programu, Rev. 1. Zpráva CCE 118064.00.093.857, Praha, 2018.
- [18] Čížek J.; Čaha V.: SUBCAL-ETE Validace programu, Rev. 2. Zpráva CCE 118064.093.858, Praha, 2018.
- [19] Development of a Subchannel Analysis Code MATRA (Ver. α). KAERI/TR-1033/98, 1998.
- [20] Don Armel E. G.: Structure of turbulent flow in a rod bundle. University of Ottawa, 2016.
- [21] Ferziger J. H.; Peric M.: Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd Edition. Springer, 2002.
- [22] Gibson M. M.; Launder B. E.: Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer. *J. Fluid Mech.* 86. 491–511. 1978.
- [23] Gonzales-Santalo J. M.; Griffith P.: Two-Phase Flow Mixing in Rod Bundle Sub-Channels. ASME, 1972.
- [24] Guellouz M. S.: Turbulent Flow and Heat Transfer in Rod Bundles. University of Ottawa, 1998.
- [25] Harris Ch. R. et al.: Array programming with NumPy, *Nature*, 585, 357–362, 2020.
- [26] Hinze J. O.: Turbulence. McGraw-Hill Publishing Co., New York. 1975.
- [27] Holloway M. V.; Beasley D. E.; Conner, M. E.: Investigation of swirling Flow in Rod Bundle Subchannels Using Computational Fluid Dynamics. ICONE14, 2006.
- [28] Hooper J. D.; Rehme K.: The Structure of Single-phase Turbulent Flows through Closely Spaced Rod Arrays. Kernforschungszentrum Karlsruhe, KfK 3467, 1983.
- [29] Hooper J. D.; Rehme K.: Large-scale structural effect in developed turbulent flows through closely spaced rod arrays. *Journal of Fluid Mechanics*, 145, 305–337., 1983.
- [30] Hotta A. et al.: A Modified Equilibrium Void Distribution Model Applicable for Conventional Square and Tight Lattice BWR Fuel Bundles. NUTHOS-6, 2004.
- [31] Idel'chik I. E.: Handbook of Hydraulic Resistance – Coefficients of Local Resistance and of Friction. AEC-TR-6630, 1966.

- [32] Imke U.; Sanchez V. H.: Validation of the Subchannel Code SUBCAHNFLOW Using the NUPEC PWR Tests (PSBT). Science and Technology of Nuclear Installations Volume 2012, Article ID 465059, 2012.
- [33] Jackson J. W.; Todreas N. E.: COBRA IIIC/MIT-2: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermo-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements. MIT, Energy Laboratory Report No: MIT-EL 81-018, 1981.
- [34] Jones K. L.: Benchmark Experiments for Natural Convection in Nuclear Fuel Rod Bundles, Utah State University, 2016.
- [35] Judd R. A et al.: ASSERT-4 User's Manual. AECL-8573, 1984.
- [36] Kim S.; Chung B. J.: A Scale Analysis of the Mixing Rate for Various Prandtl Number Flow Fields in Rod Bundles. Nuclear Engineering and Design, 205, 281, 2011.
- [37] Košťálek J.; Čížek J.: VEVERKA-F/82: Zpřesněný a rozšířený program pro termohydraulický a neutrono-fyzikální výpočet palivových kazet jaderných reaktorů. Výzkumná zpráva SVÚSS 82-05018. Praha, listopad 1982.
- [38] Košťálek J.: CALOPEA - Výpočet lokálních termohydraulických parametrů kazet reaktorů typu VVER v procesu vyhořívání paliva. Výzkumná zpráva SVÚSS 85-05021. Praha, listopad 1985.
- [39] Krauss T.: Experimentelle Untersuchung des turbulenten Wärme- und Impulstransports in einem beheizten Stabbündel. Dissertation, Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 5799, 1996.
- [40] Krauss T.; Meyer L.: Experimental investigation of turbulent transport of momentum and energy in a heated rod bundle. Nuclear Engineering and Design 180, 1997.
- [41] Kuldip S.; Pierre C. C. S.: Two-Phase Mixing for Annular Flow in Simulated Rod Bundle Geometries. Nuclear Sciences and Engineering, vol. 50, 1973.
- [42] Lahey R. T. et al.: Two-phase flow and heat transfer in multi-rod geometries: Subchannel and Pressure Drop Measurements in Nine-Rod Bundle for Diabatic and Adiabatic Conditions. AEC RD Report, 1970.
- [43] Lahey R. T.; Moody F. J.: The Thermal Hydraulics of a Boiling Water Nuclear Reactor. ANS, 1993.
- [44] Launder B. E.: Second-Moment Closure: Present... and Future?. Inter. J. Heat Fluid Flow. 10(4). 282–300. 1989.
- [45] Launder B. E.; Reece G. J.; Rodi W.: Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure. J. Fluid Mech. 68(3). 537–566. April 1975.

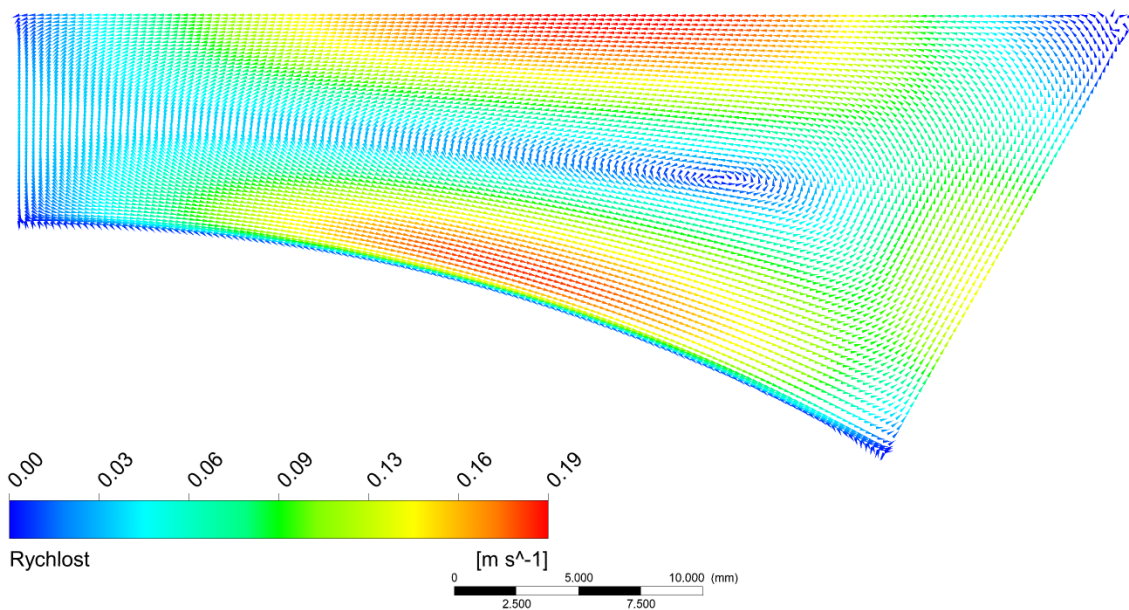
- [46] Lemmon E. W., Jacobsen R. T., Penoncello S. G., Friend D. G.: Thermodynamic Properties of Air and Mixtures of Nitrogen, Argon, and Oxygen from 60 to 2000 K at Pressures to 2000 MPa. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 29:331–385, 2000.
- [47] Lemmon E. W., Jacobsen R. T.: Viscosity and Thermal Conductivity Equations for Nitrogen, Oxygen, Argon, and Air. *International Journal of Thermophysics*, 25:21–69, 2004.
- [48] Lien F. S.; Leschziner M. A.: Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure. *Computers and Fluids*. 23(8). 983–1004. 1994.
- [49] Magolan B. L.: Implementation of a Non-Linear Viscosity Turbulence Model into Hydra-TH for Fuel Related Applications. University of Illinois at Urbana-Champaign, June 2015.
- [50] Mantlík F.; Hejna J.; Červenka J.: Results of local measurements of hydraulic characteristics in triangular pin bundle. ÚJV 3778-R, ÚJV Řež, 1976.
- [51] Mayer G.; Pales J.; Hazi G.: Large eddy simulation of subchannels using the lattice Boltzmann method. *Annals of Nuclear Energy* 34, 2007.
- [52] Merzari E.; Ninokata H.; Baglietto E.: Numerical simulation of flows in tight-lattice fuel bundles. *Nuclear Engineering and Design* 238, 2008.
- [53] Ninokata H.; Merzari E.; Khakim A.: Analysis of low Reynolds number turbulent flow phenomena in nuclear fuel pin subassemblies of tight lattice configuration. *Nuclear Engineering and Design* 29, 2009.
- [54] Norbäck G.: Methodology and VIPRE-W templates for mixed core calculations with Westinghouse LTA fuel for Temelín. Report BTA 17-0642, rev. 2, 2017.
- [55] Osmachkin V. S.; Borisov V. D.: Gidravlichesкое soprotivlenie puchkov teplovydelyayushchikh sterzhnej v potoke kipyashchej vody. IAE-1957, 1970.
- [56] Ouma B. H.: Experiments in rod bundle subchannel flows with varying rod-wall proximity. University of Ottawa, 1988.
- [57] Pang B.: Numerical study of void drift in rod bundle with subchannel and CFD codes. KIT Scientific Reports 7669, 2014.
- [58] Pogačar M.; Kljenak I.; Tekavčič M.: Simulation of Turbulent Liquid Metal Flow in a Triangular Rod Bundle Sub-Channel. NENE, 2015.
- [59] Razým V.: Program CALOPEA – Subkanálová analýza palivových kazet reaktorů typu VVER 440, Rev. 0. Ae 11662, Škoda JS, 2005.

- [60] Rollet-Miet P.; Laurence D.; Ferziger J.: LES and RANS of turbulent flow in tube bundles. *International journal of Heat and Fluid Flow* 20, 1999.
- [61] Rogers J. T.; Rosehart R. G.: *Mixing by Turbulent Interchange in Fuel Bundles, Correlations, and Interfaces*. ASME, 1972.
- [62] Rogers J. T.; Tahir A. E. E.: *Turbulent Interchange Mixing in Rod Bundles and the Role of Secondary Flows*. ASME, Heat Transfer Conference, 1975.
- [63] Rowe D. S.: *COBRA-IIIC: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements*. Report BNWL-1695, 1973.
- [64] Rowe D. S.; Angle C. W.: *Crossflow Mixing between Parallel Channels during Boiling. Part II: Measurement of Flow in Two Parallel Channels*. 1967.
- [65] Rowe D. S.; Angle C. W.: *Crossflow Mixing between Parallel Channels during Boiling. Part III: Effect of Spacers on Mixing between Two Channels*. 1969.
- [66] Rowe D. S. et al.: *Implications Concerning Rod Bundle Crossflow Mixing Based on Measurements of Turbulent Flow Structure*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 17, 407. 1974.
- [67] Rudzinski K. F. et al.: *Turbulent Mixing for Air-Water Flows in Simulates Rod Bundle Geometries*. *The Canadian journal of Chemical Engineering*, 1972.
- [68] Sadatomi M. et al.: *Prediction of the Single-Phase Turbulent Mixing Rate between Two Parallel Sub-Channels using a Sub-Channel Geometry Factor*. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 162. 1996.
- [69] Schlichting H.: *Boundary-Layer Theory*, 7th Edition. McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, 1979.
- [70] Stewart C. W. et al.: *COBRA-IV: The Model and the Method*. NRC-4, 1977.
- [71] Todreas N. E.; Kazimi M. S.: *Nuclear Systems II: Elements of Thermal Hydraulic Design*. Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [72] Toth S.; Aszodi A.: *Detailed Analysis of Coolant Flow in VVER-440 Fuel Rod Bundle*. Budapest University of Technology and Economics, 2007.
- [73] Toth S.; Aszodi A.: *CFD study on coolant mixing in VVER-440 fuel rod bundles and fuel assembly heads*. *Nuclear Engineering and Design* 240 (2010): 2194-2205, 2010.
- [74] Trupp A. C.: *The Structure of Turbulent Flow in Triangular Array Rod Bundles*. The University of Manitoba, Thesis, 1973.

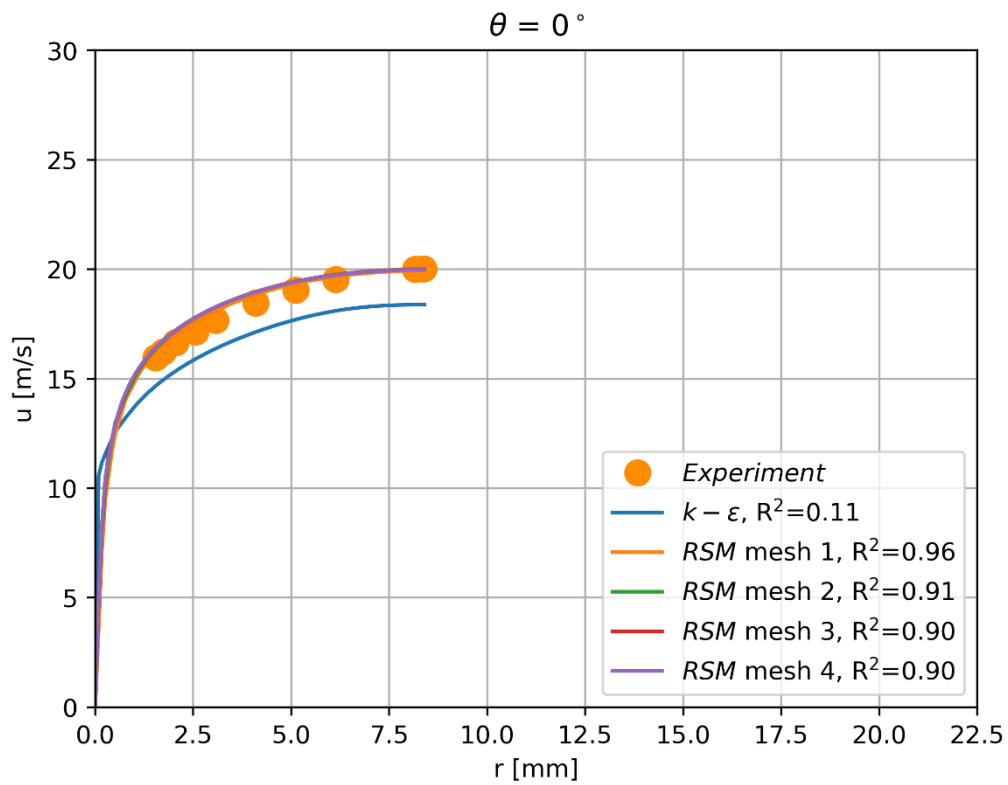
- [75] VIPRE-01: A Thermal-Hydraulic Analysis Code for Reactor Cores, Vol.1, 2, 3, 4 and 5. EPRI Report NP-2511-CCM.
- [76] Virtanen P. et al.: SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), 261-272, 2020.
- [77] Vonka V.: Measurement of Secondary Flow Vortices in a Rod Bundle. *Nuclear Engineering and Design* 106 (1988) 191-207, 1987.
- [78] Wang J.; Cao L.: Experimental Research on Sub-Cooled Boiling Mixing between Subchannels in a Bundle.
- [79] Wheeler C. L. et al.: COBRA-IV-I: A Interim Version of COBRA for Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements and Cores. *Výzkumná zpráva BNWL-1962*, 1976.
- [80] Wilcox D. C.: *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc. La Canada, California. 1998.
- [81] Yadigaroglu G.; Maganas A.: Equilibrium Quality and Mass Flu, Distributions in Adiabatic Three Subchannel Test Section. *Nuclear Technology*, vol. 112, 1994.
- [82] Ylönen A. T.: High-resolution flow structure measurements in a rod bundle. *ETH Zurich*, No. 20961, 2013.
- [83] Yu Y. Q. et al.: Simulation of turbulent flow inside different subchannels in tight lattice bundle. *Annals of Nuclear Energy* 38, 2011.



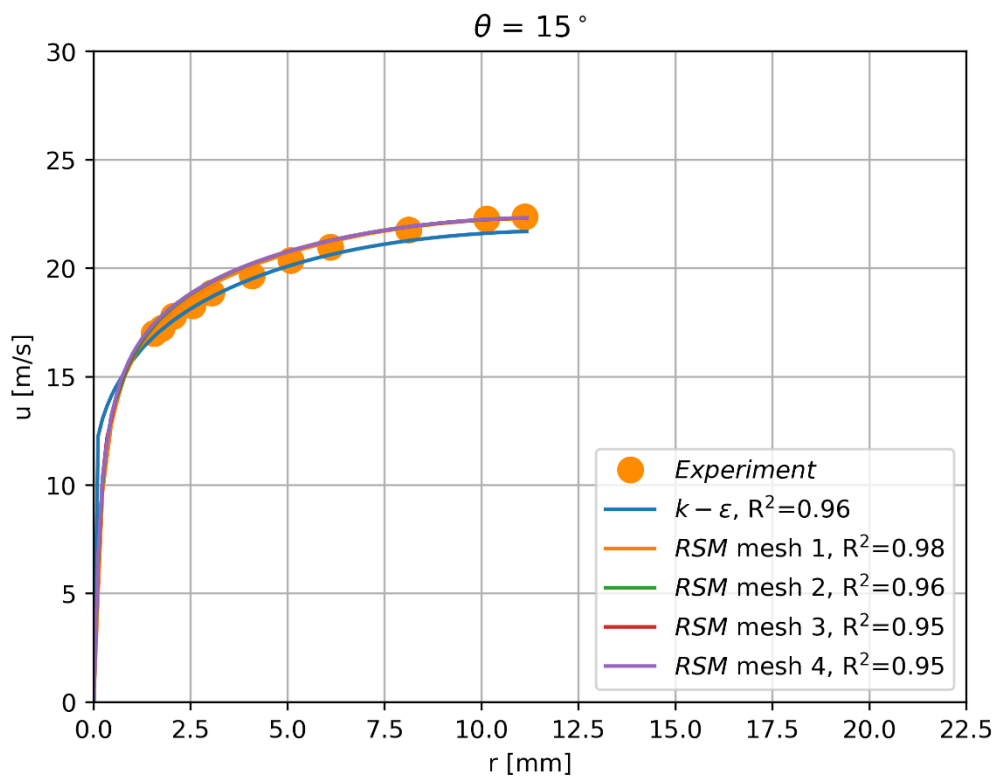
Obr. A1: Axiální rychlostní pole, Re = 64590, P/D = 1,12



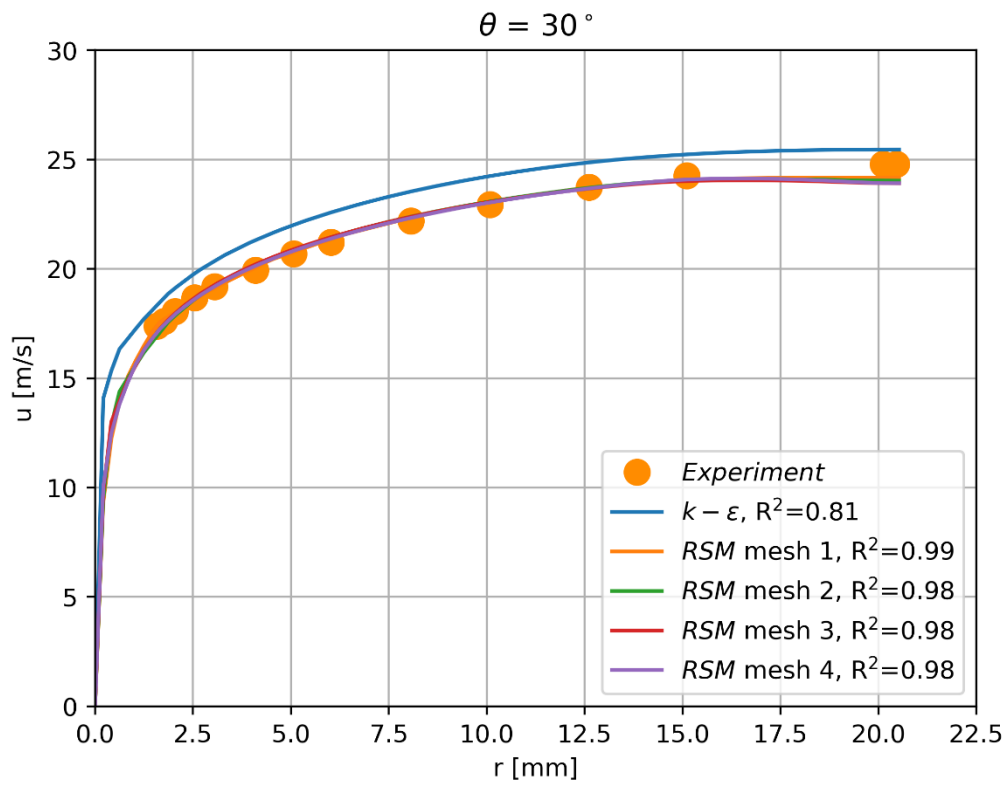
Obr. A2: Sekundární proudění, Re = 64590, P/D = 1,12



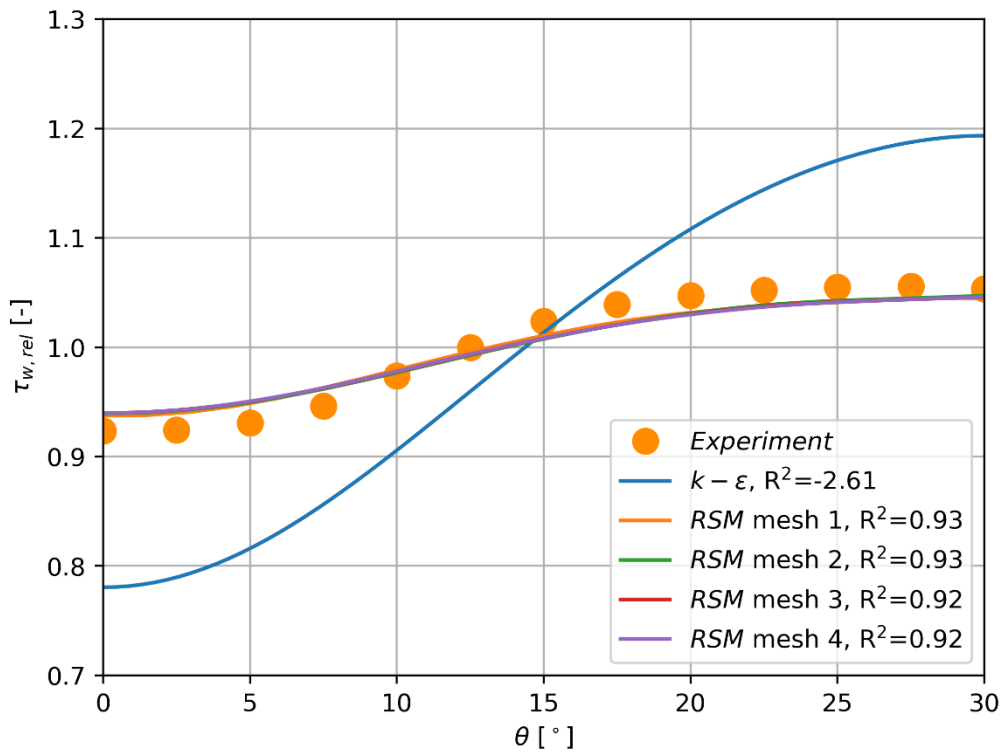
Obr. A3: Axiální rychlost, $Re = 64590$, $P/D = 1,12$



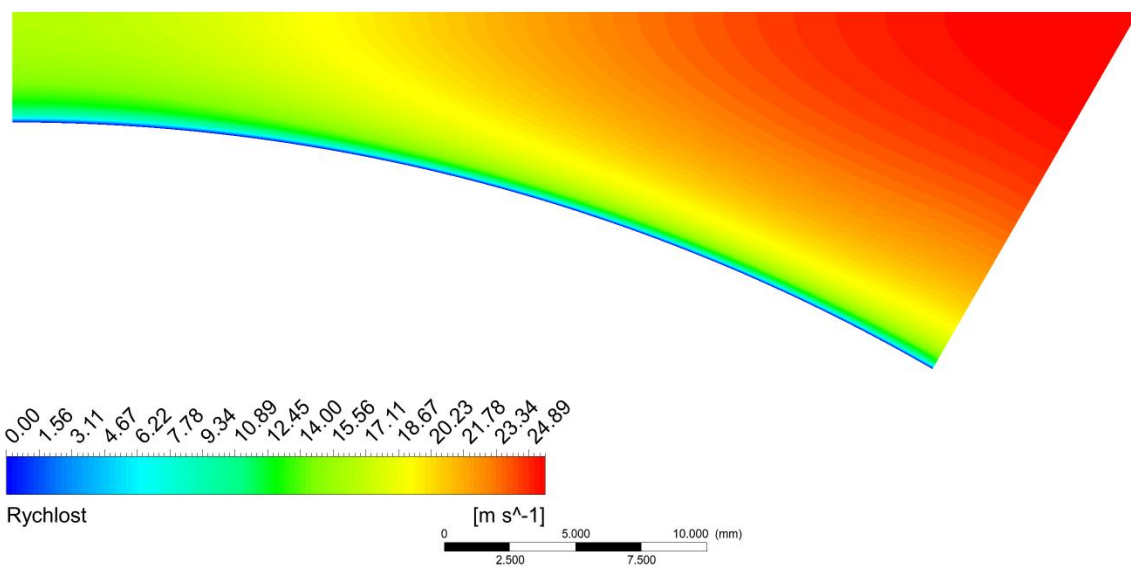
Obr. A4: Axiální rychlost, $Re = 64590$, $P/D = 1,12$



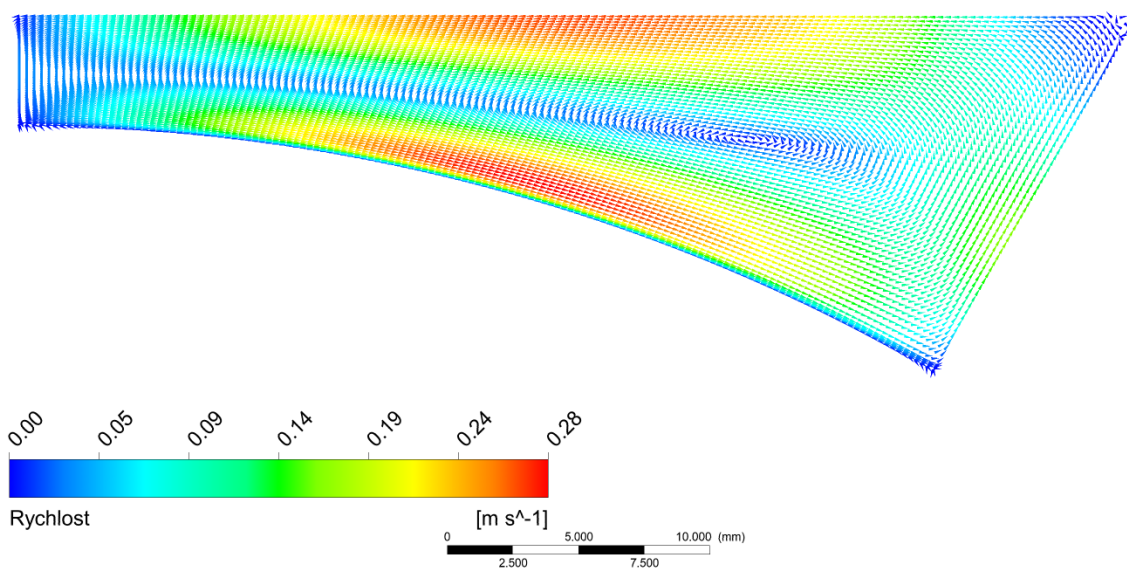
Obr. A5: Axiální rychlost, $Re = 64590$, $P/D = 1,12$



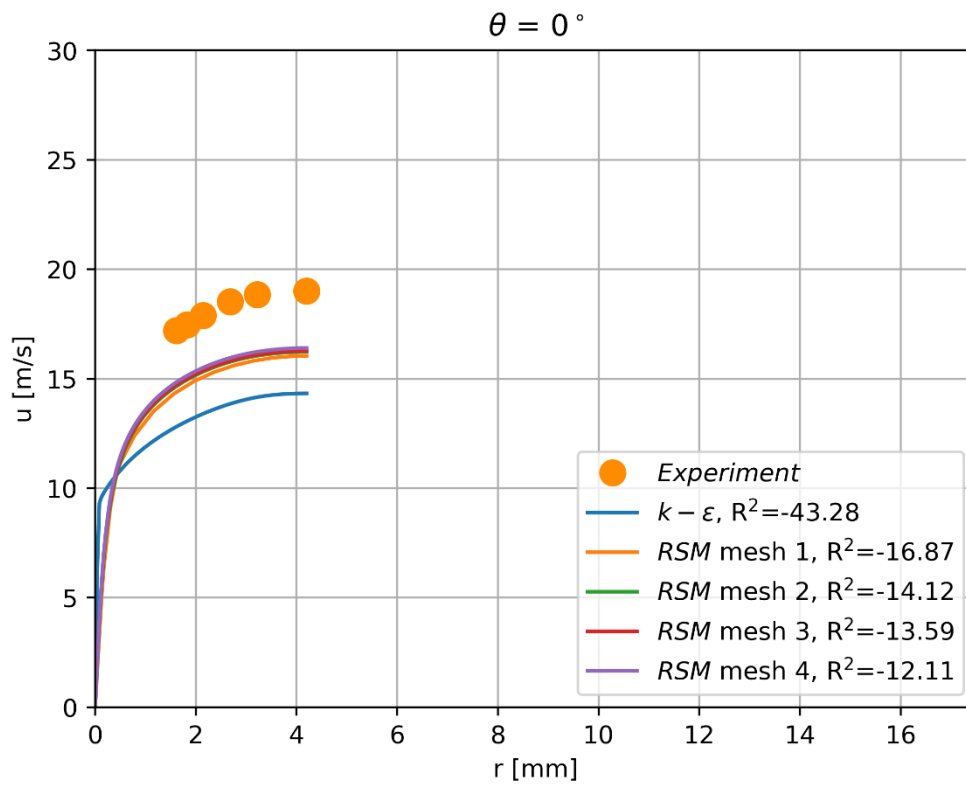
Obr. A6: Smykové napětí u stěny, $Re = 64590$, $P/D = 1,12$



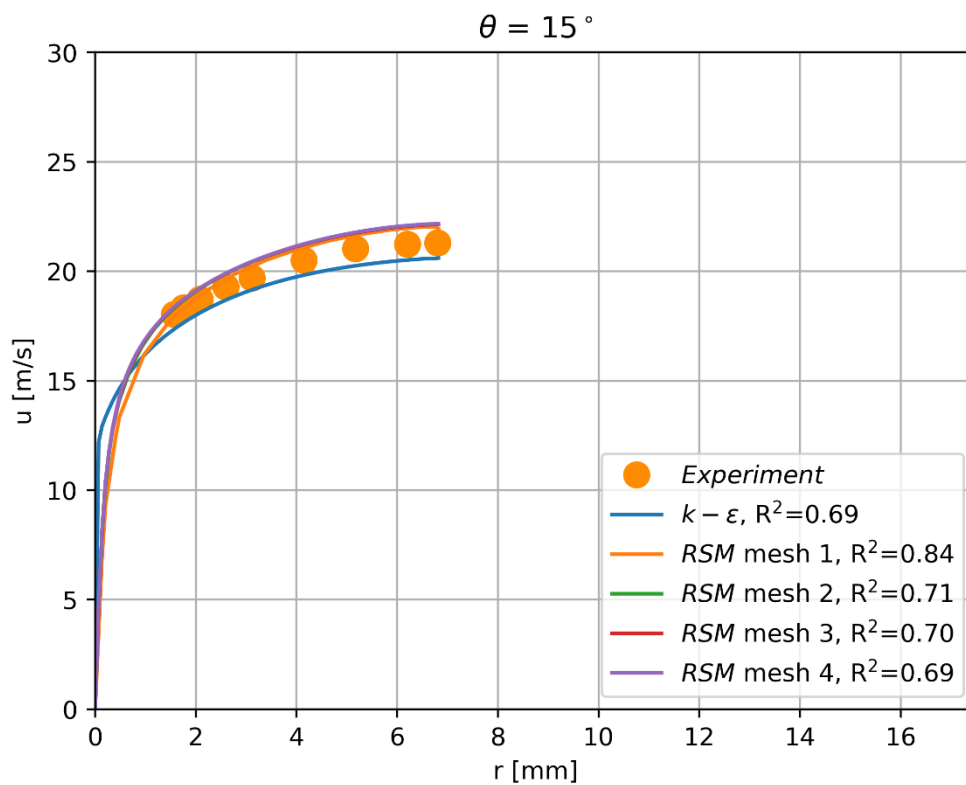
Obr. A7: Axiální rychlostní pole, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



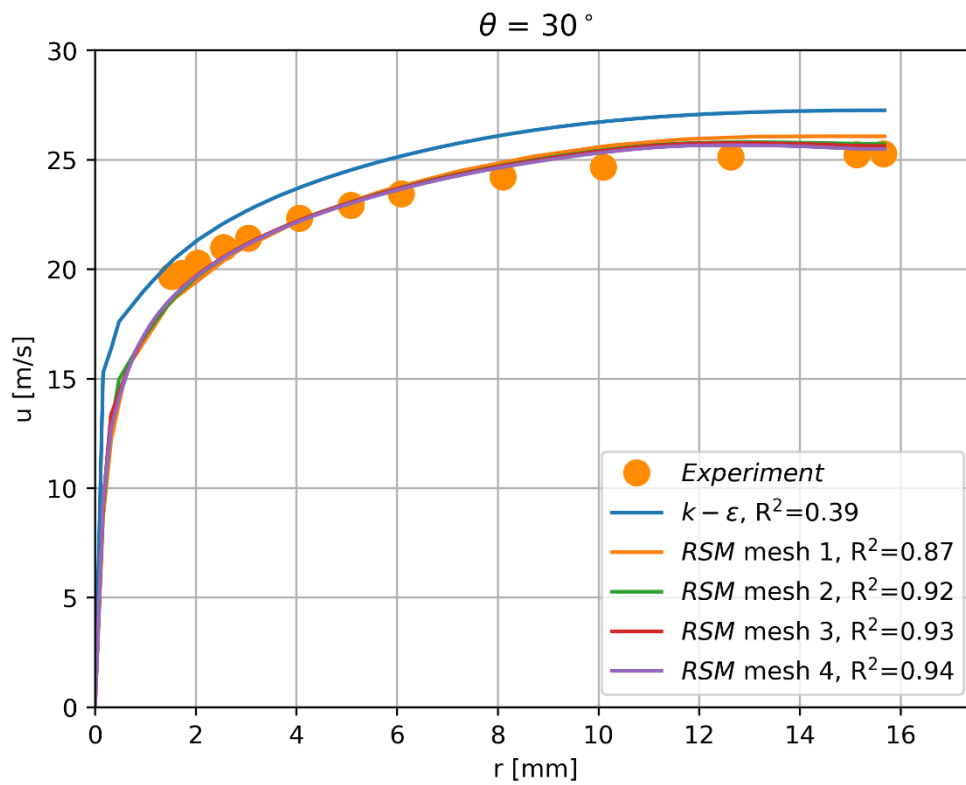
Obr. A8: Sekundární proudění, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



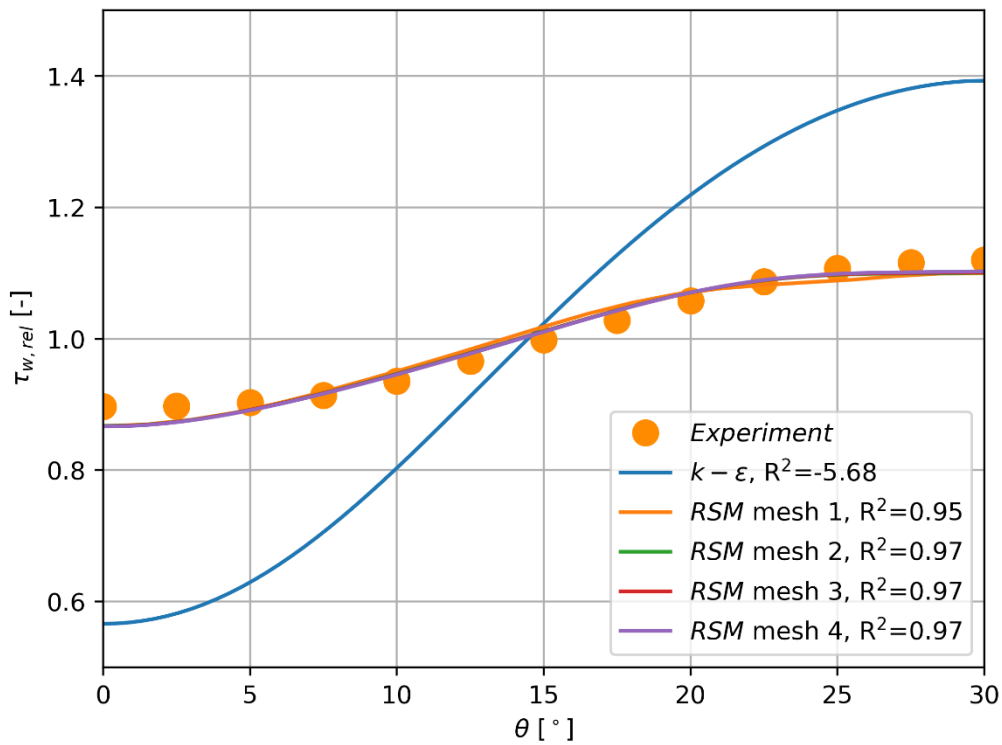
Obr. A9: Axiální rychlost, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



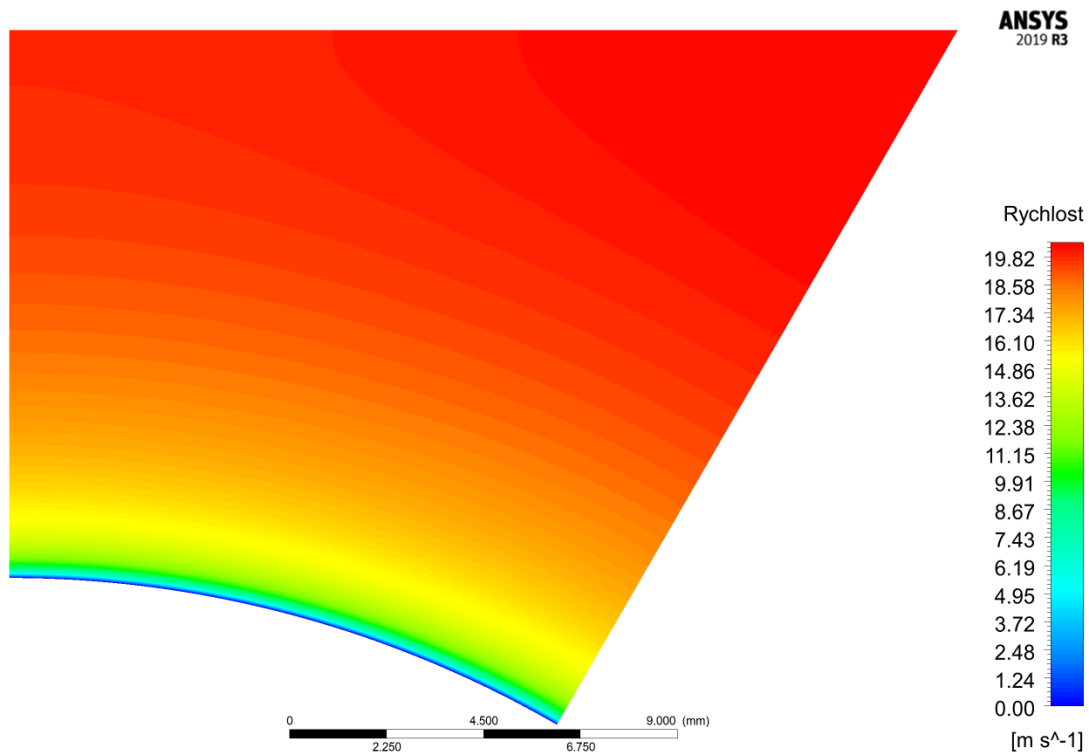
Obr. A10: Axiální rychlost, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



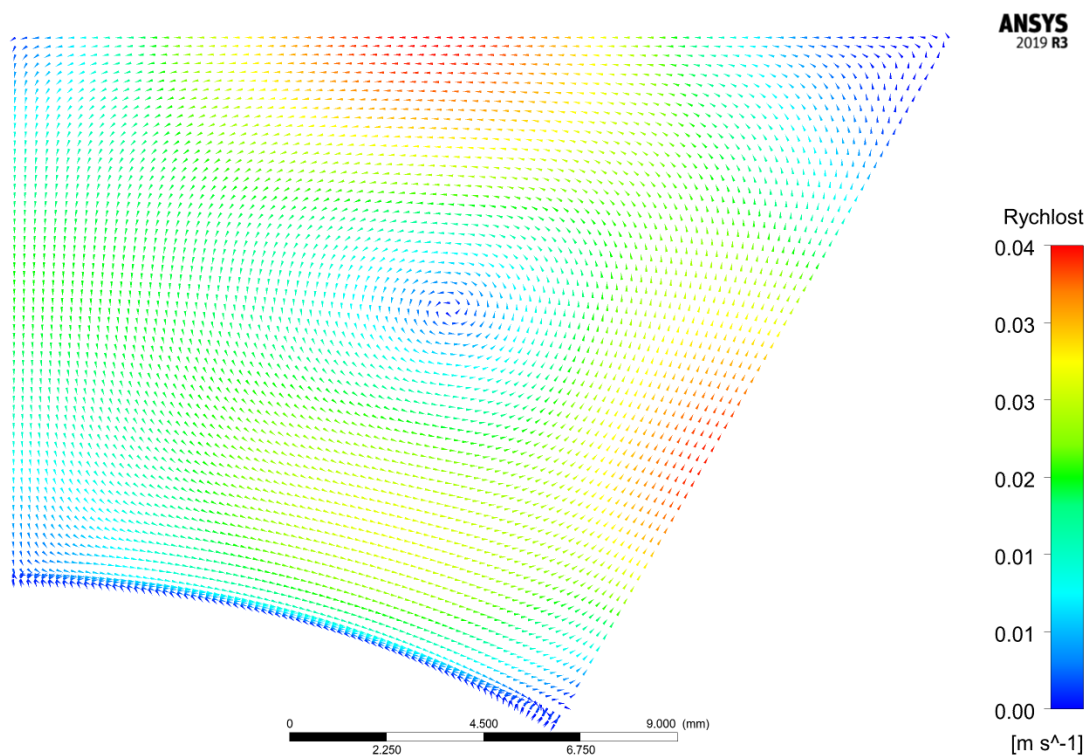
Obr. A11: Axiální rychlost, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



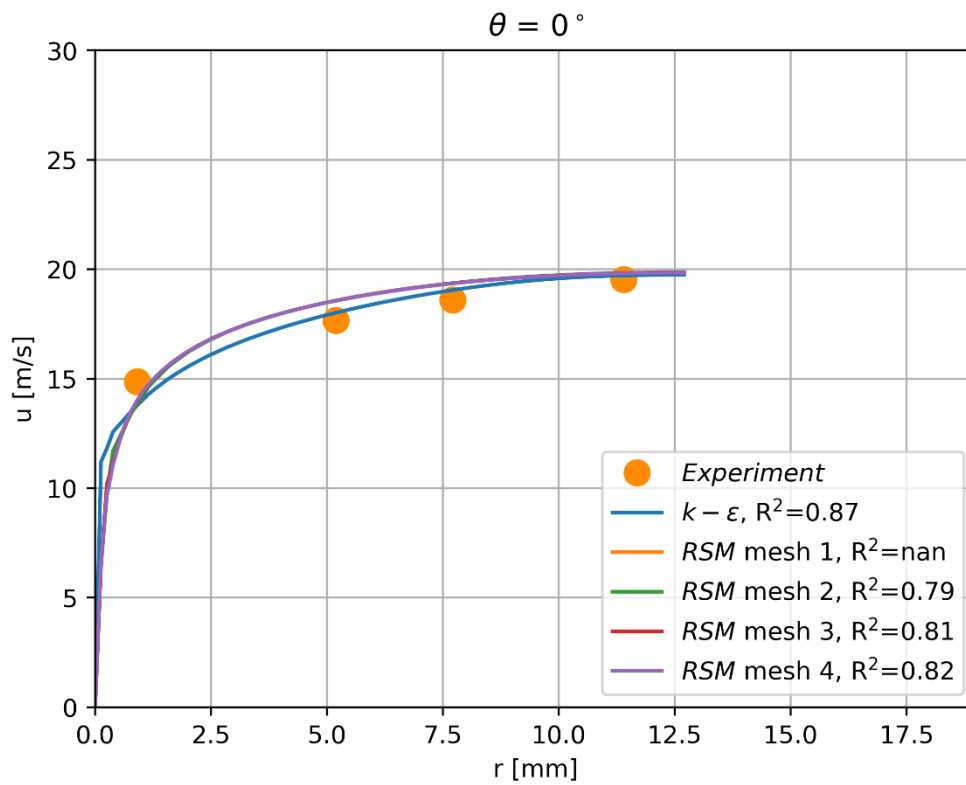
Obr. A12: Smykové napětí u stěny, $Re = 38754$, $P/D = 1,06$



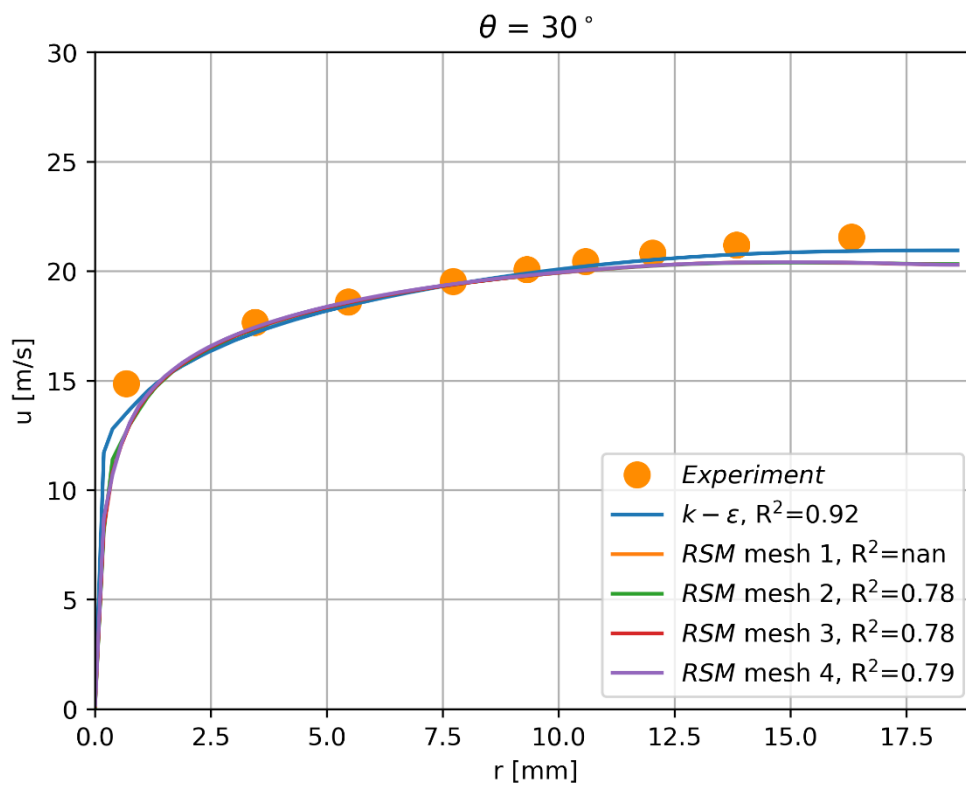
Obr. A13: Axiální rychlostní pole, $Re = 85480$, $P/D = 1,50$



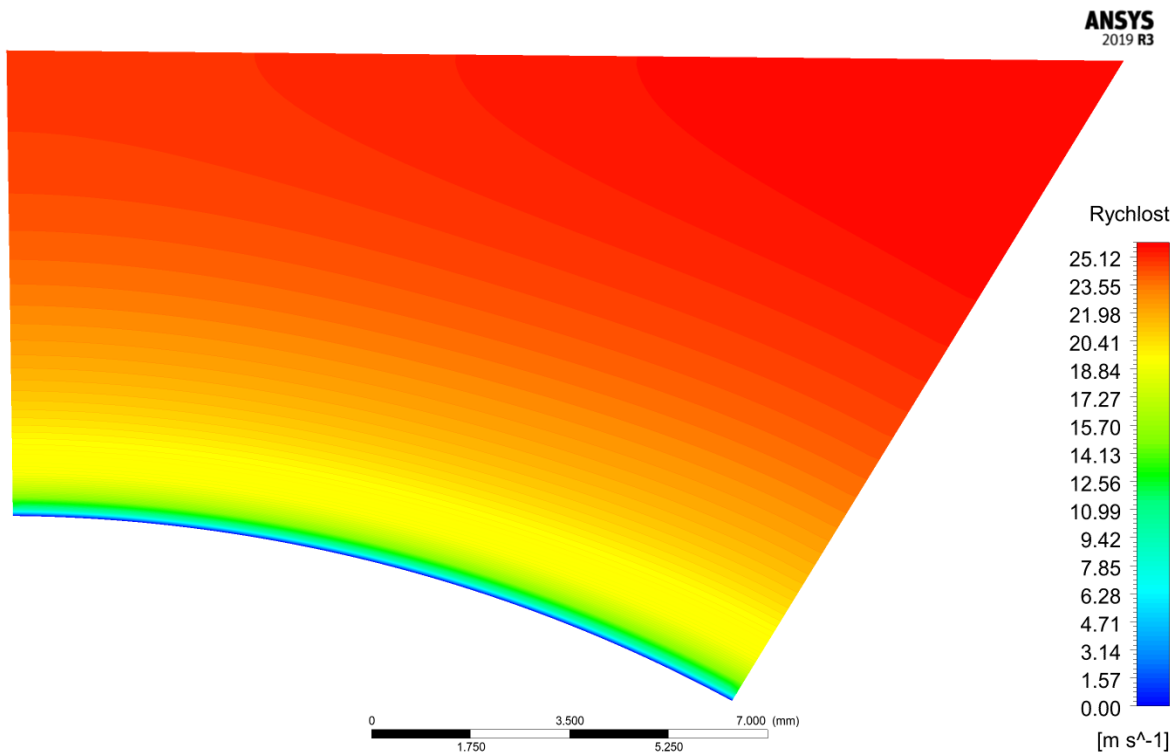
Obr. A14: Sekundární proudění, $Re = 85480$, $P/D = 1,50$



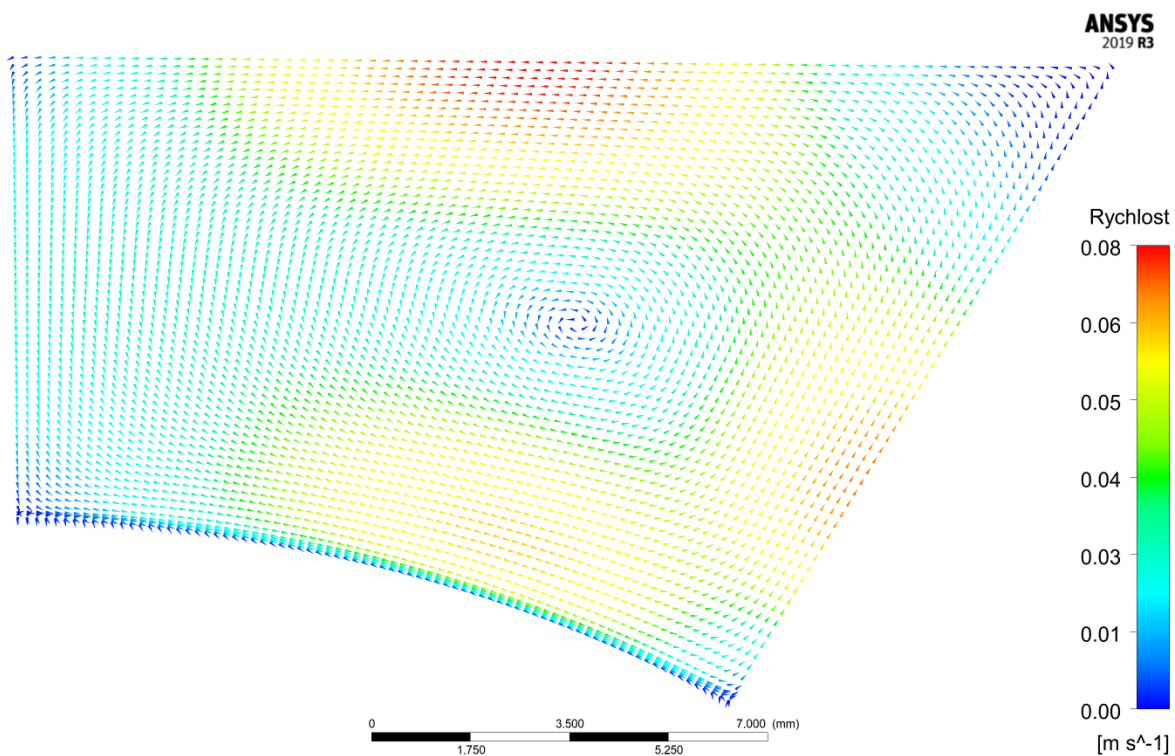
Obr. A15: Axiální rychlost, $Re = 85480$, $P/D = 1,50$



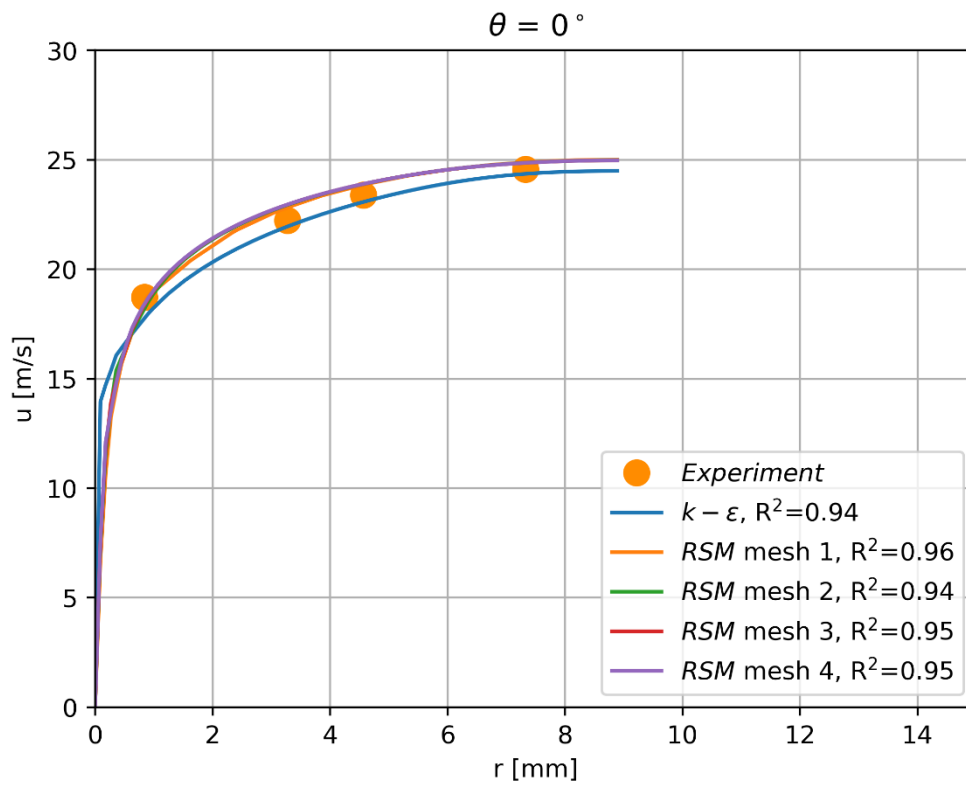
Obr. A16: Smykové napětí u stěny, $Re = 85480$, $P/D = 1,50$



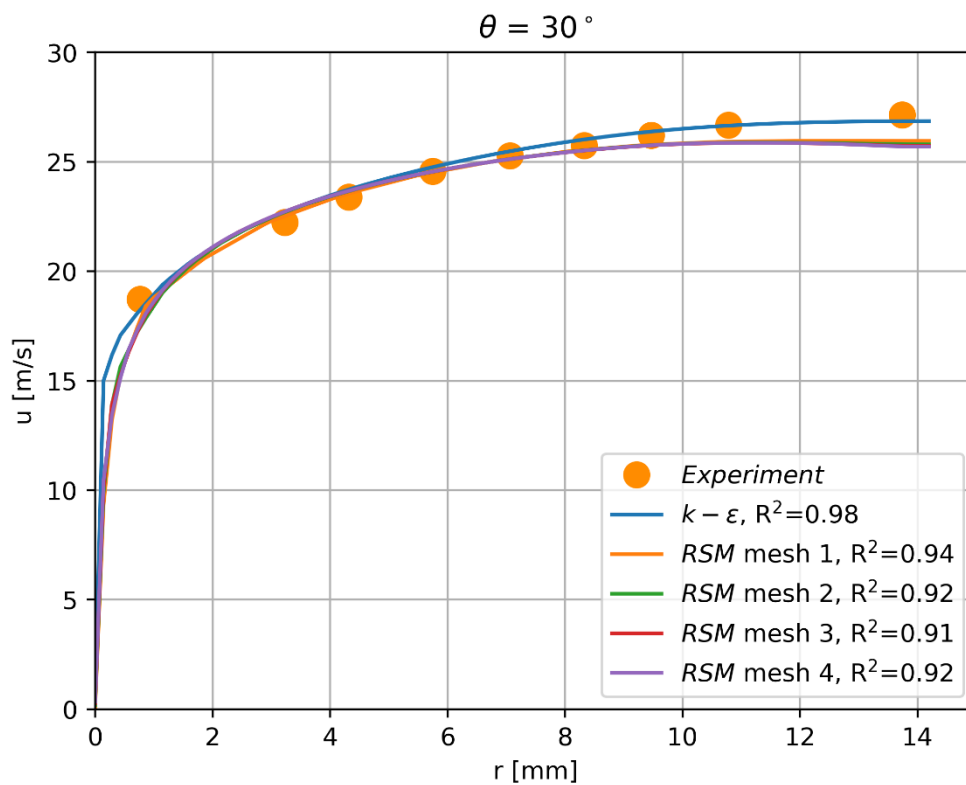
Obr. A17: Axiální rychlostní pole, $Re = 72490$, $P/D = 1,35$



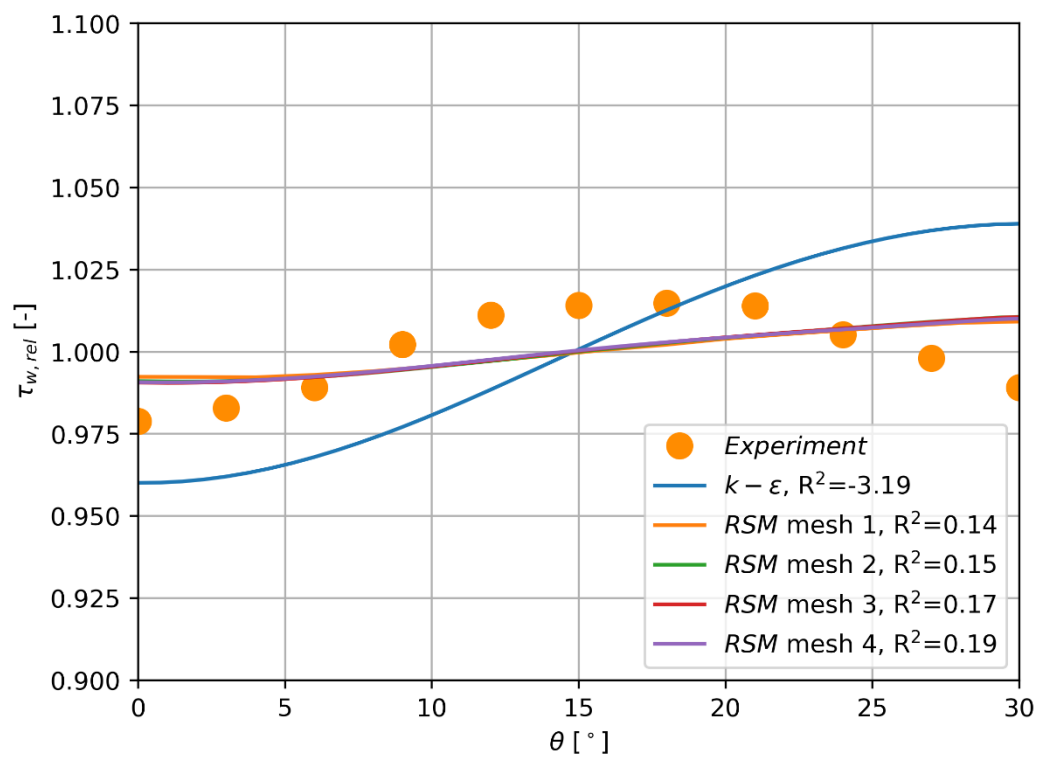
Obr. A18: Sekundární proudění, $Re = 72490$, $P/D = 1,35$



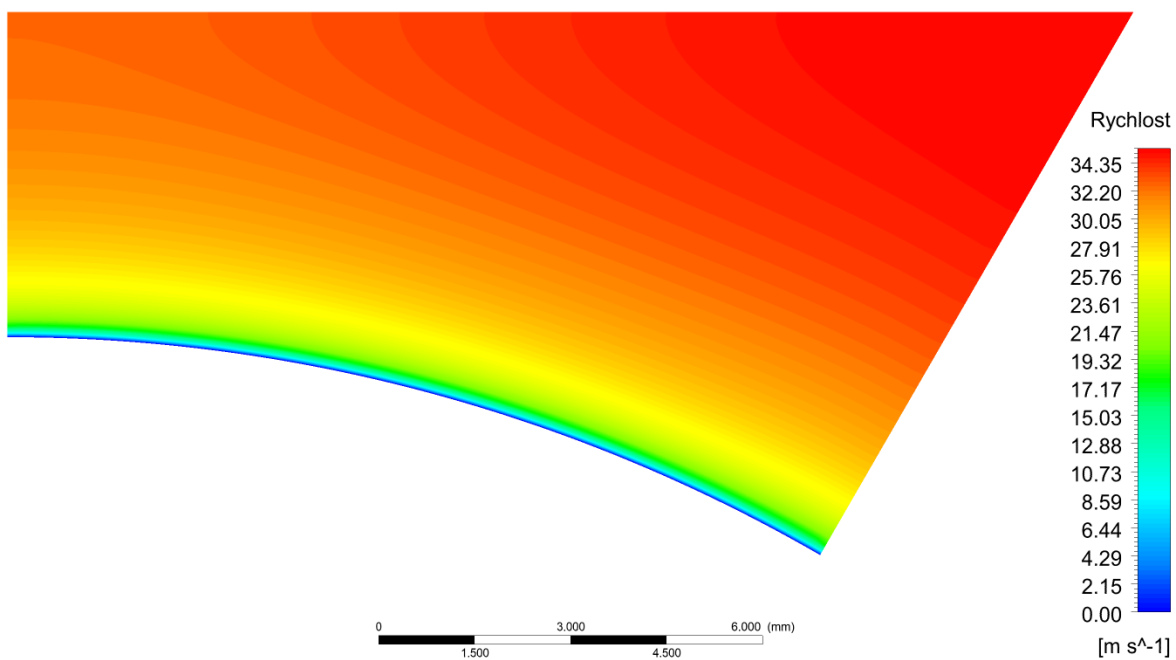
Obr. A19: Axiální rychlost, $Re = 72490$, $P/D = 1,35$



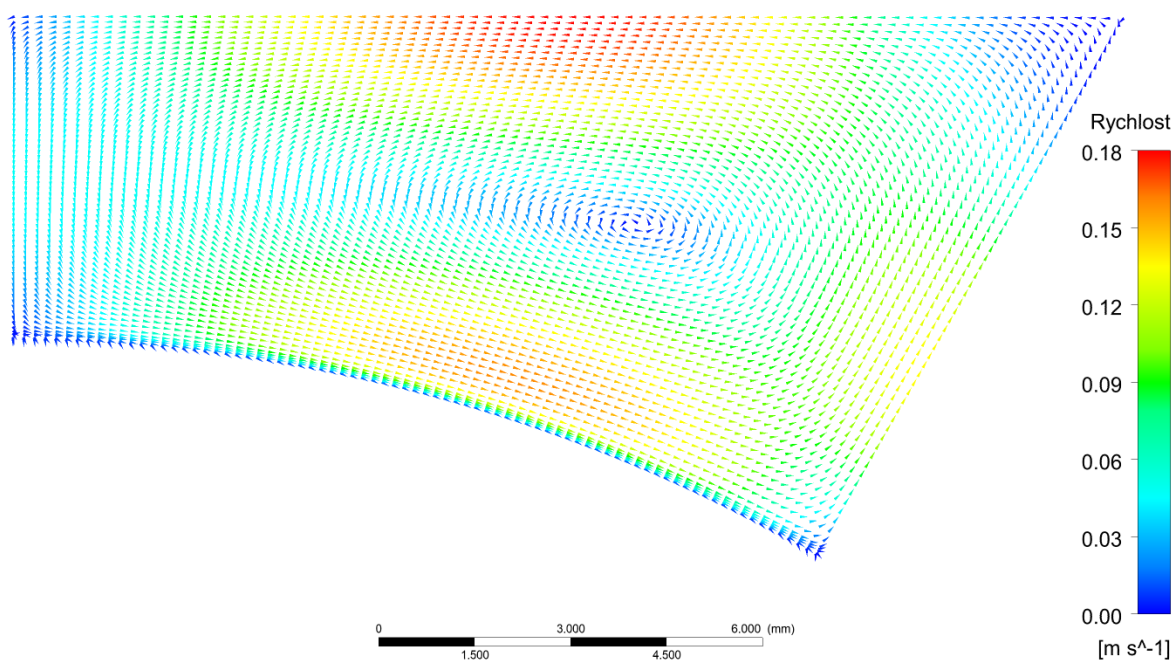
Obr. A20: Axiální rychlost, $Re = 72490$, $P/D = 1,35$



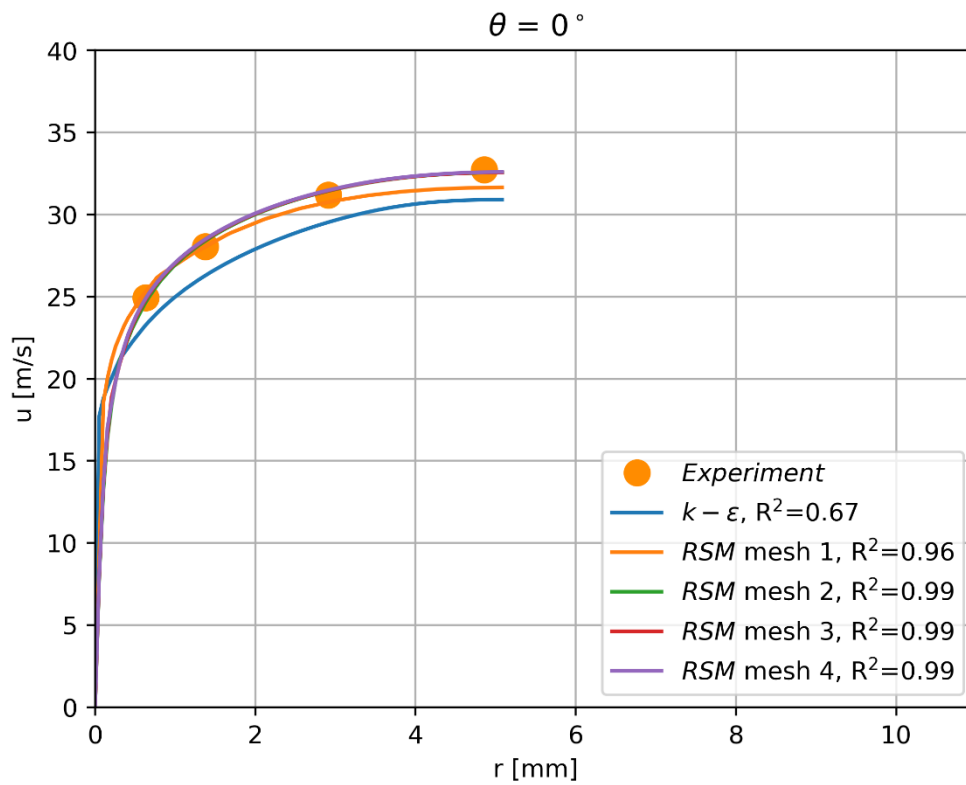
Obr. A21: Smykové napětí u stěny, $Re = 72490$, $P/D = 1,35$



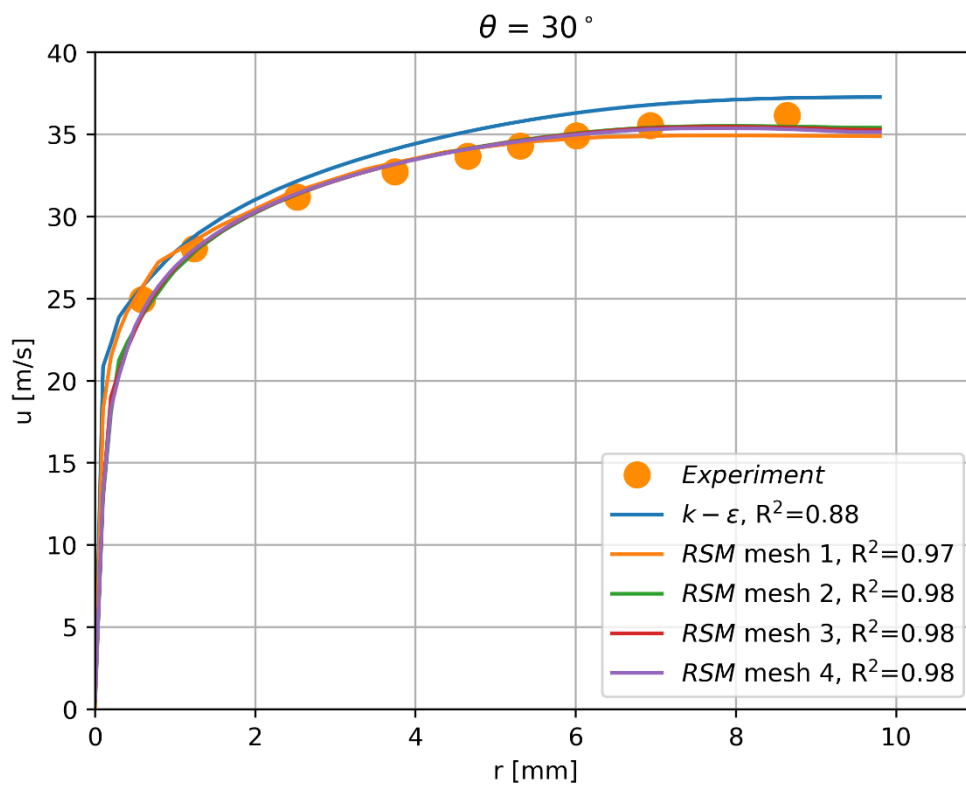
Obr. A22: Axiální rychlostní pole, $Re = 56020$, $P/D = 1,20$



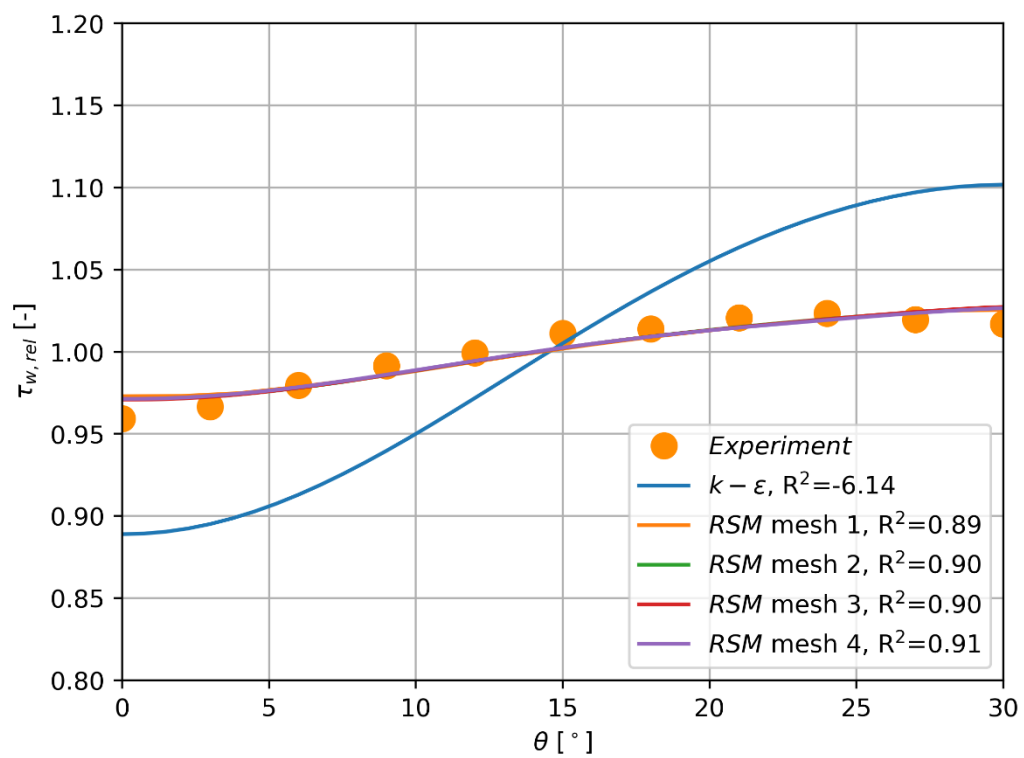
Obr. A23: Sekundární proudění, $Re = 56020$, $P/D = 1,20$



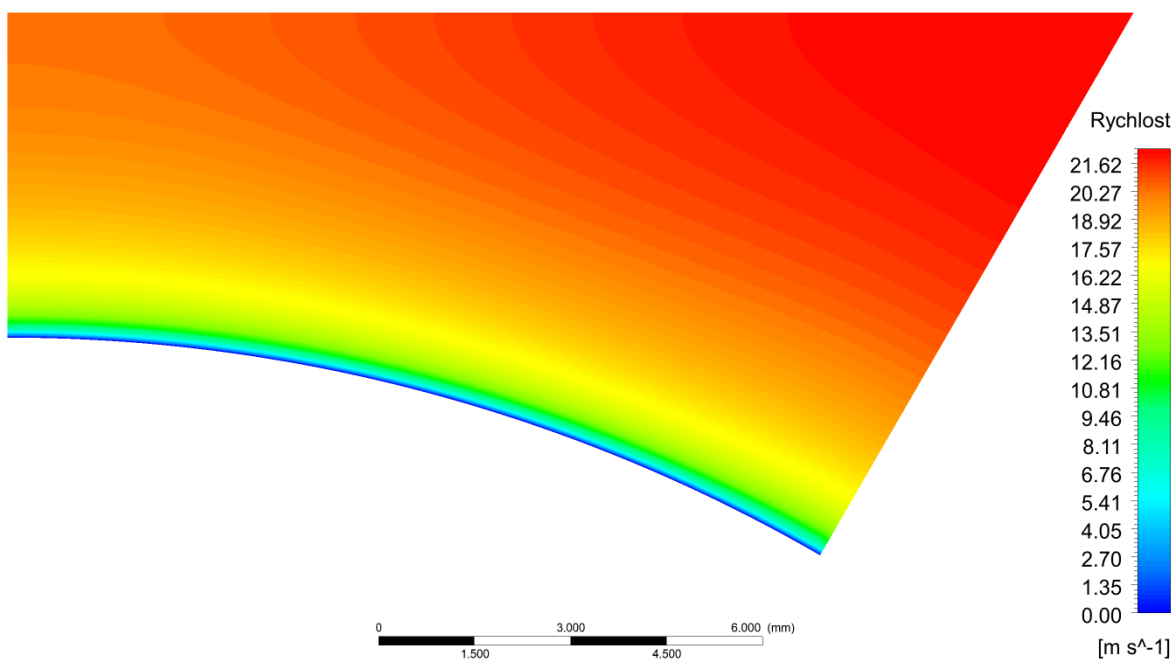
Obr. A24: Axiální rychlost, $Re = 56020$, $P/D = 1,20$



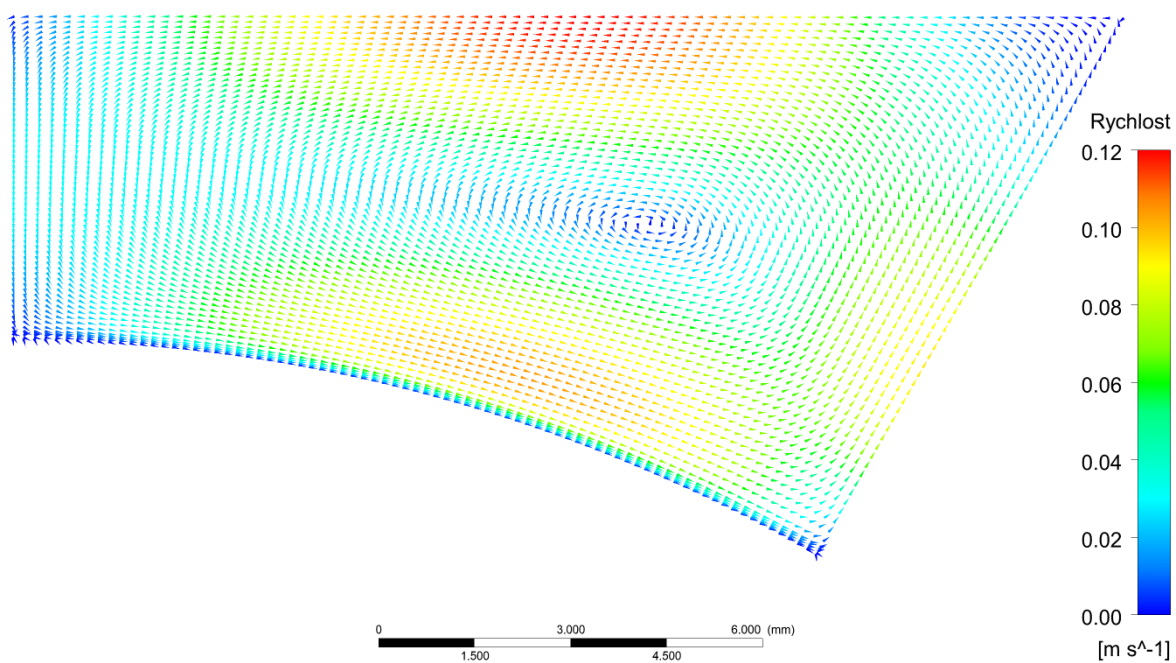
Obr. A25: Axiální rychlost, $Re = 56020$, $P/D = 1,20$



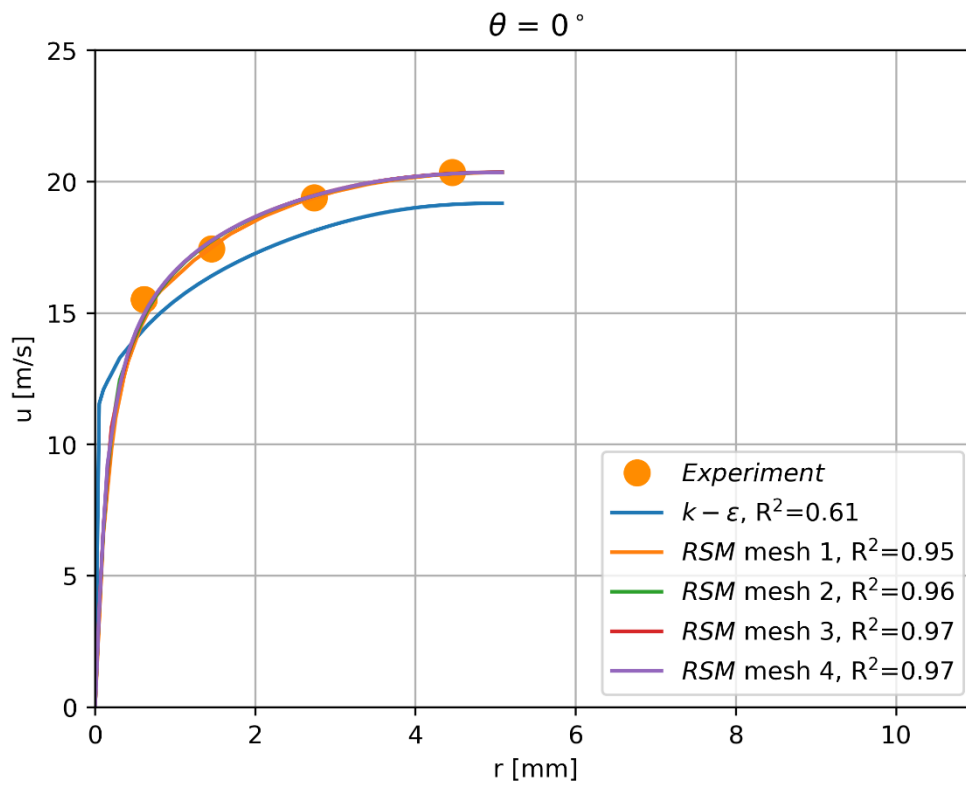
Obr. A26: Smykové napětí u stěny, $Re = 56020$, $P/D = 1,20$



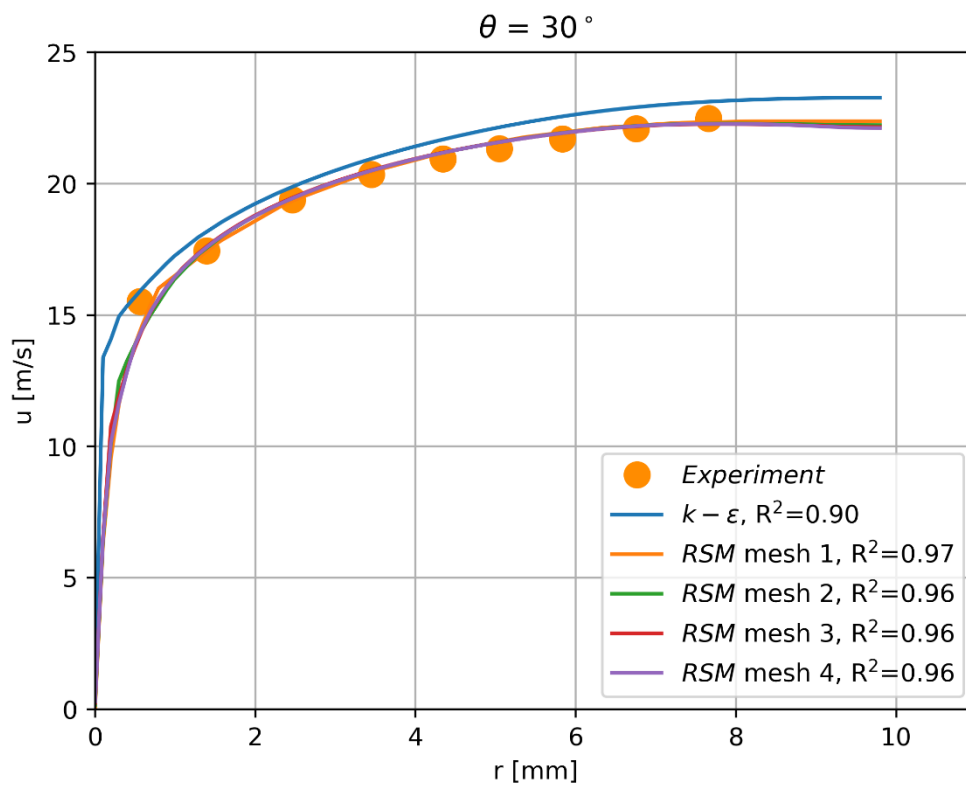
Obr. A27: Axiální rychlostní pole, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



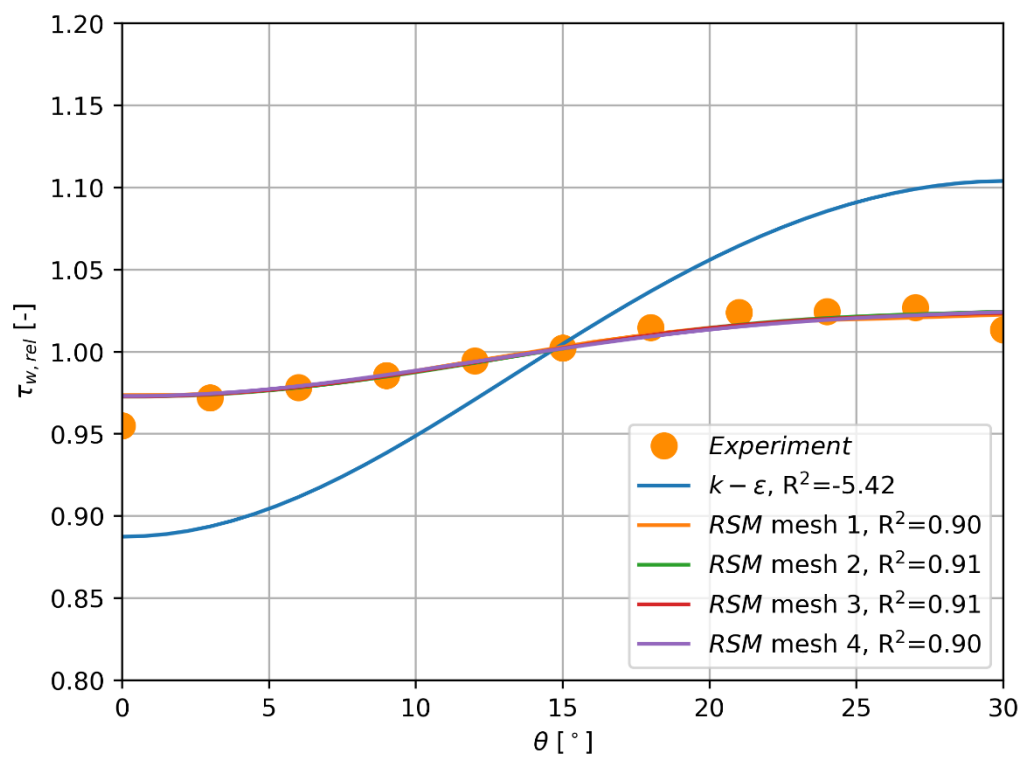
Obr. A28: Sekundární proudění, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



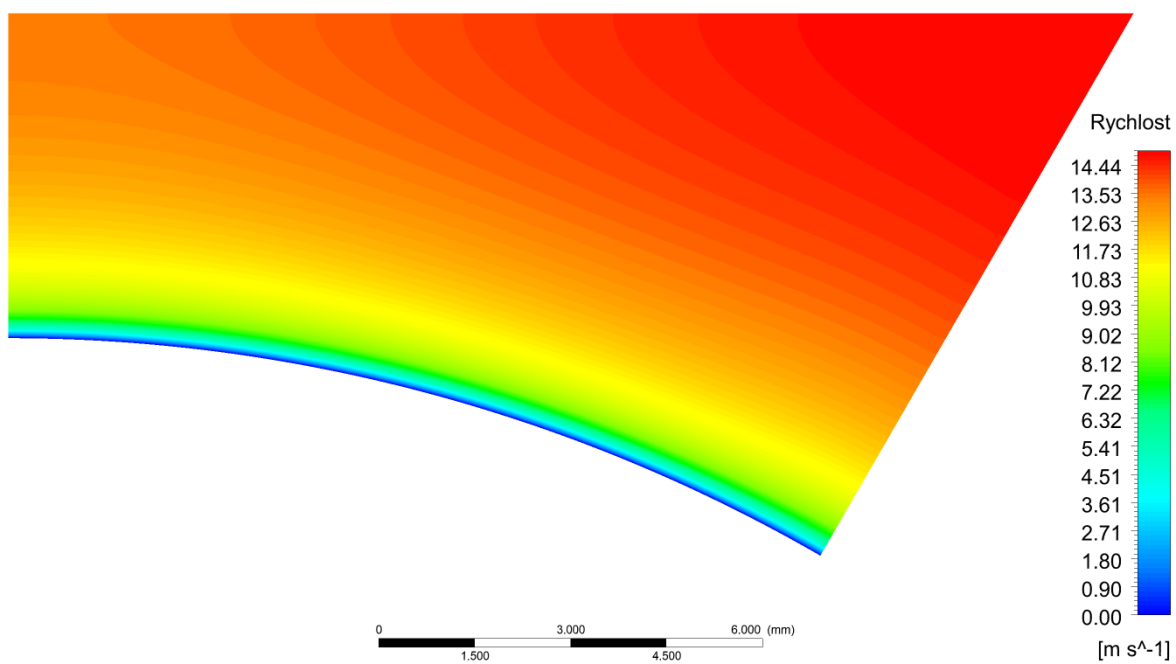
Obr. A29: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



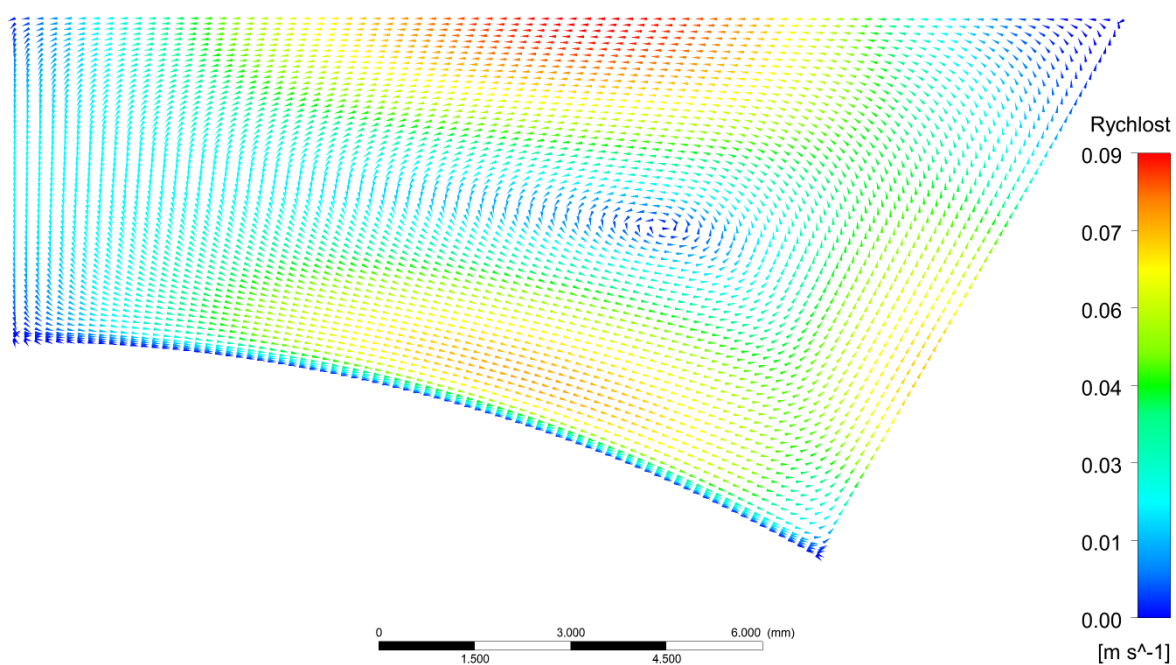
Obr. A30: Axiální rychlost, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



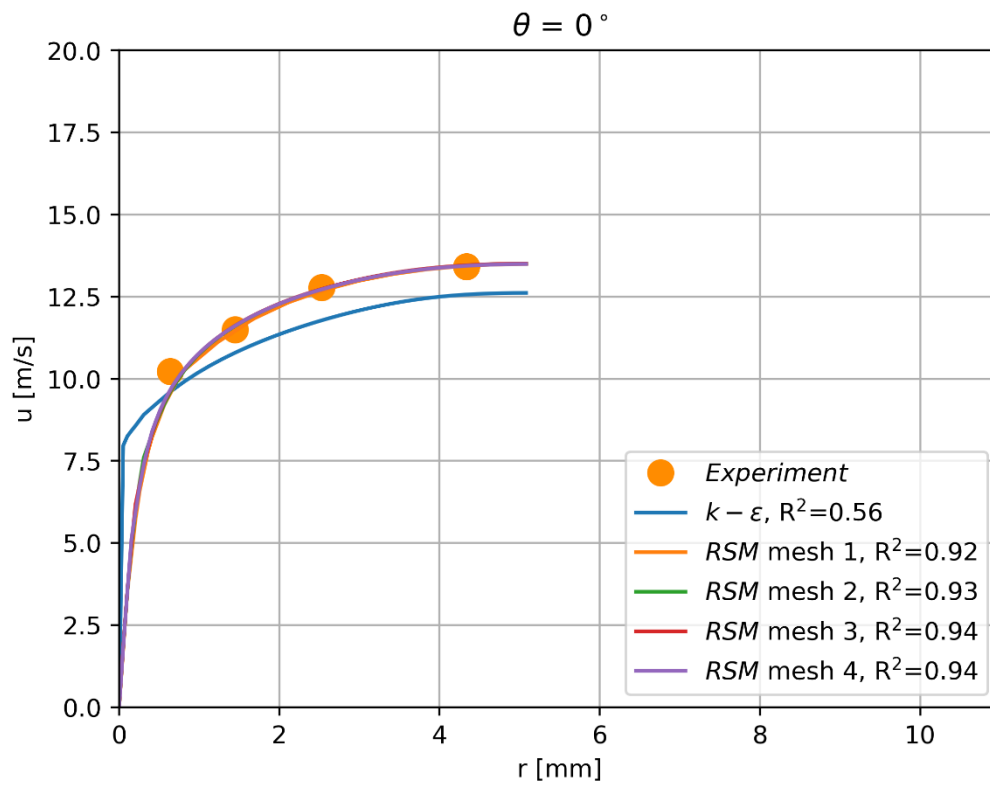
Obr. A31: Smykové napětí u stěny, $Re = 35570$, $P/D = 1,20$



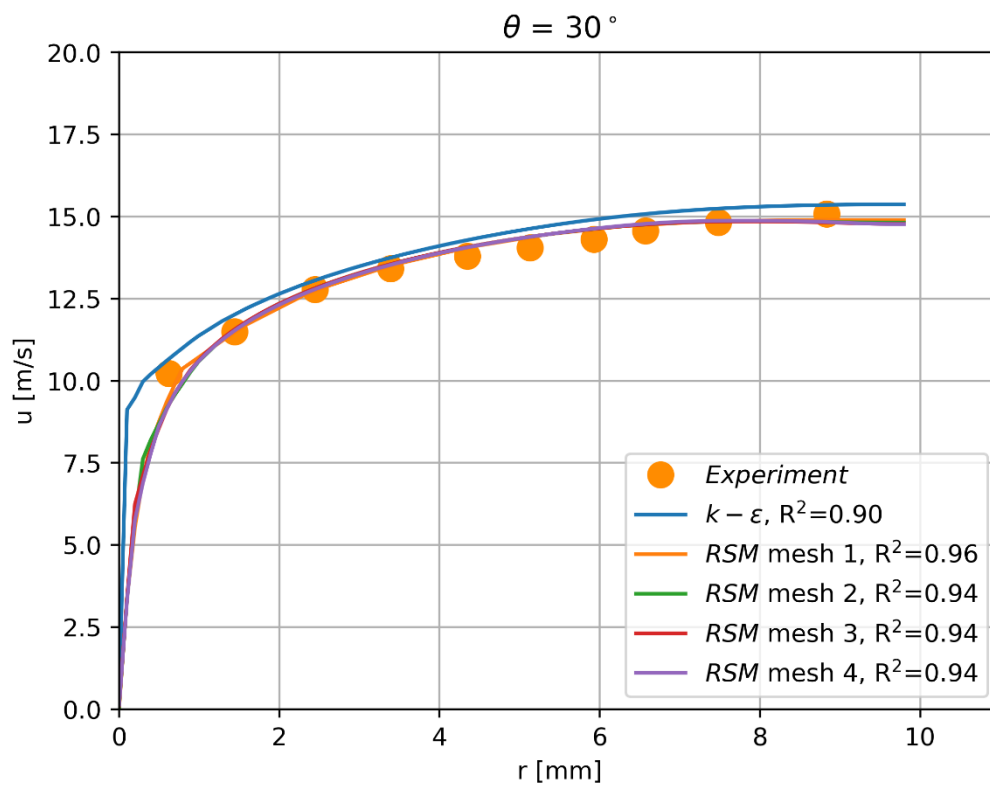
Obr. A32: Axiální rychlostní pole, $Re = 23760$, $P/D = 1,20$



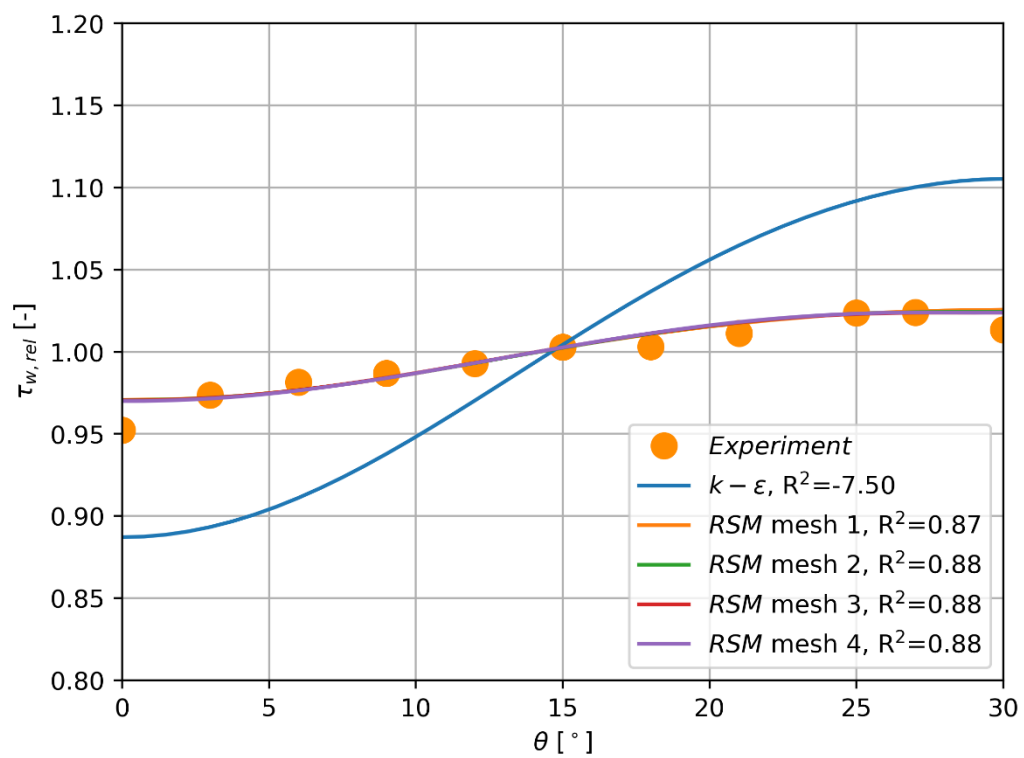
Obr. A33: Sekundární proudění, $Re = 23760$, $P/D = 1,20$



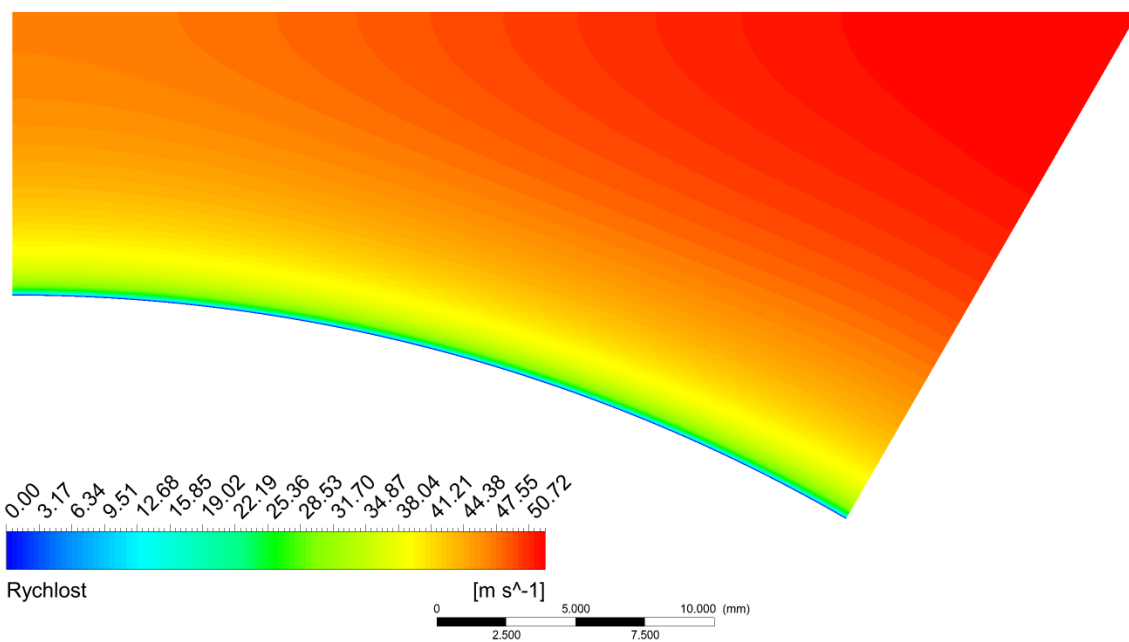
Obr. A34: Axiální rychlost, $Re = 23760$, $P/D = 1,20$



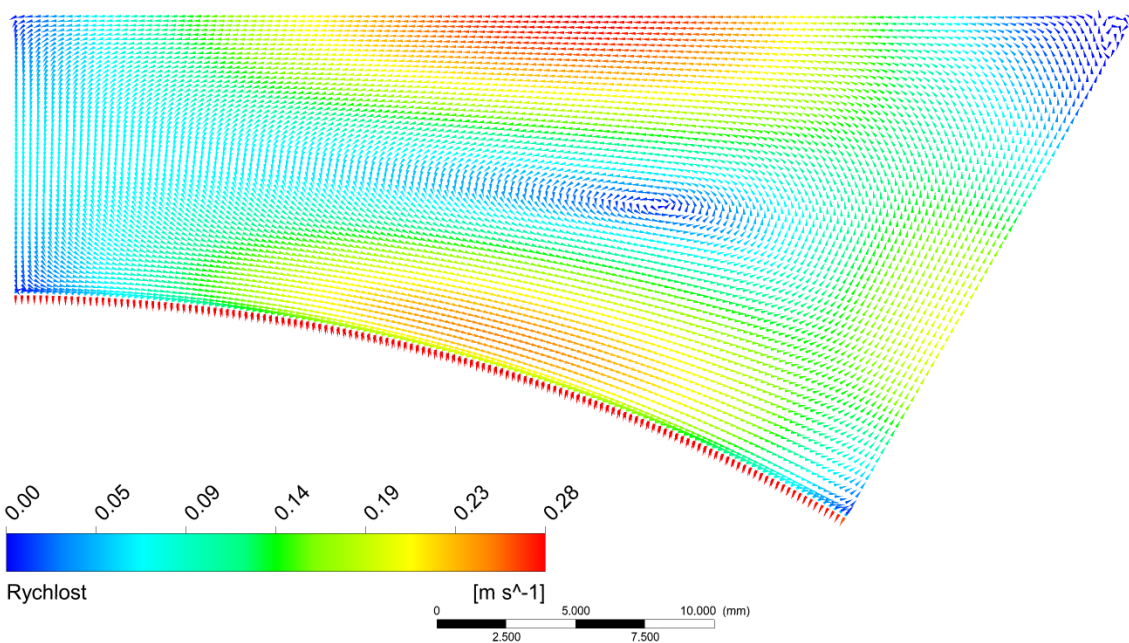
Obr. A35: Axiální rychlost, $Re = 23760$, $P/D = 1,20$



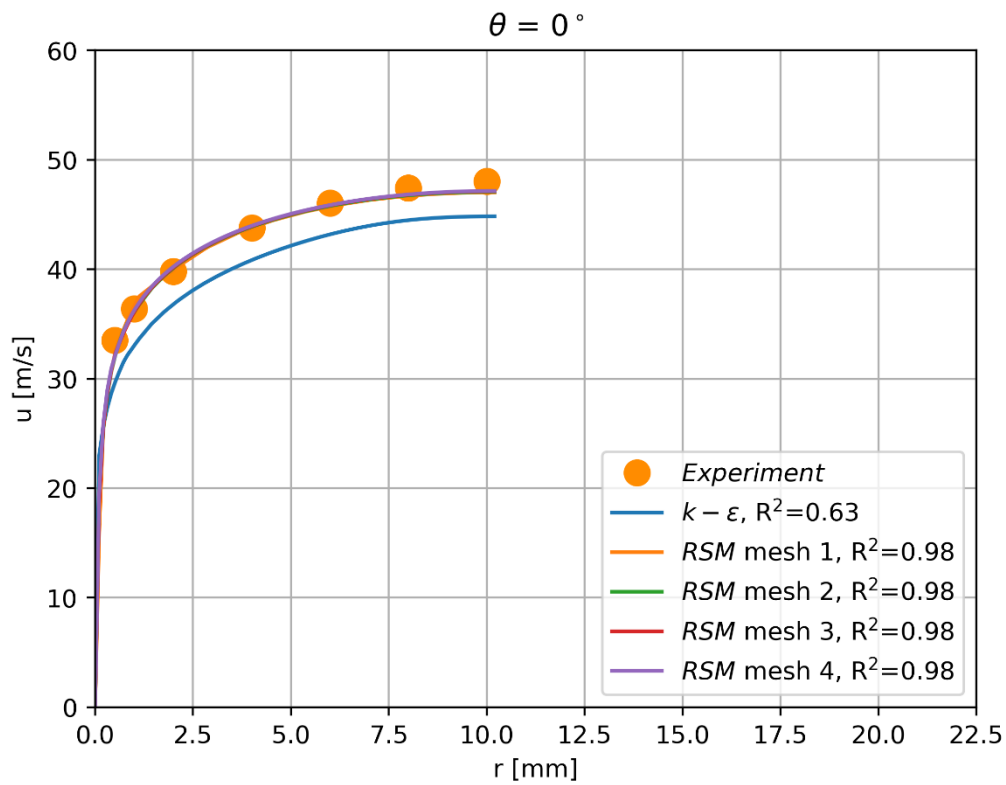
Obr. A36: Smykové napětí u stěny, $Re = 23760$, $P/D = 1,20$



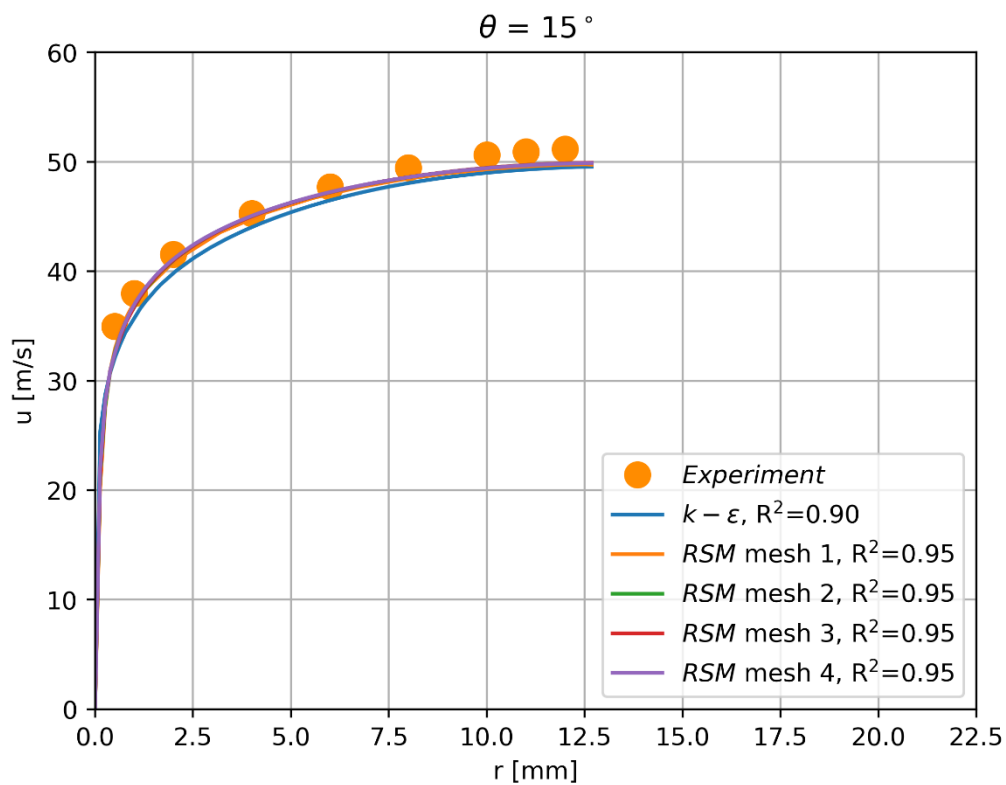
Obr. A37: Axiální rychlostní pole, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



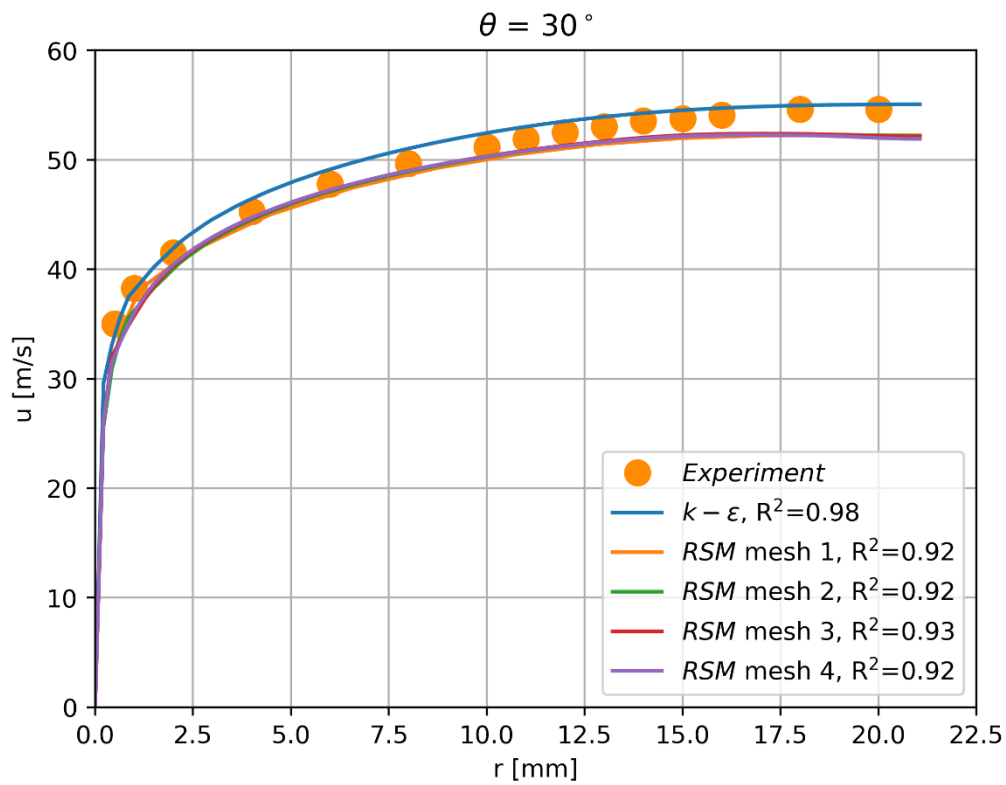
Obr. A38: Sekundární proudění, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



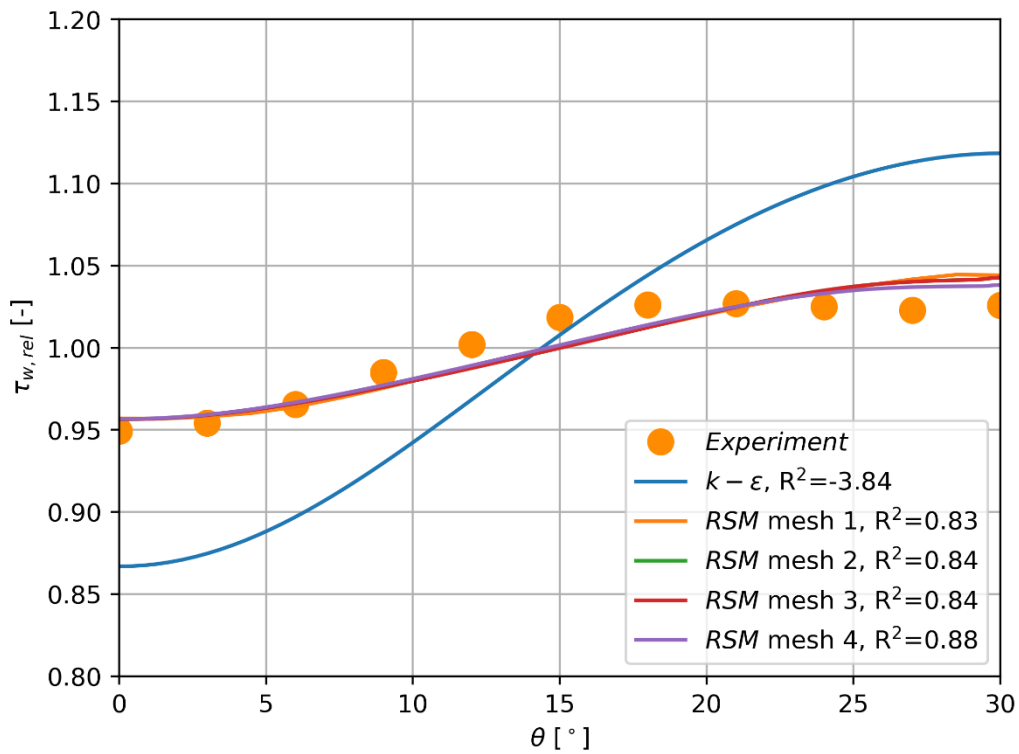
Obr. A39: Axiální rychlost, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



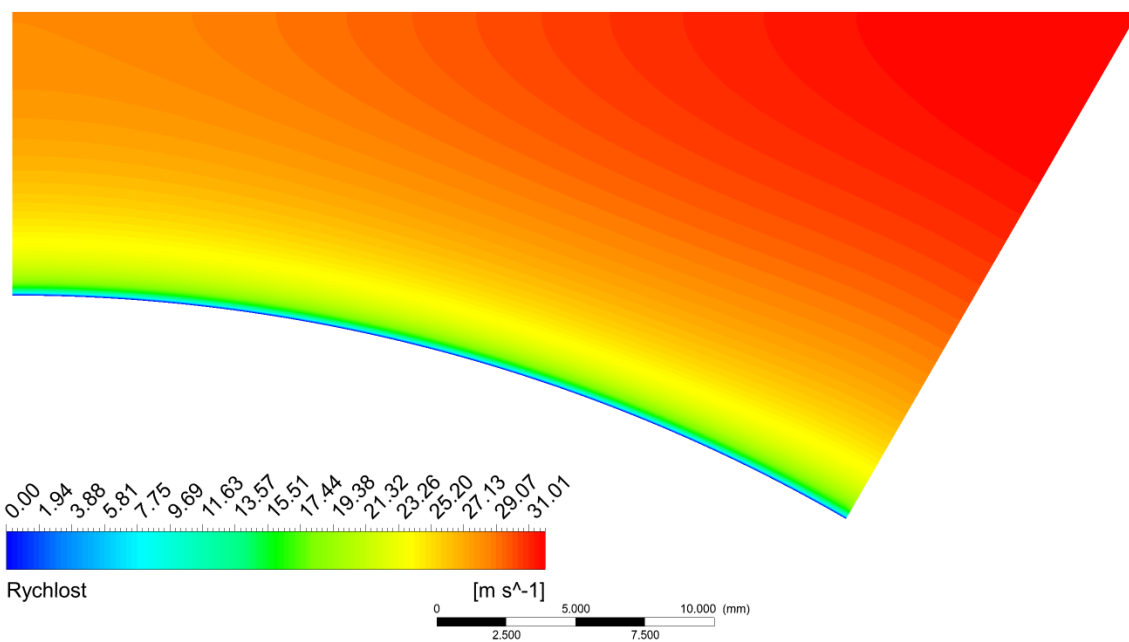
Obr. A40: Axiální rychlost, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



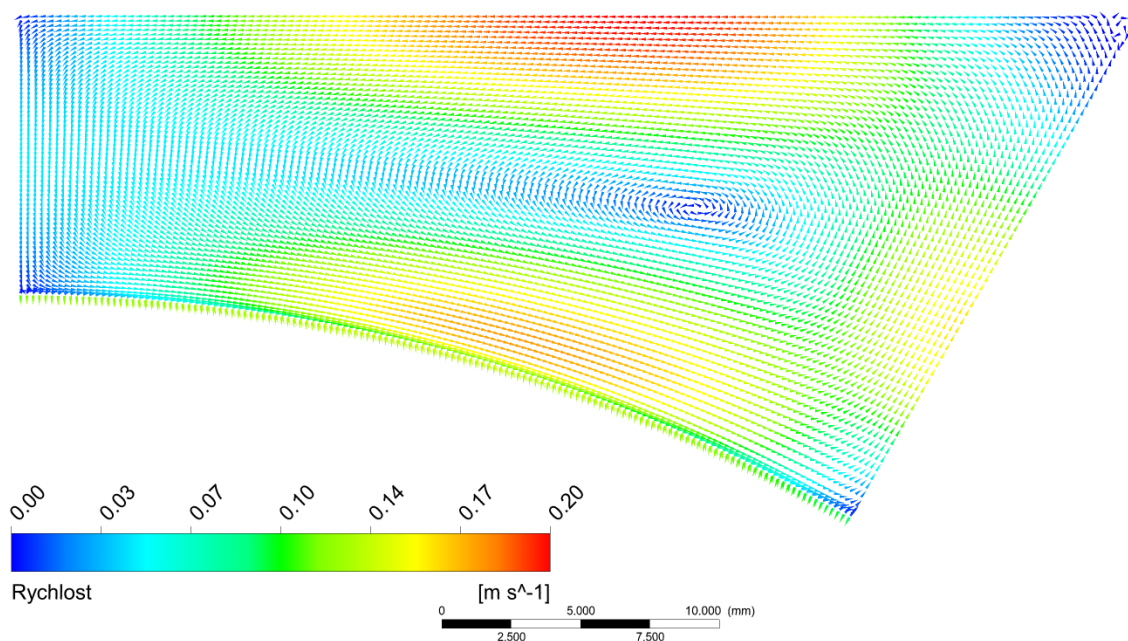
Obr. A41: Axiální rychlost, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



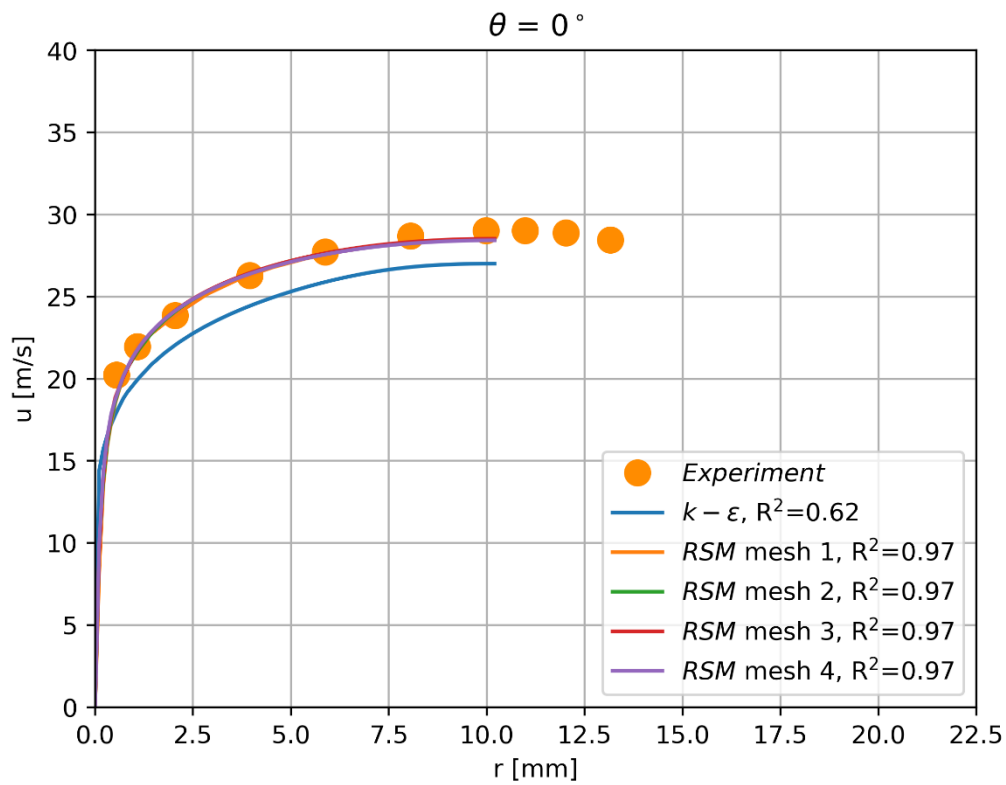
Obr. A42: Smykové napětí u stěny, $Re = 181200$, $P/D = 1,17$



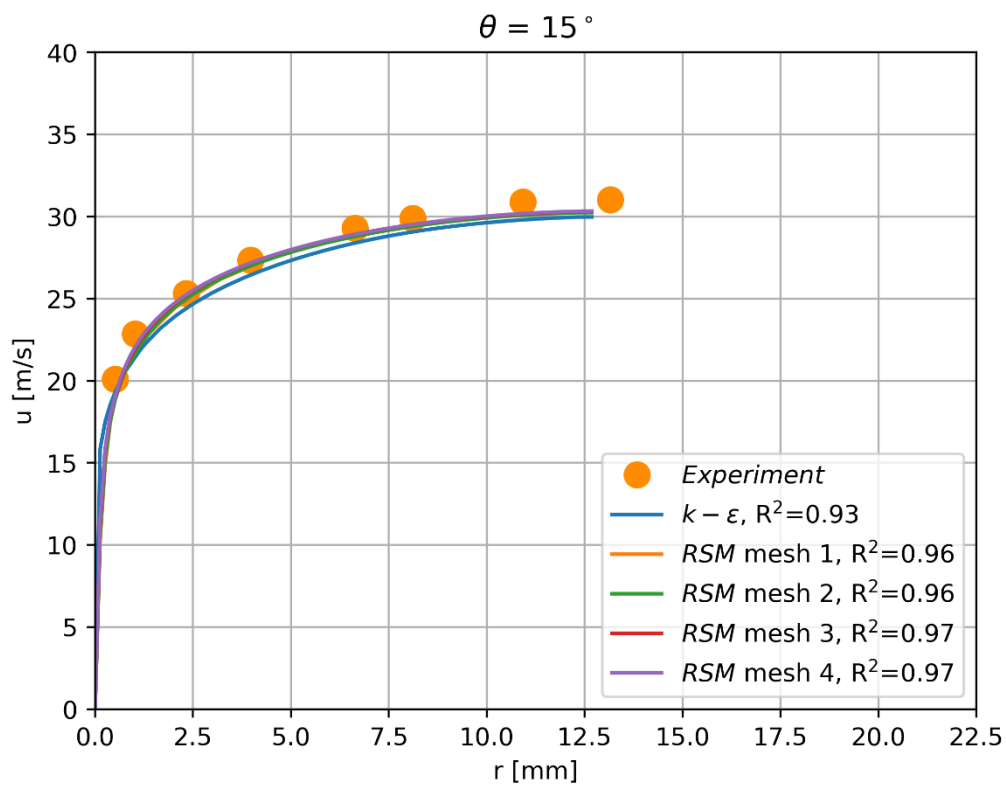
Obr. A43: Axiální rychlostní pole, Re = 109400, P/D = 1,17



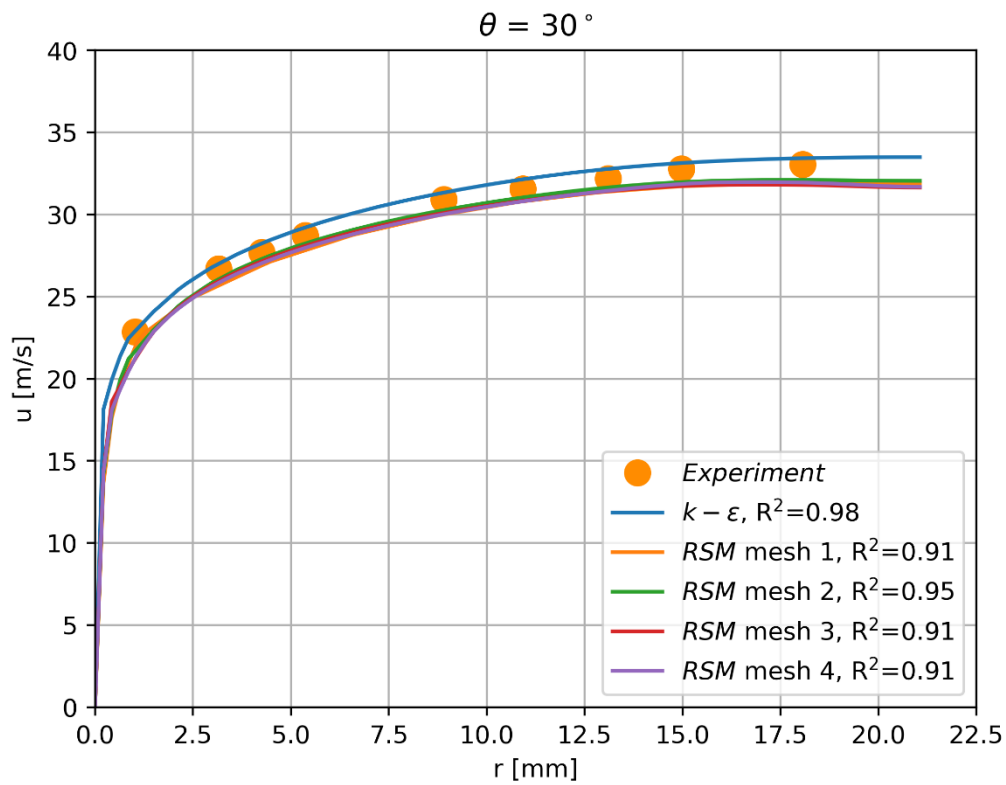
Obr. A44: Sekundární proudění, Re = 109400, P/D = 1,17



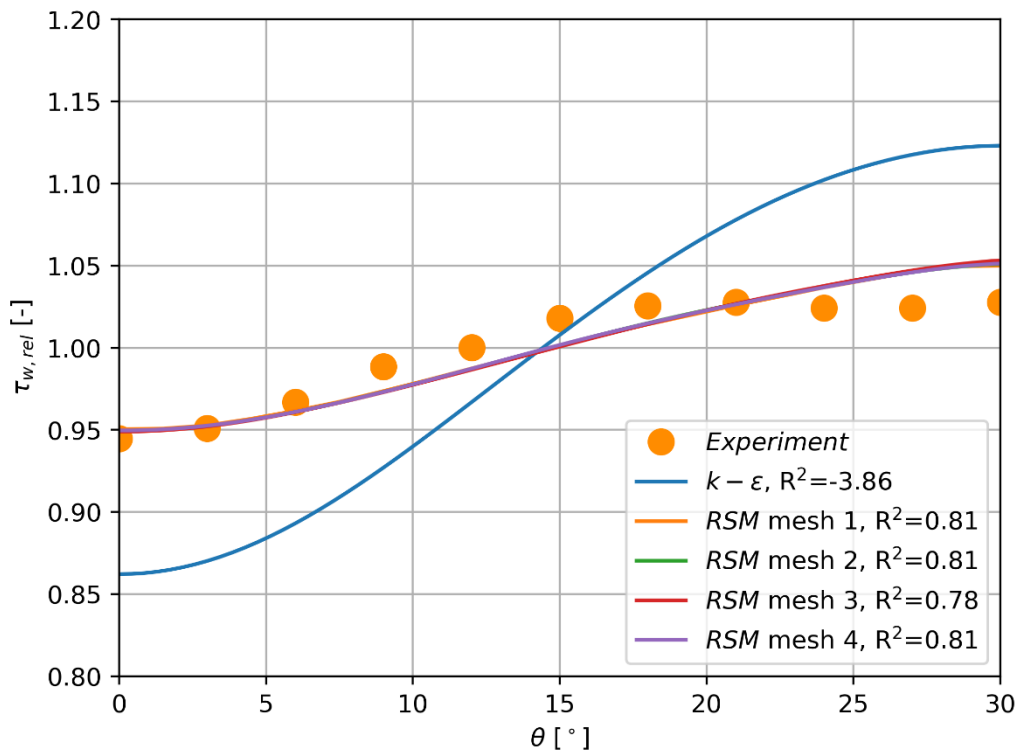
Obr. A45: Axiální rychlost, $Re = 109400$, $P/D = 1,17$



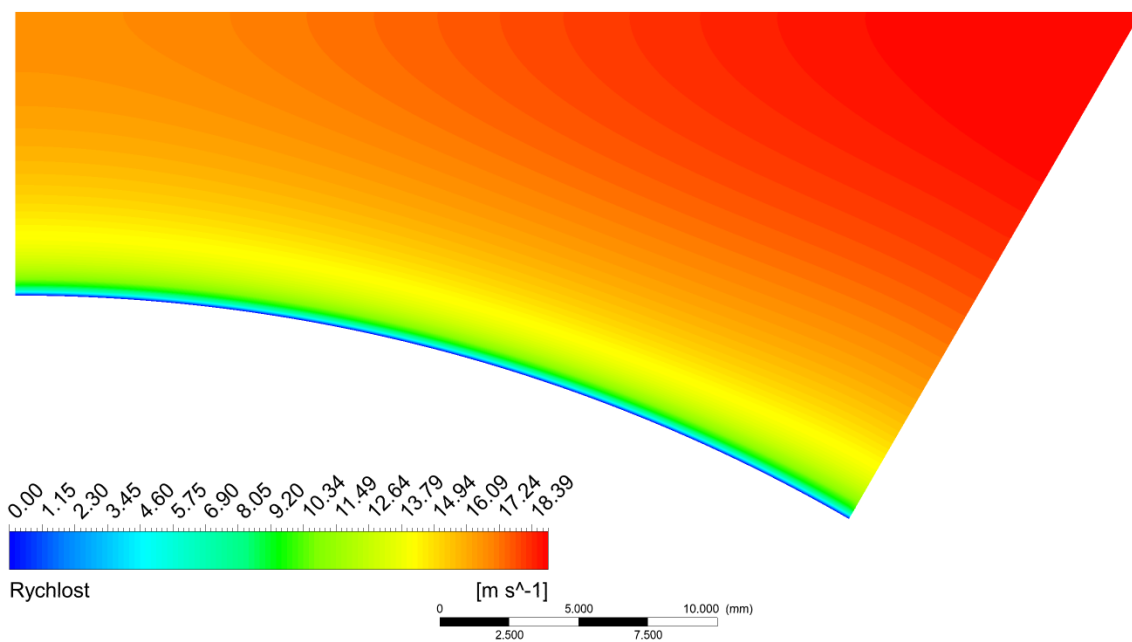
Obr. A46: Axiální rychlost, $Re = 109400$, $P/D = 1,17$



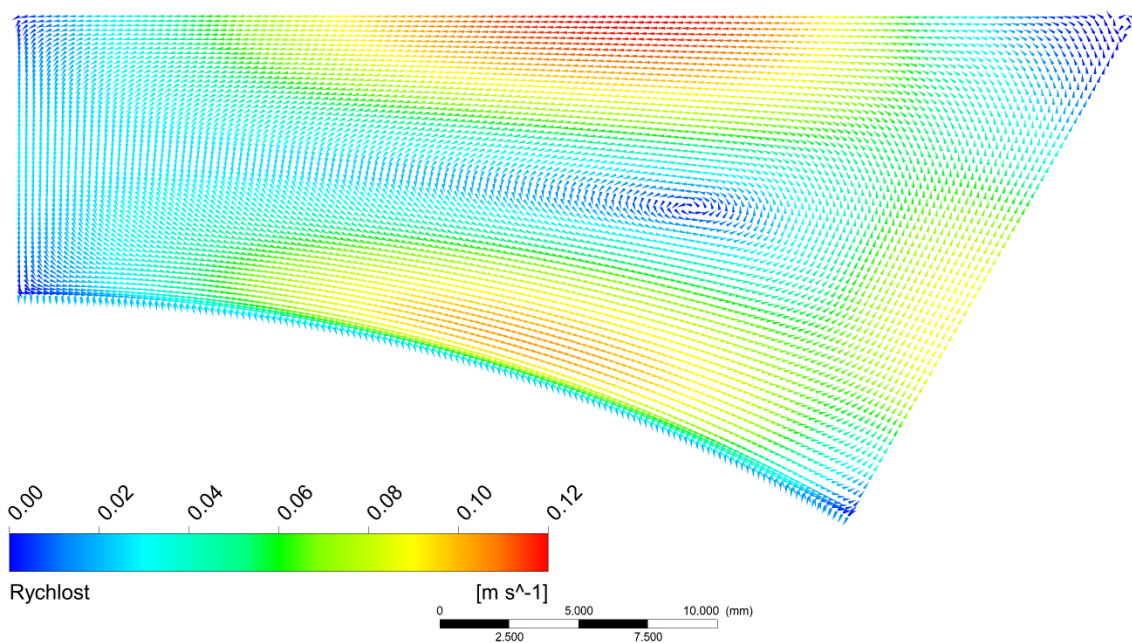
Obr. A47: Axiální rychlost, $Re = 109400$, $P/D = 1,17$



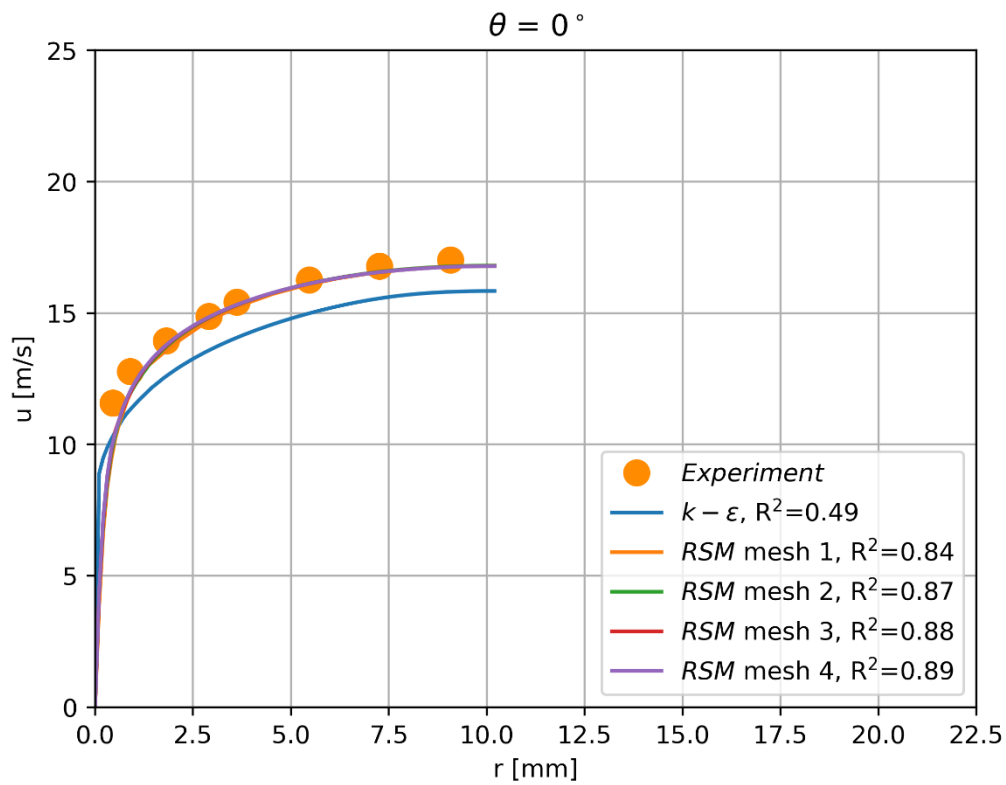
Obr. A48: Smykové napětí u stěny, $Re = 109400$, $P/D = 1,17$



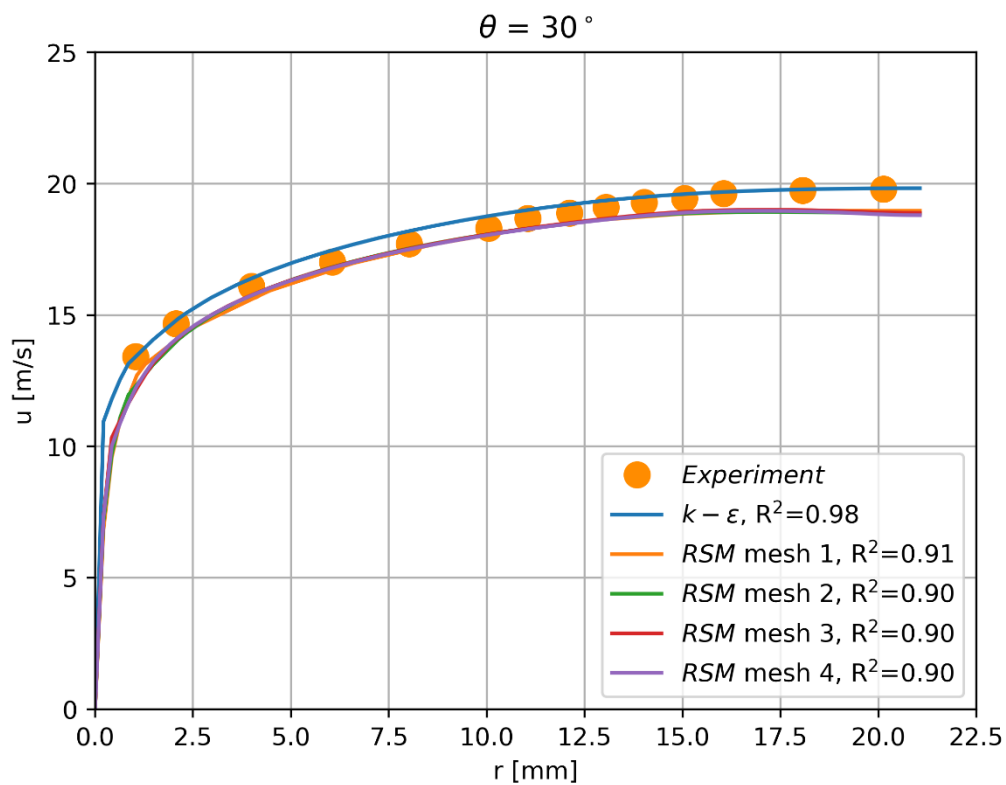
Obr. A49: Axiální rychlostní pole, $Re = 64300$, $P/D = 1,17$



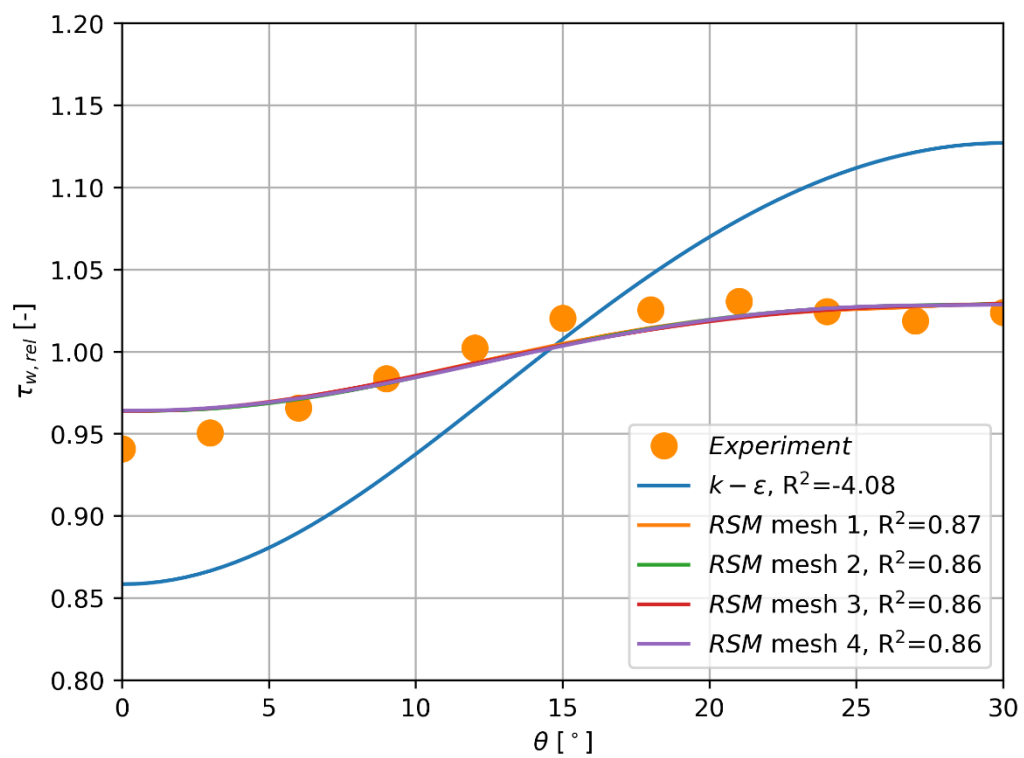
Obr. A50: Sekundární proudění, $Re = 64300$, $P/D = 1,17$



Obr. A51: Axiální rychlost, $Re = 64300$, $P/D = 1,17$

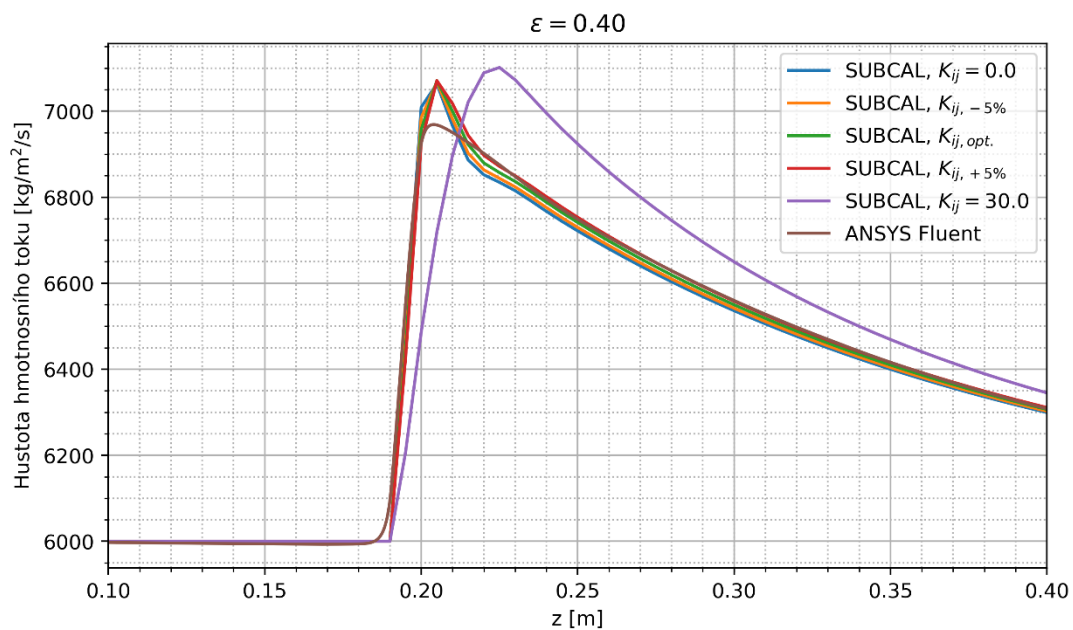


Obr. A52: Axiální rychlost, $Re = 64300$, $P/D = 1,17$

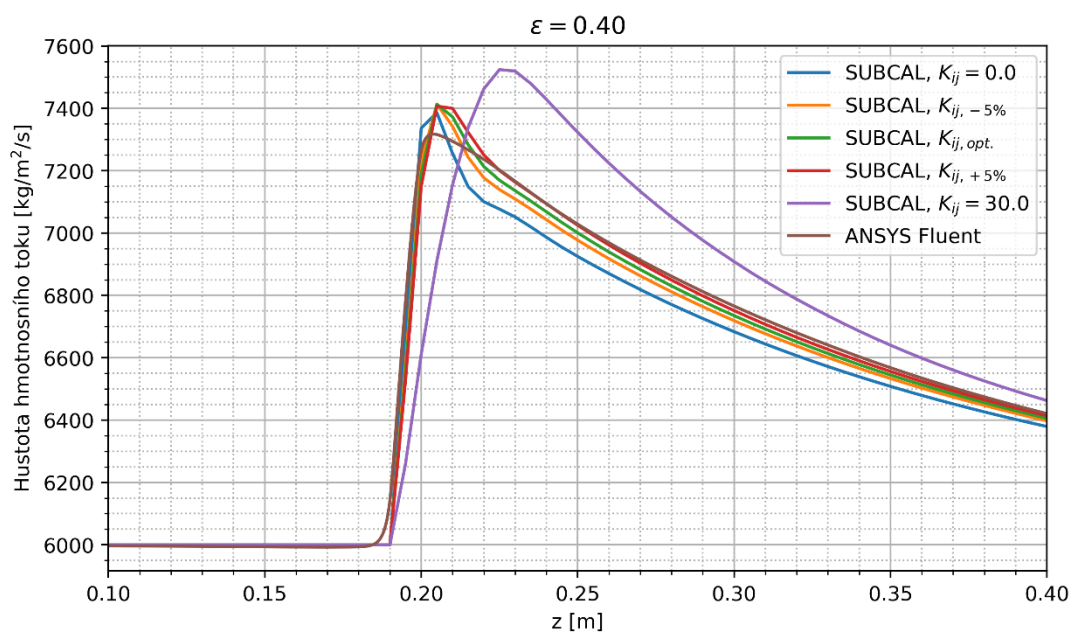


Obr. A53: Smykové napětí u stěny, $Re = 64300$, $P/D = 1,17$

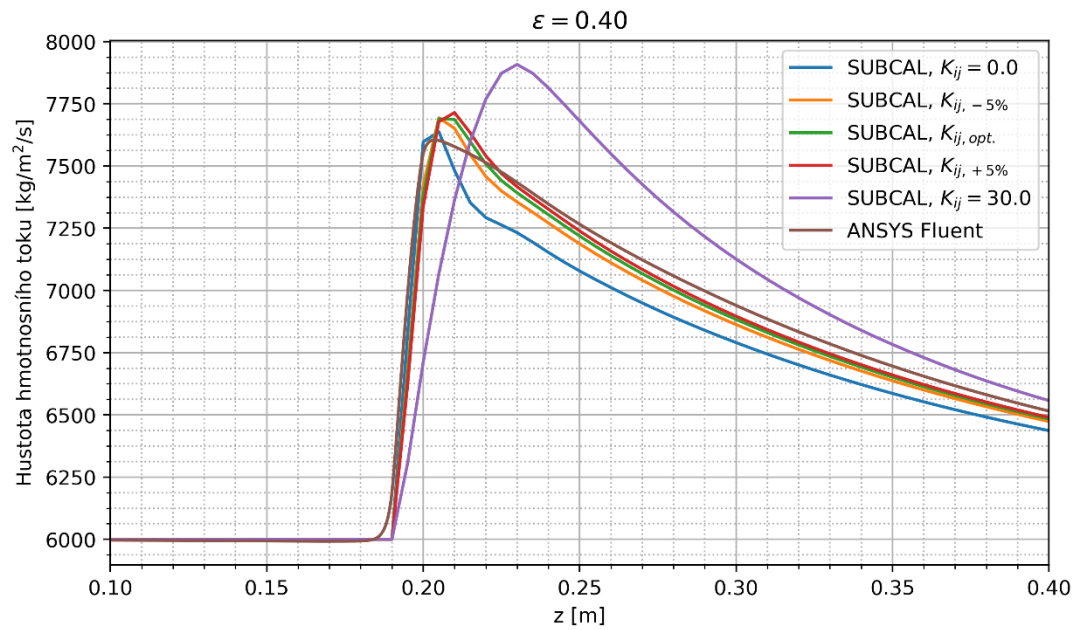
Příloha B



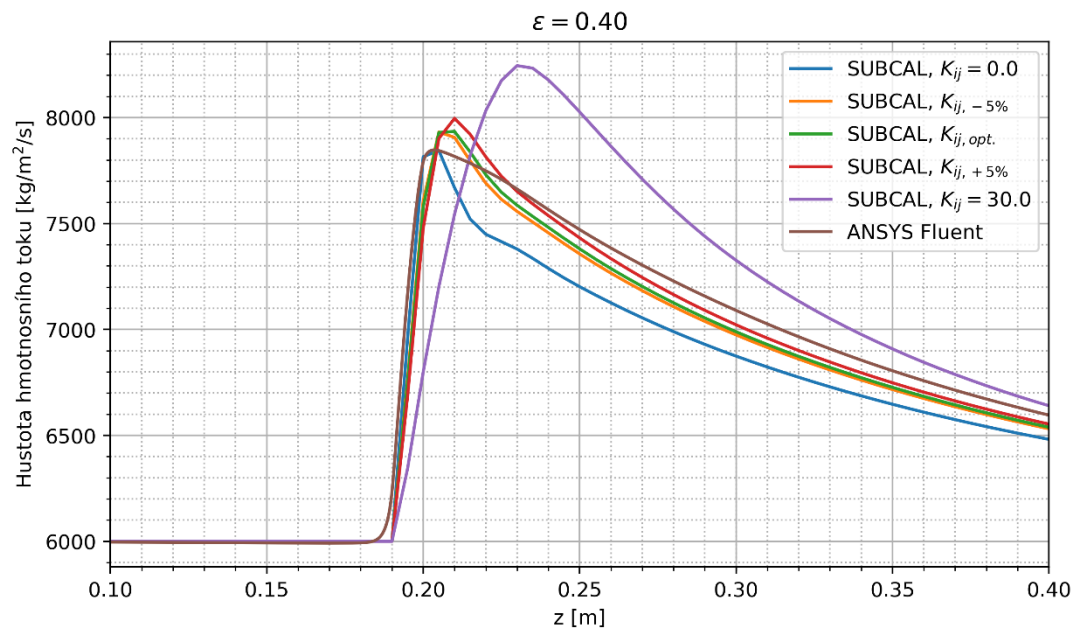
Obr. B1: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



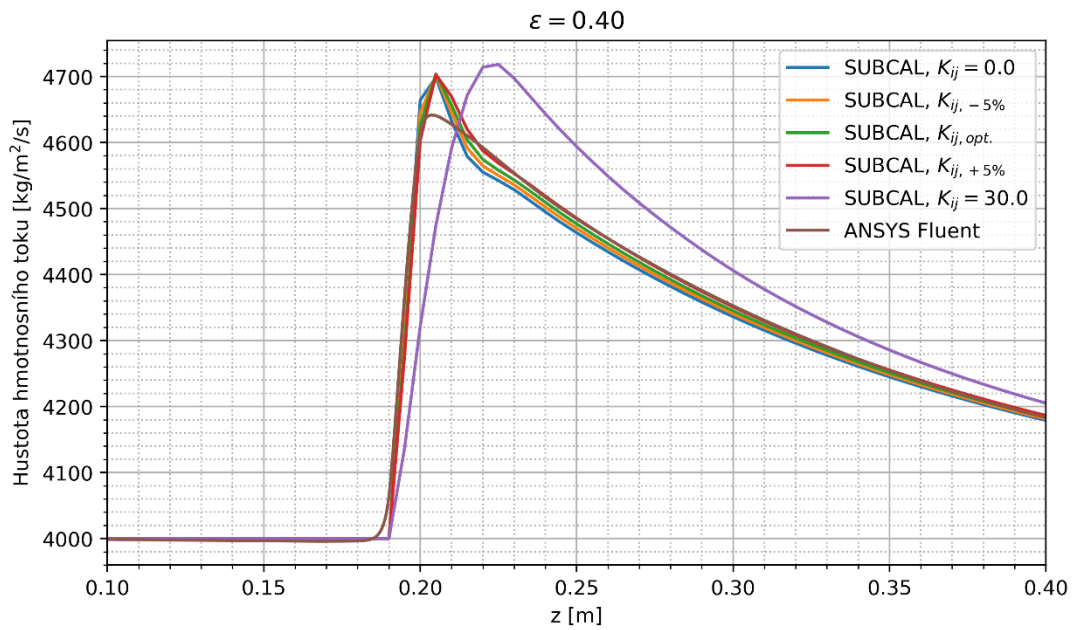
Obr. B2: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



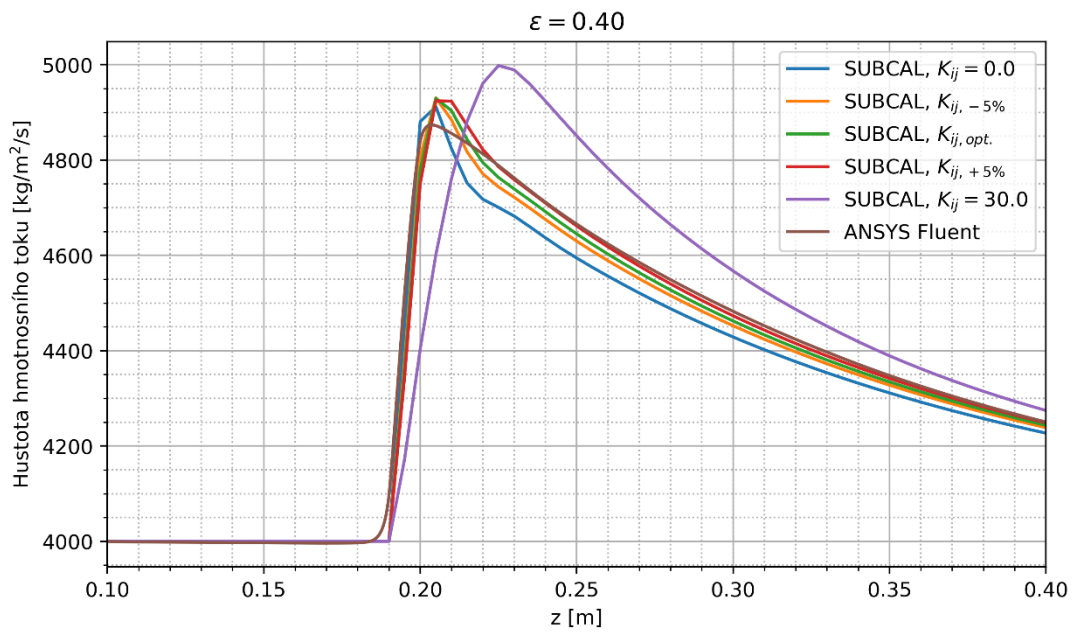
Obr. B3: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



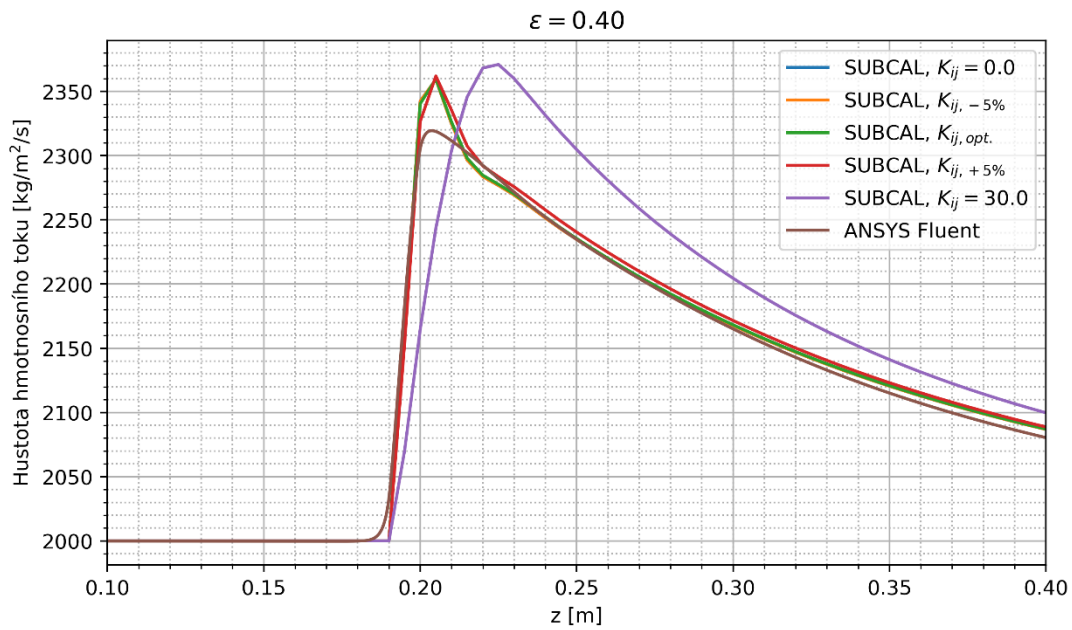
Obr. B4: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 250 \text{ m}^{-1}$



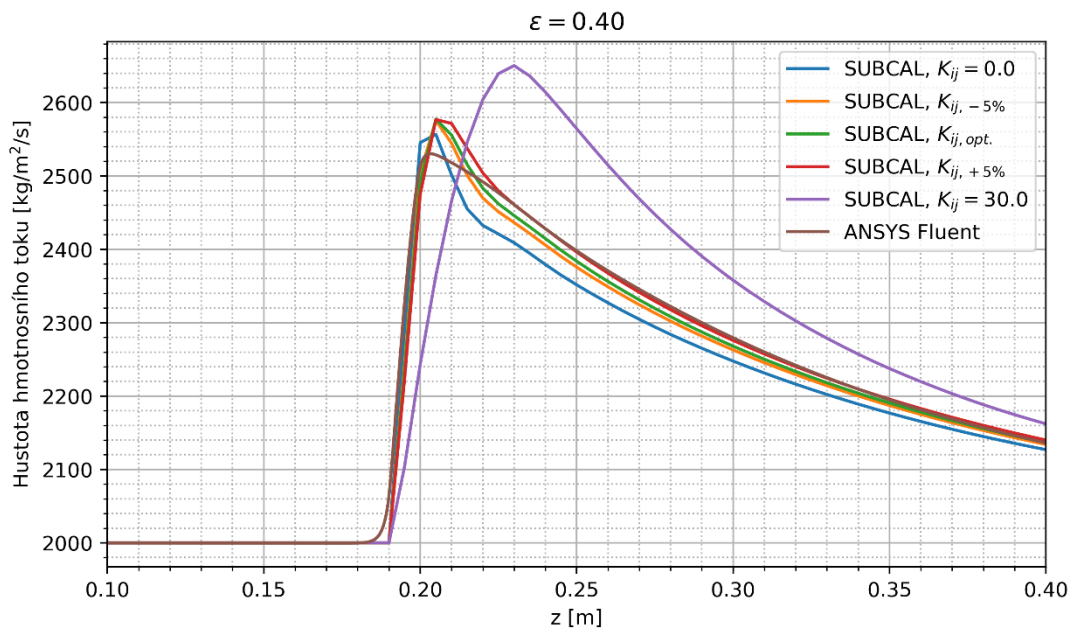
Obr. B5: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



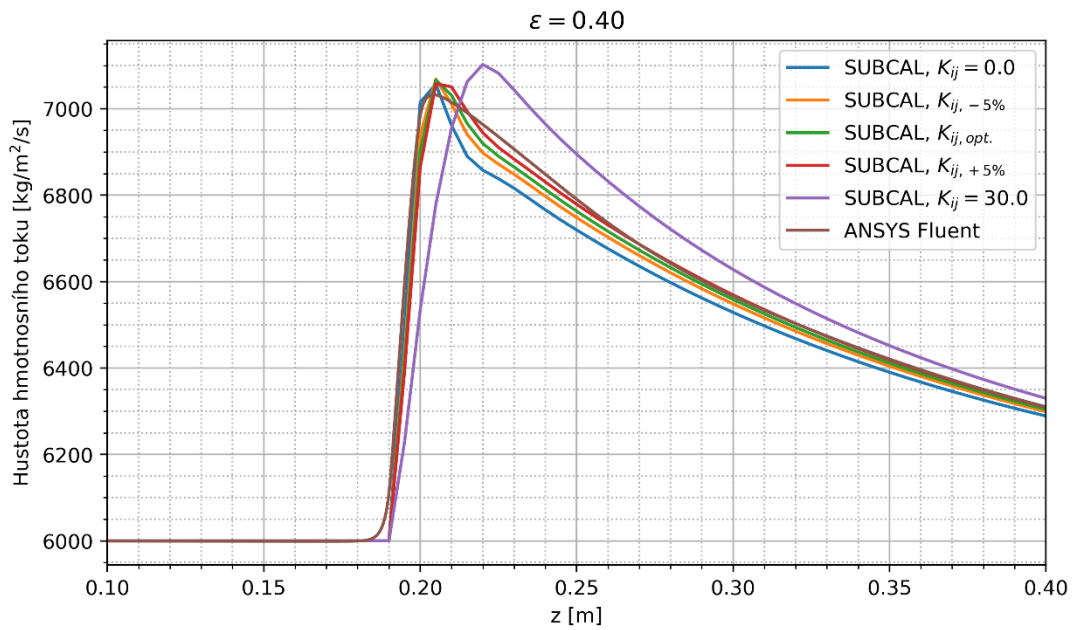
Obr. B6: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



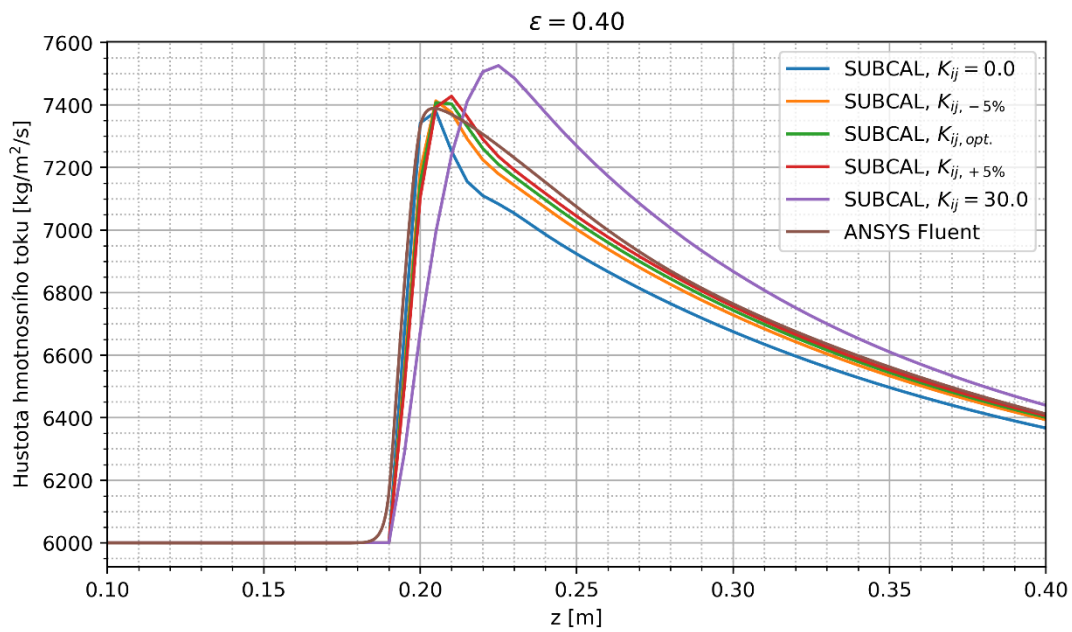
Obr. B7: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



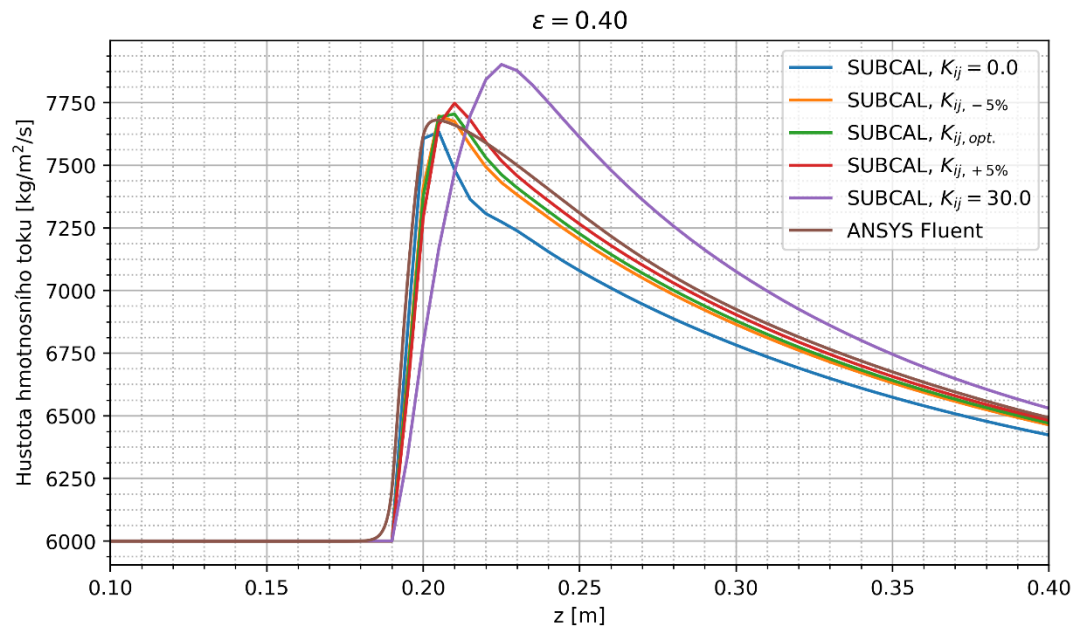
Obr. B8: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,1$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



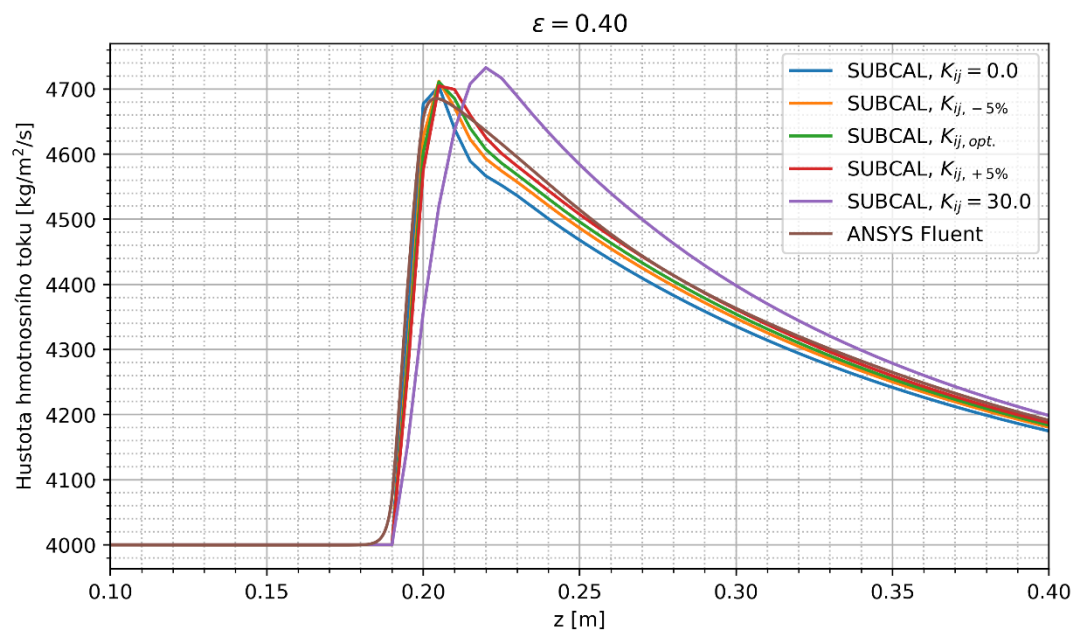
Obr. B9: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



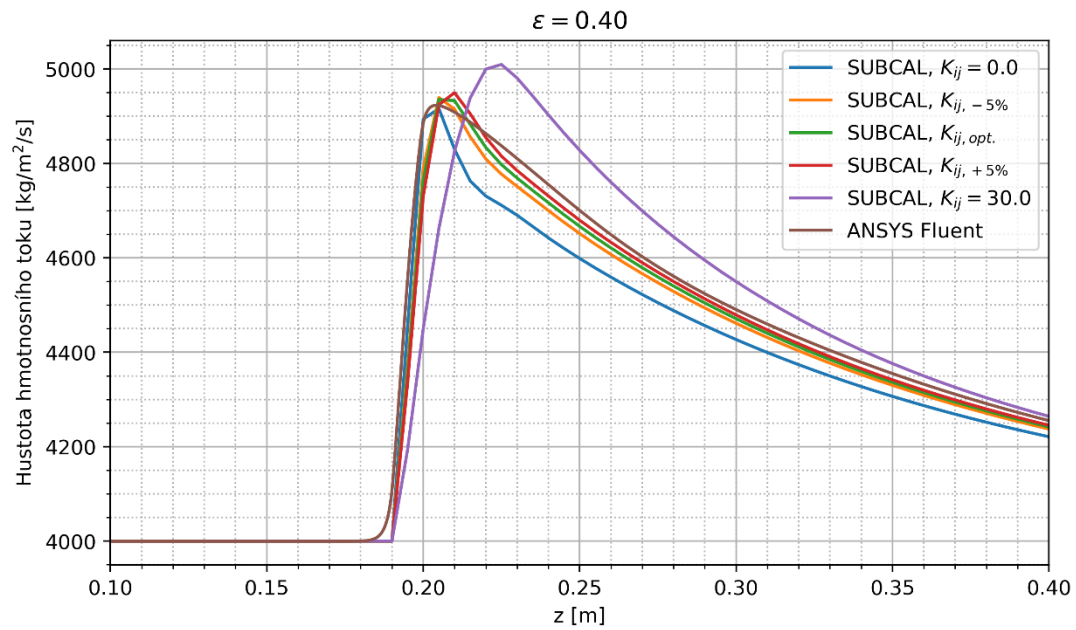
Obr. B10: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



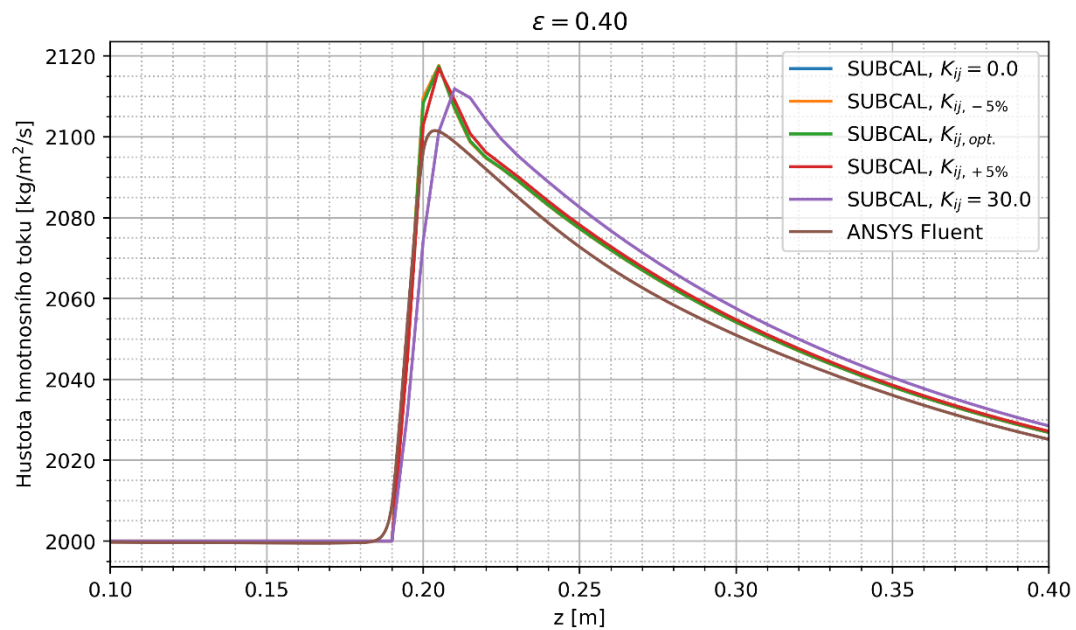
Obr. B11: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



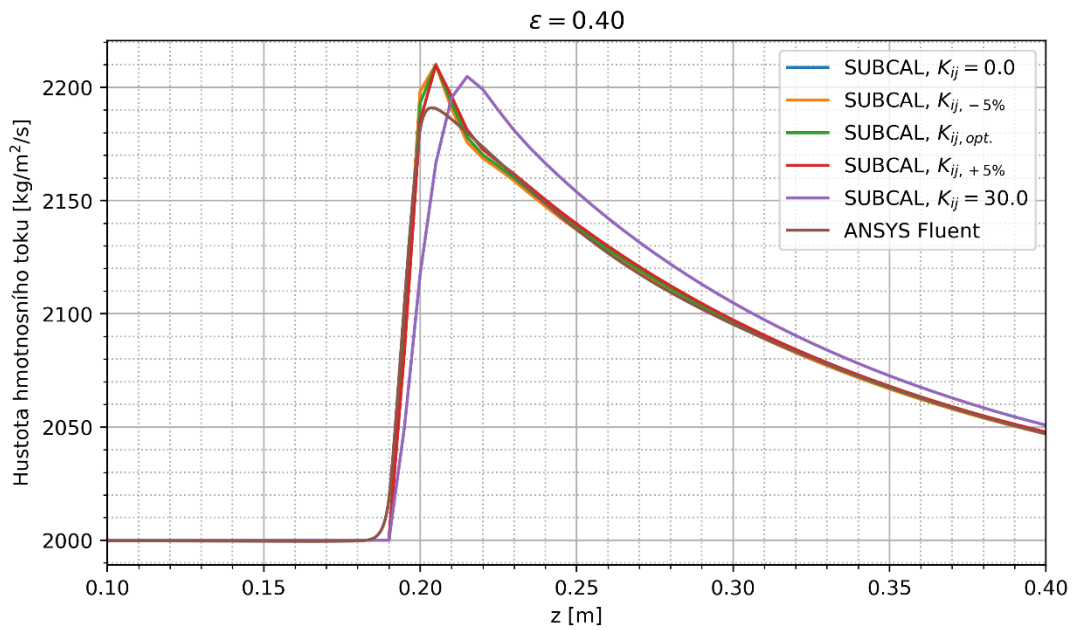
Obr. B12: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



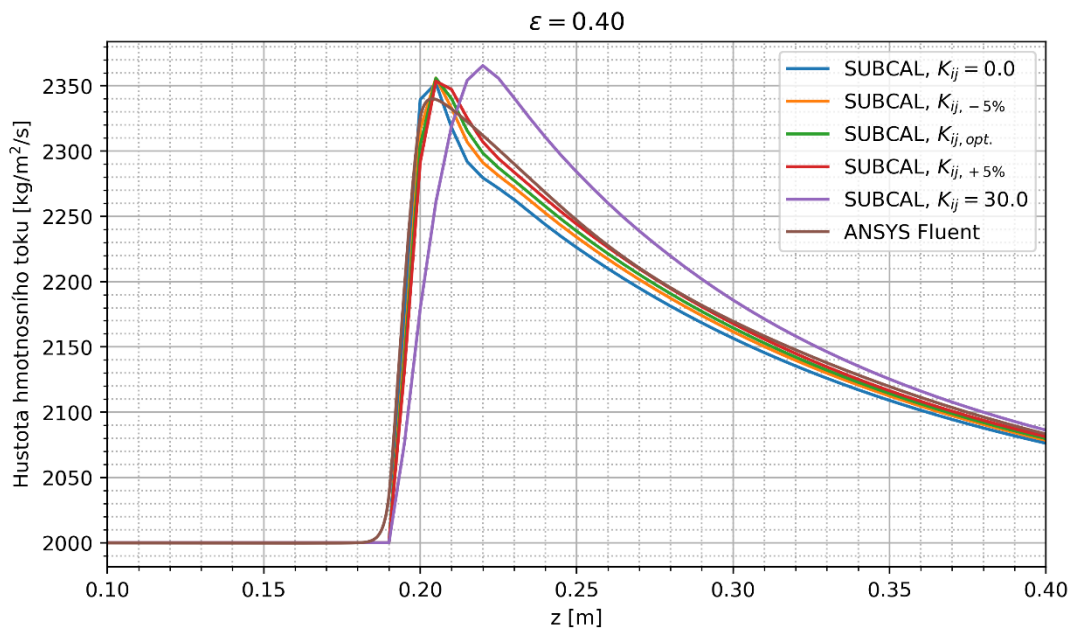
Obr. B13: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



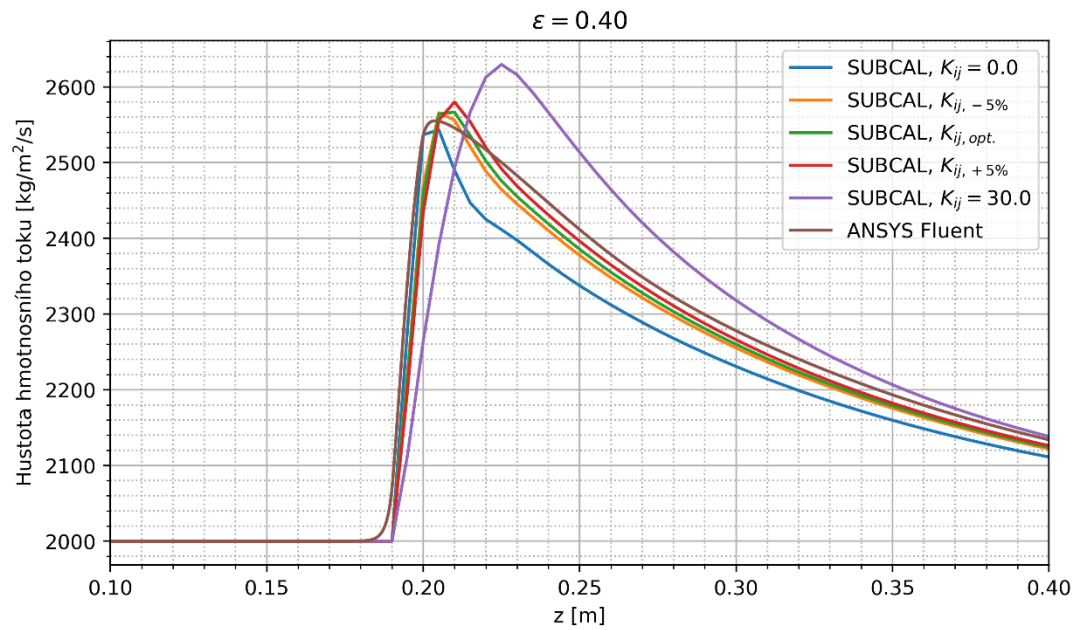
Obr. B14: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 25 \text{ m}^{-1}$



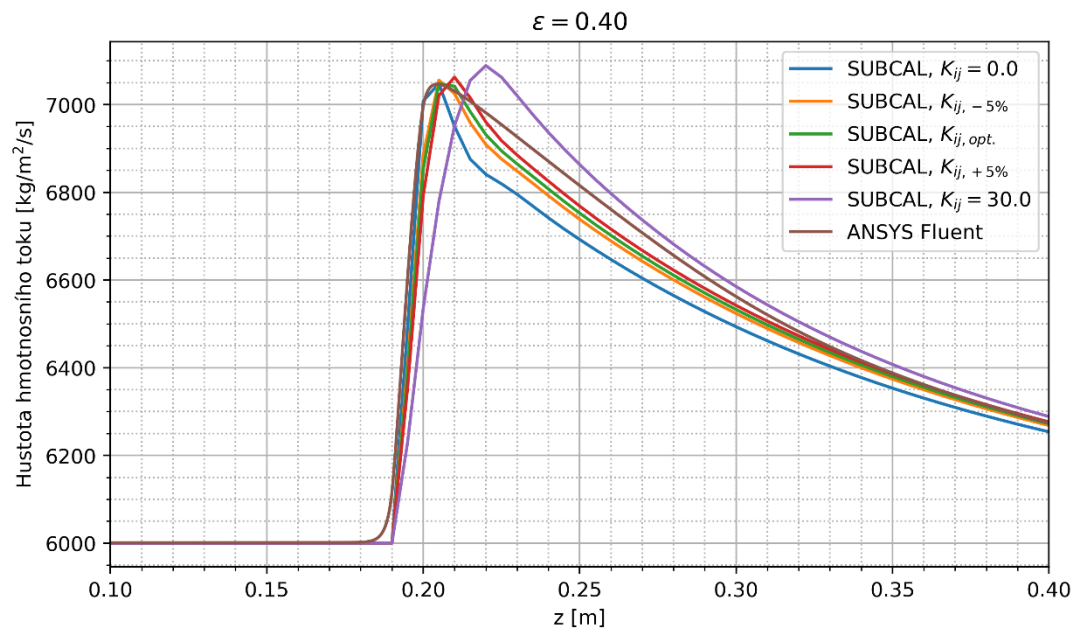
Obr. B15: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 50 \text{ m}^{-1}$



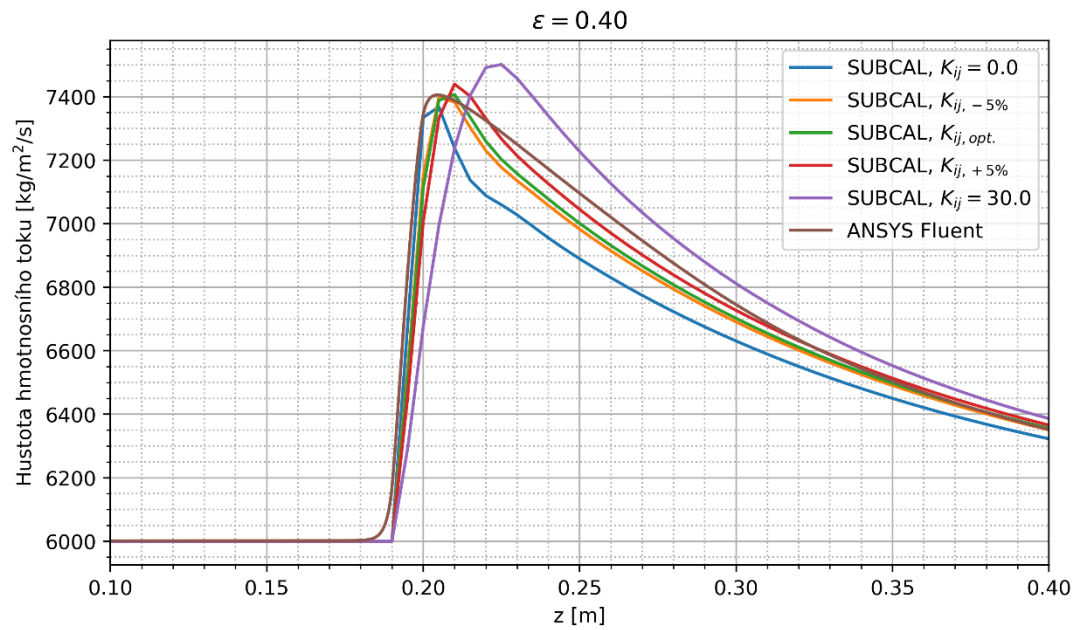
Obr. B16: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



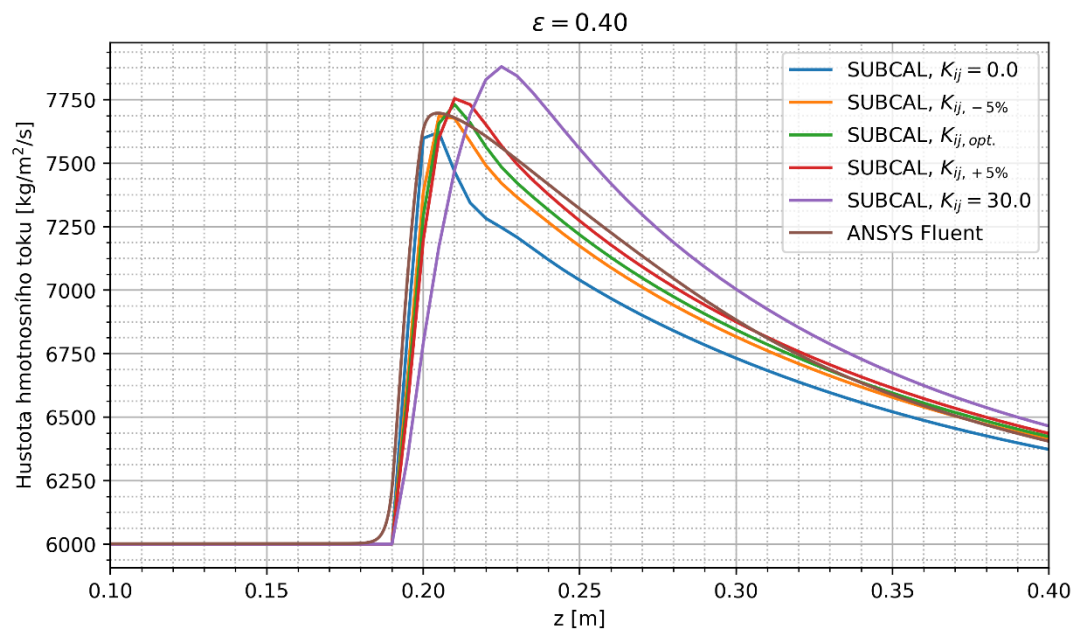
Obr. B17: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,2$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



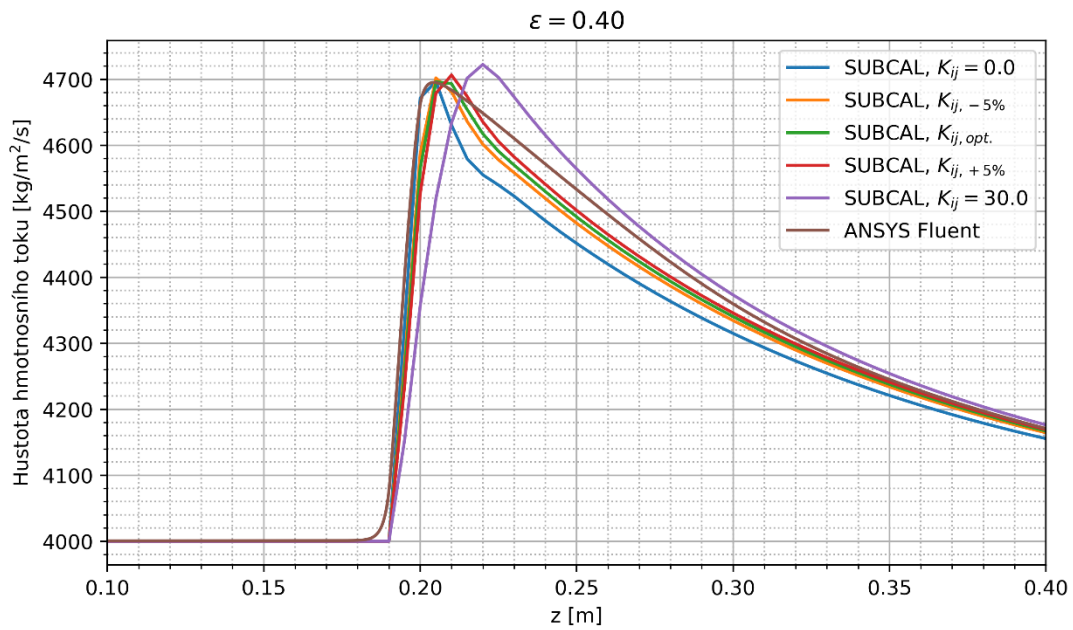
Obr. B18: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



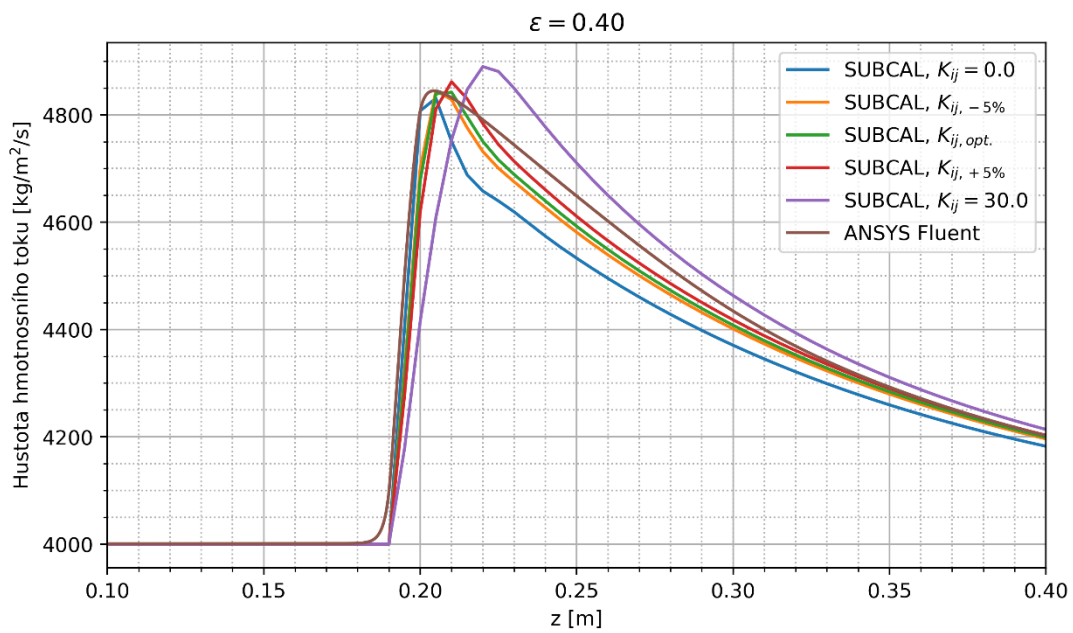
Obr. B19: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



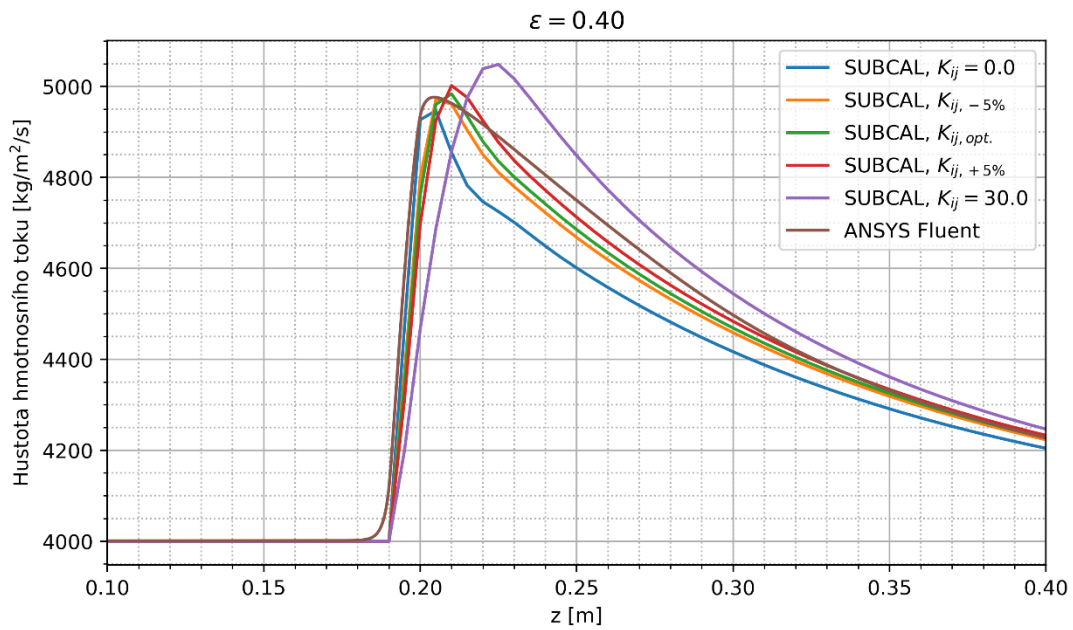
Obr. B20: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



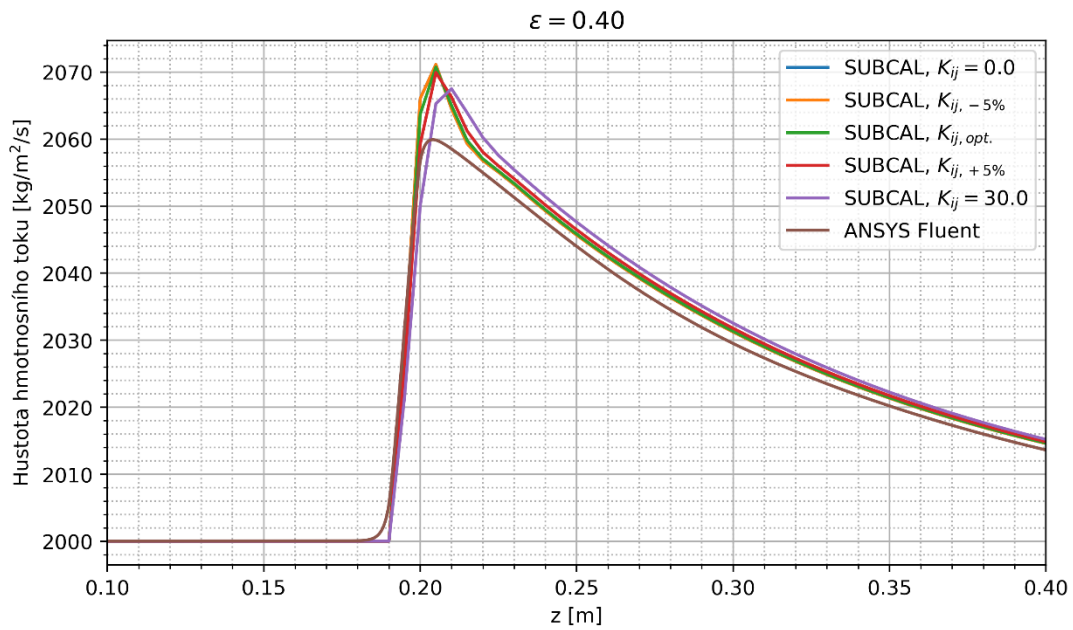
Obr. B21: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



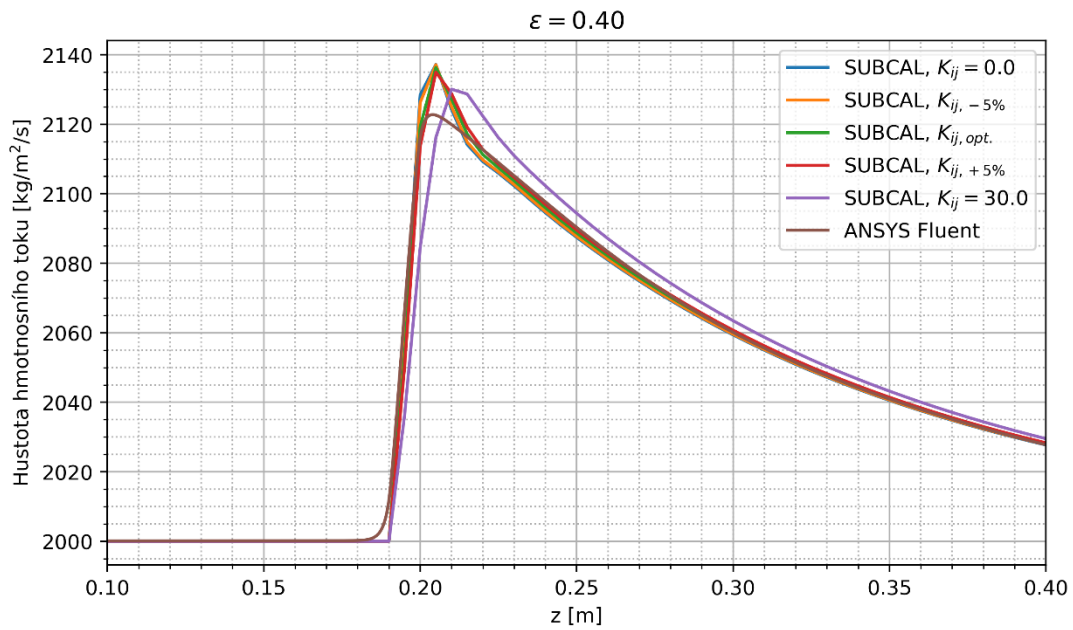
Obr. B22: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 130 \text{ m}^{-1}$



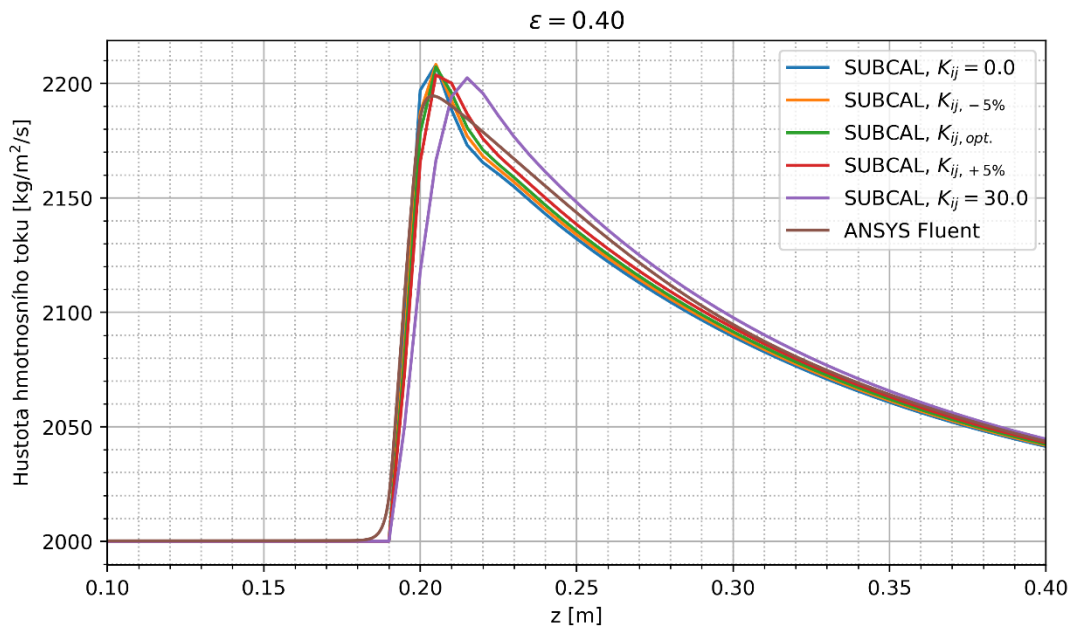
Obr. B23: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 160 \text{ m}^{-1}$



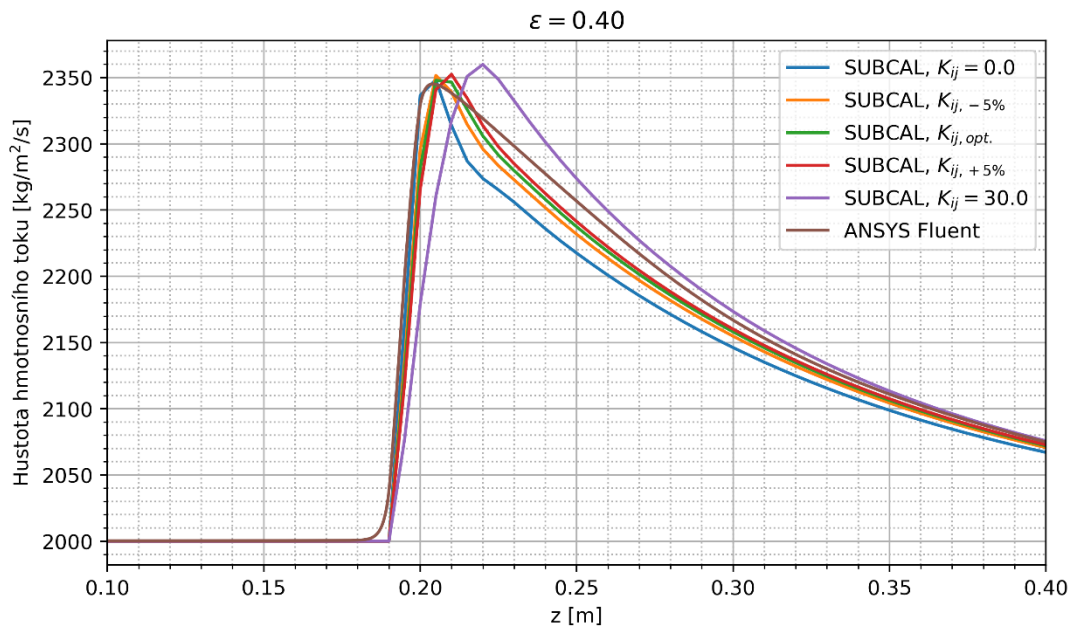
Obr. B24: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 14 \text{ m}^{-1}$



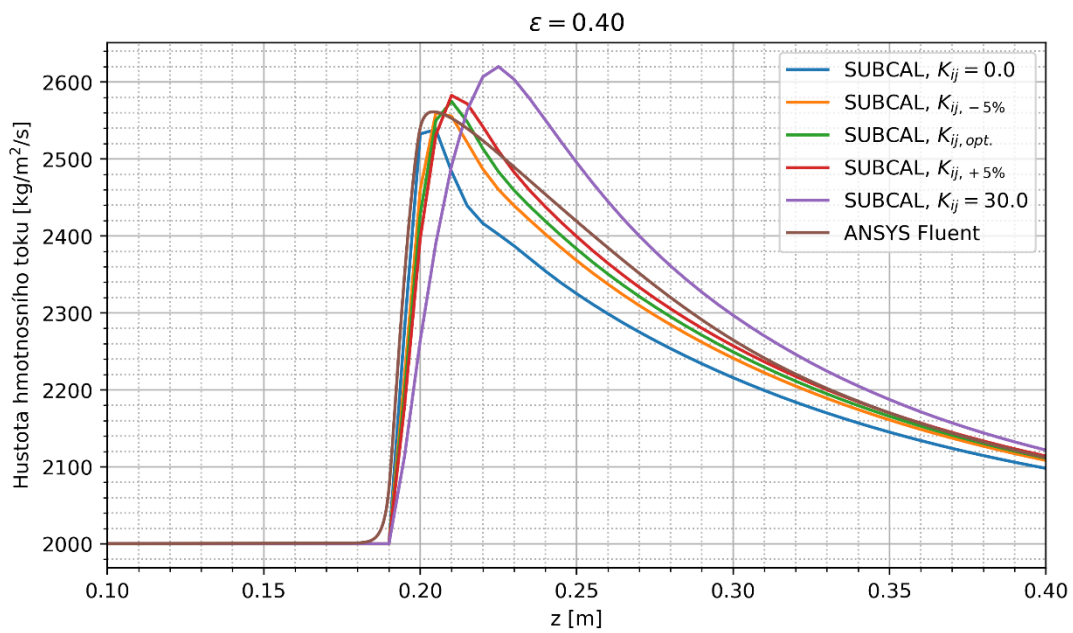
Obr. B25: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 30 \text{ m}^{-1}$



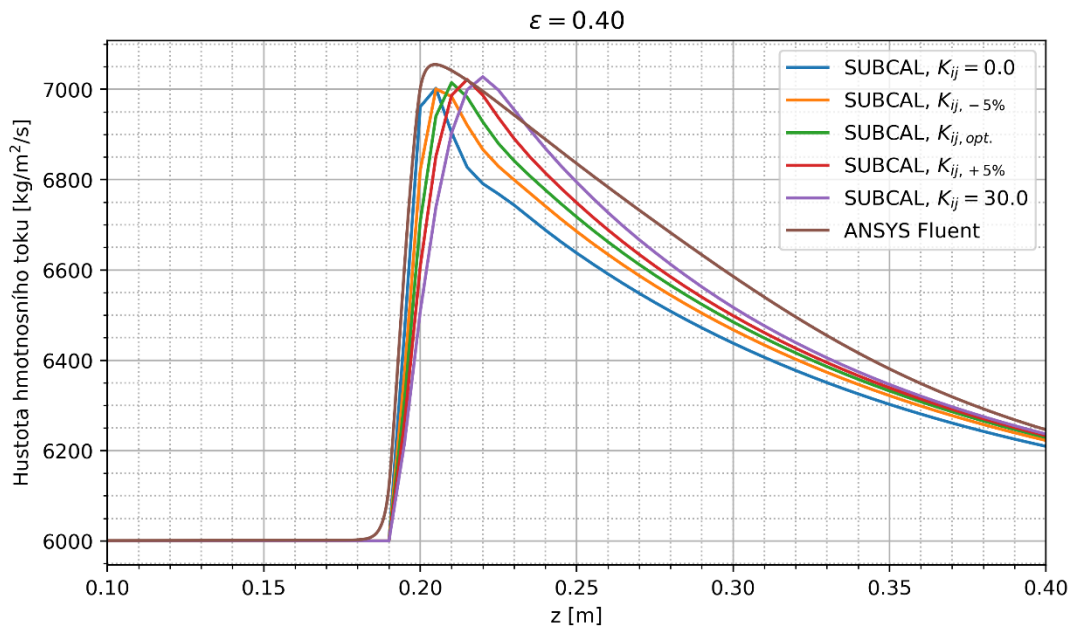
Obr. B26: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 50 \text{ m}^{-1}$



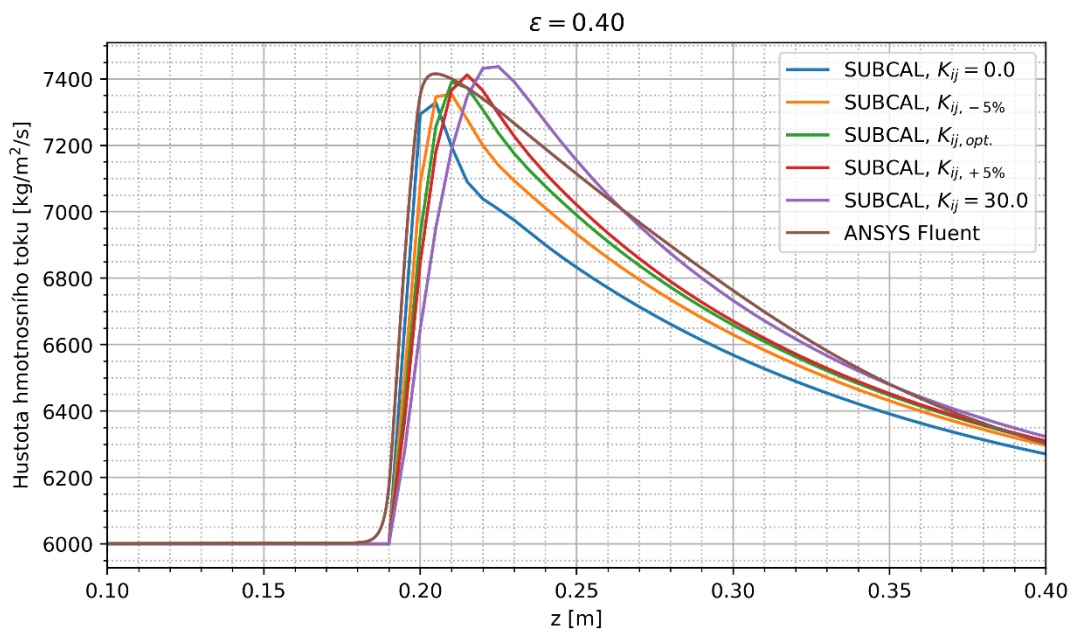
Obr. B27: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



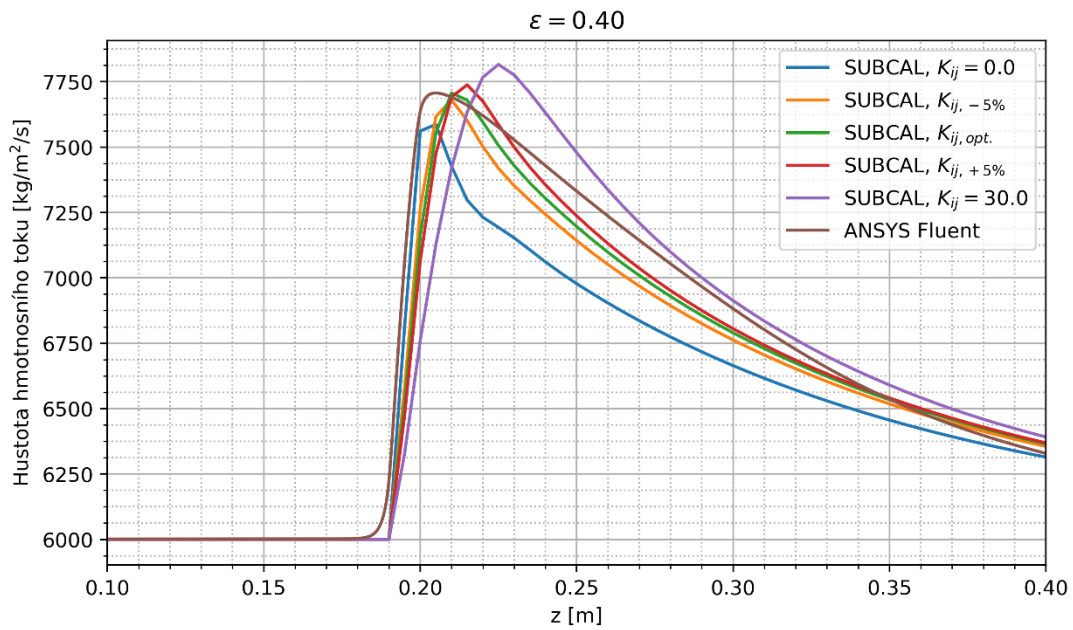
Obr. B28: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,3$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



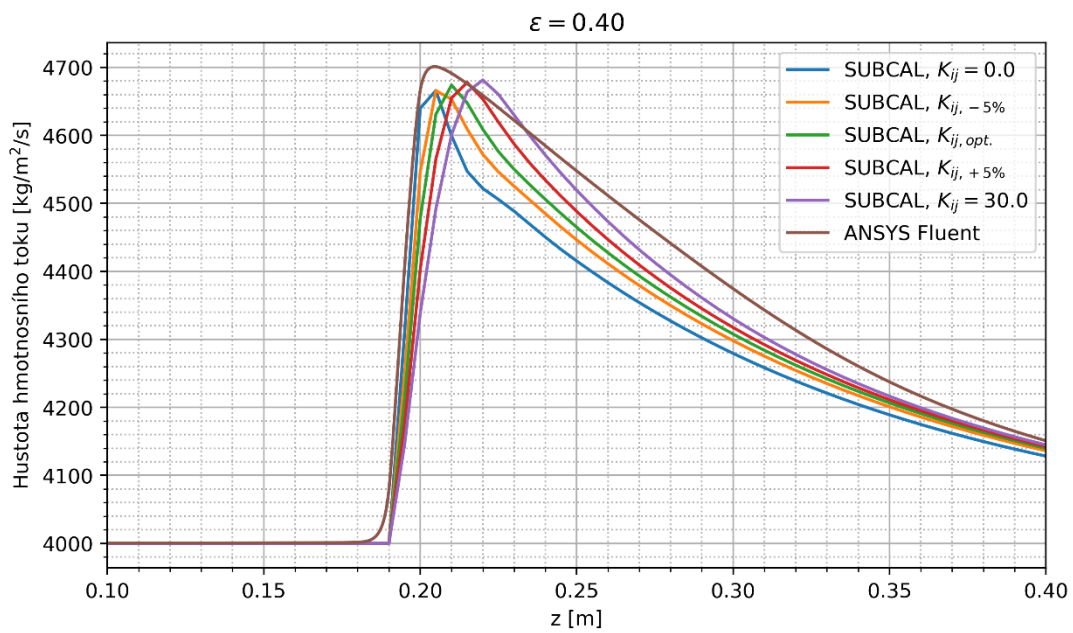
Obr. B29: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



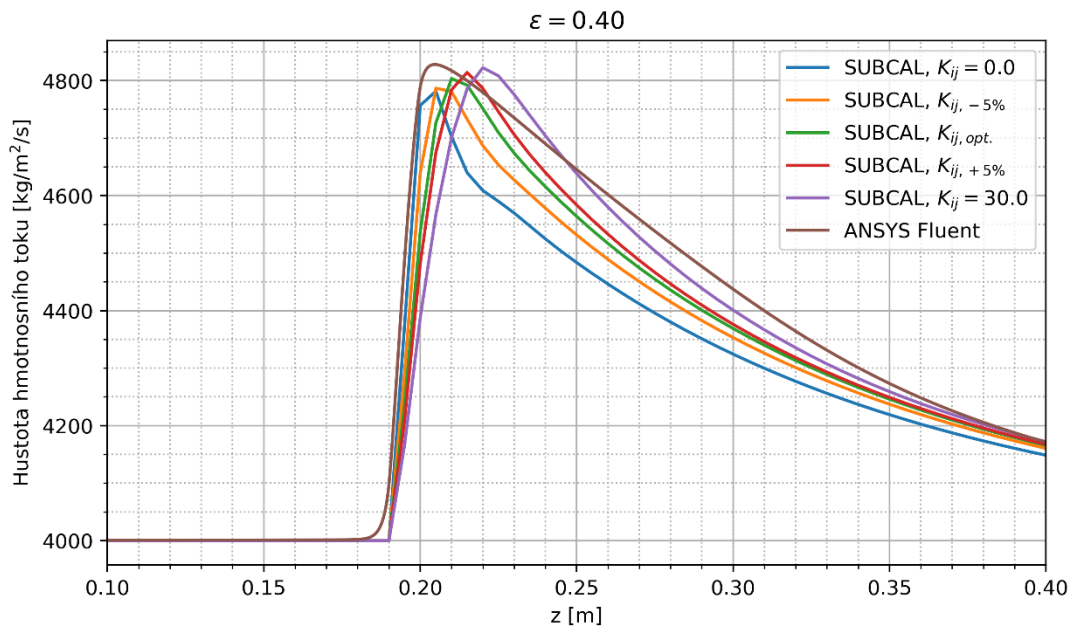
Obr. B30: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



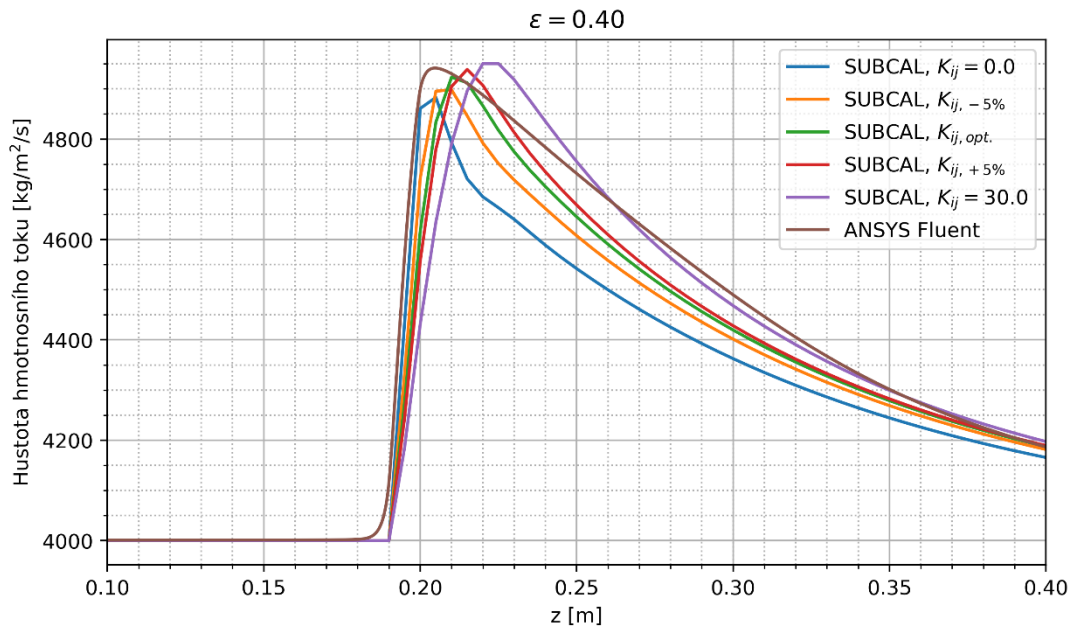
Obr. B31: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



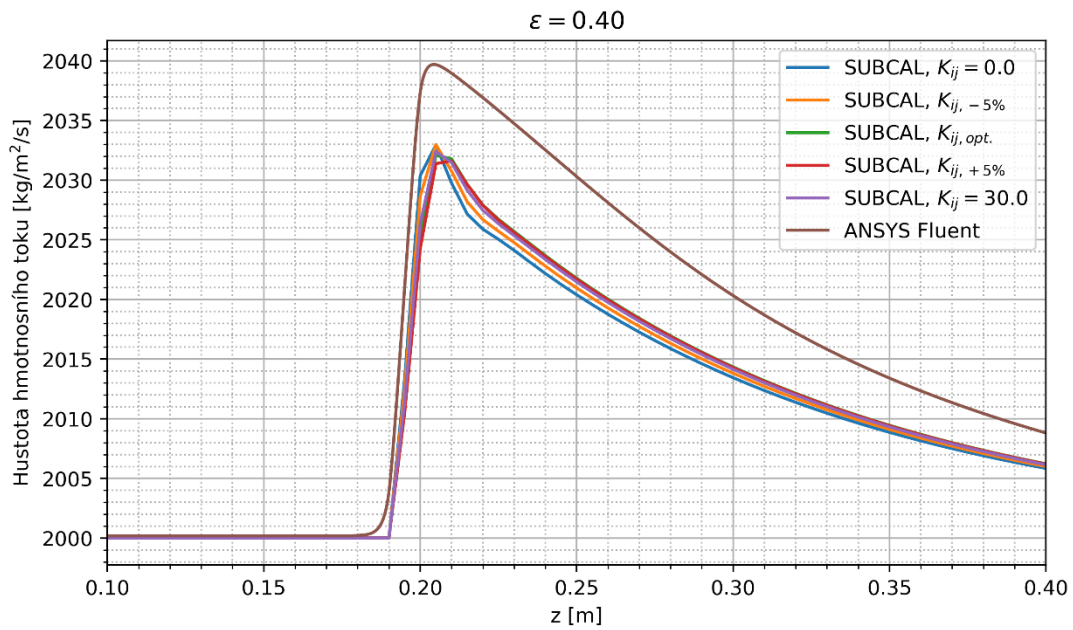
Obr. B32: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



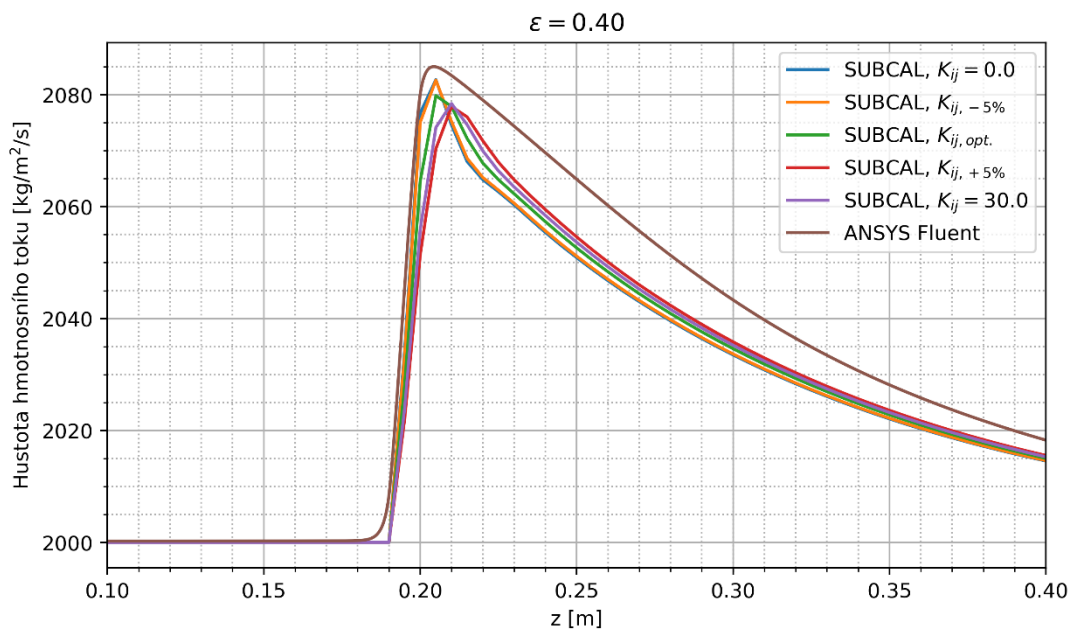
Obr. B33: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 125 \text{ m}^{-1}$



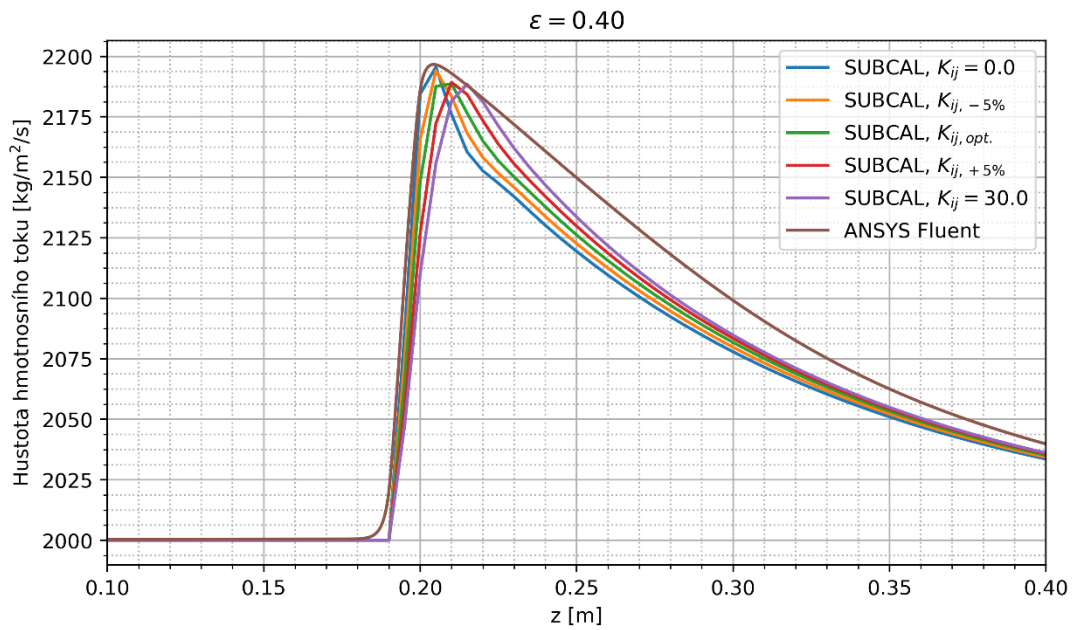
Obr. B34: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



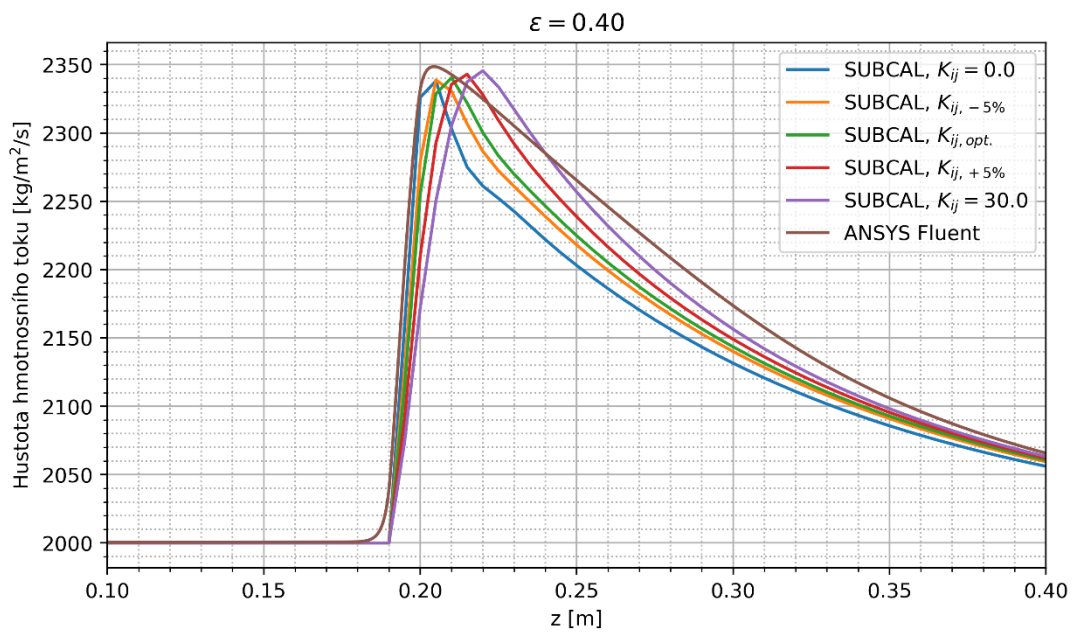
Obr. B35: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 9 \text{ m}^{-1}$



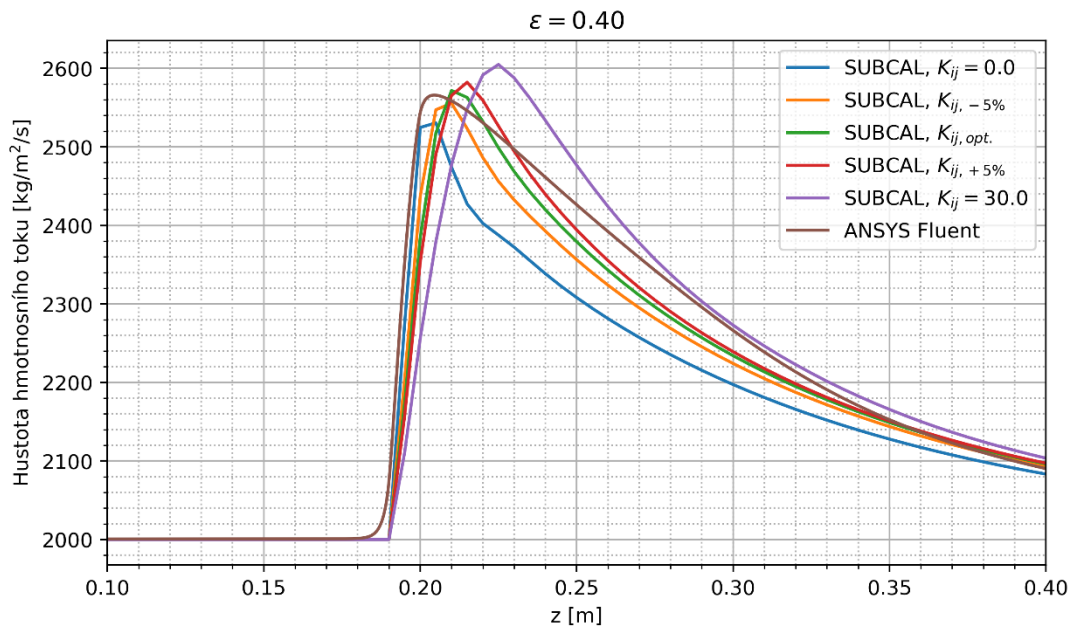
Obr. B36: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 20 \text{ m}^{-1}$



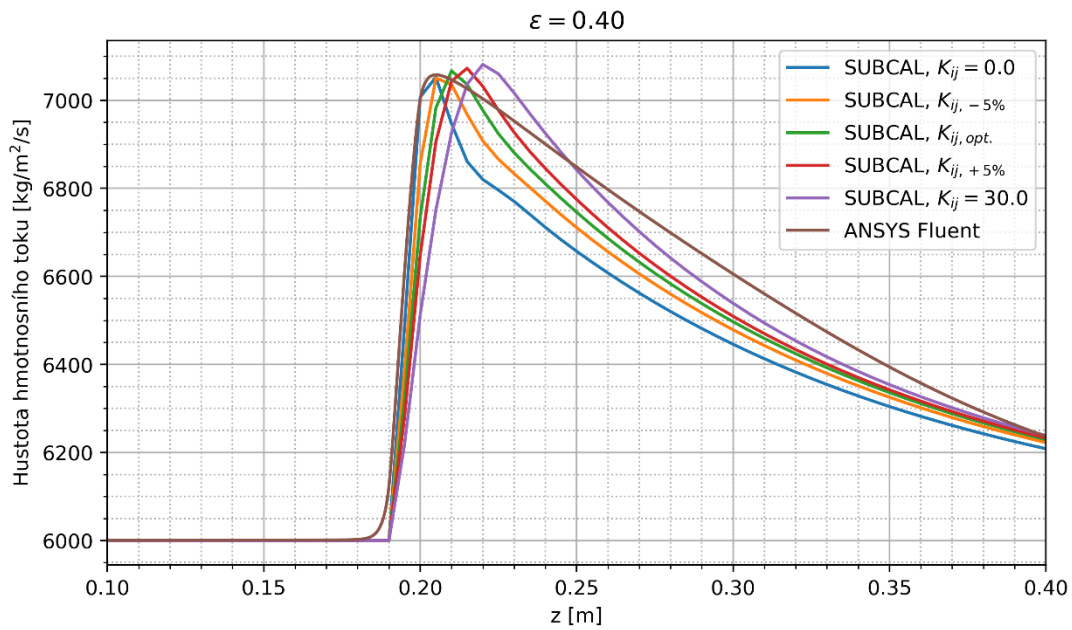
Obr. B37: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 50 \text{ m}^{-1}$



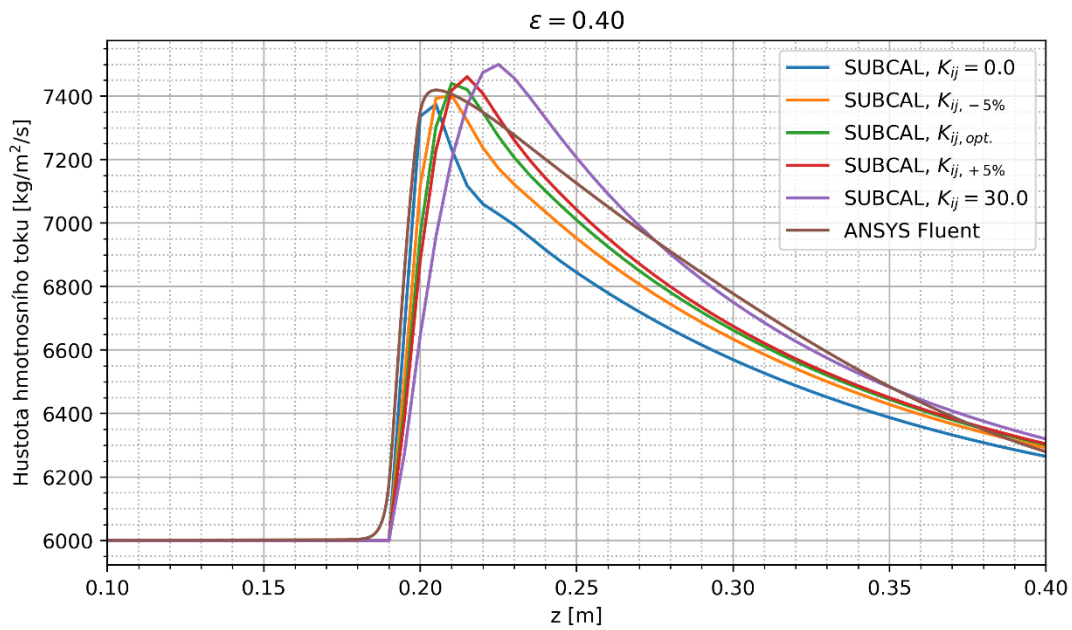
Obr. B38: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



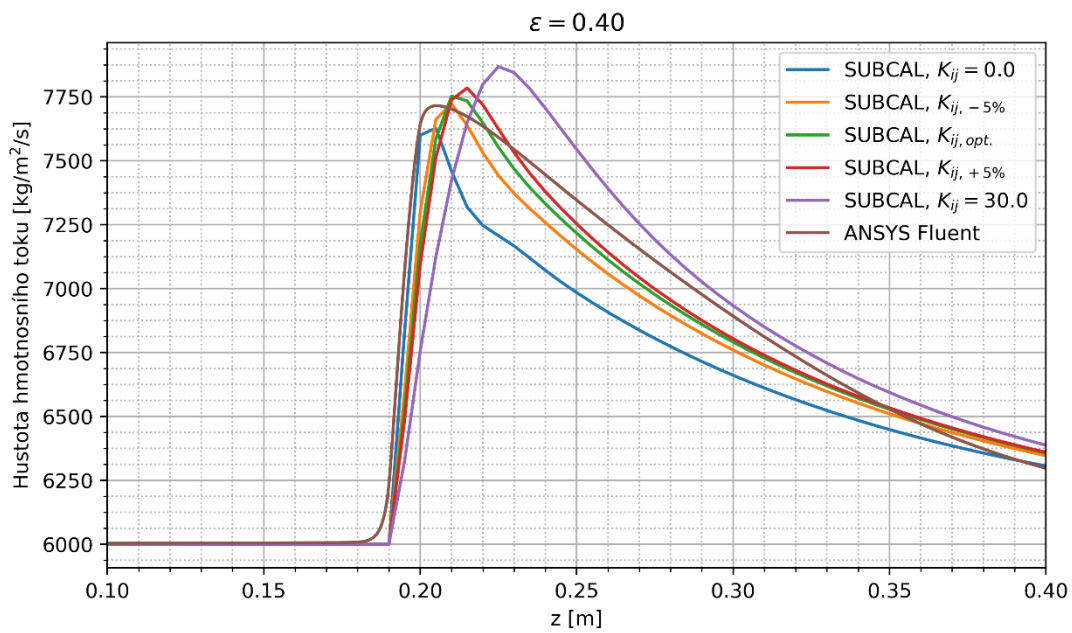
Obr. B39: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,4$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



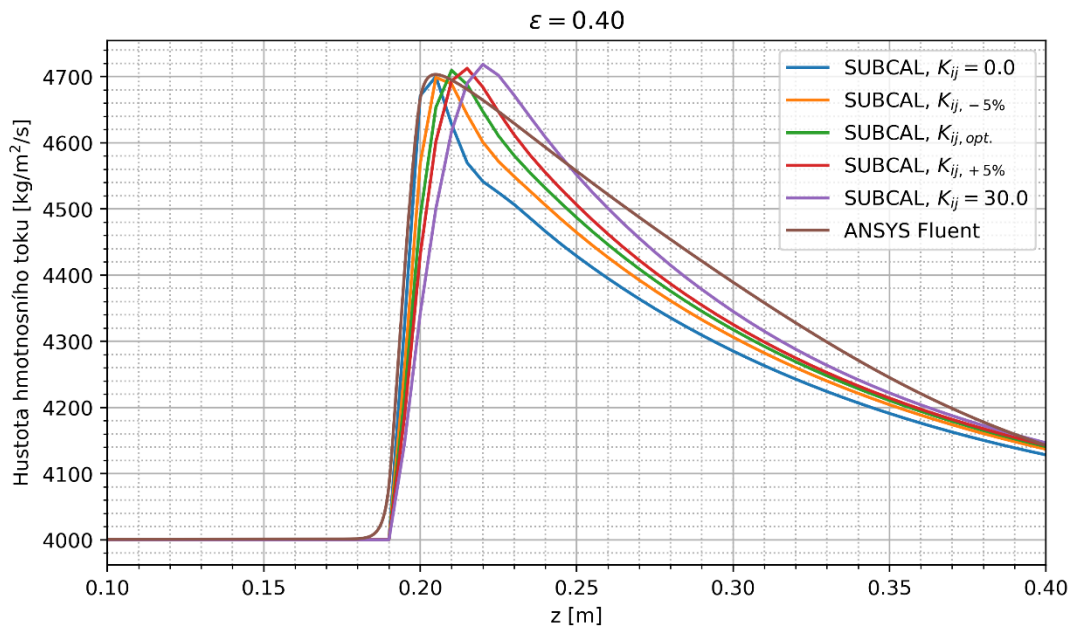
Obr. B40: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



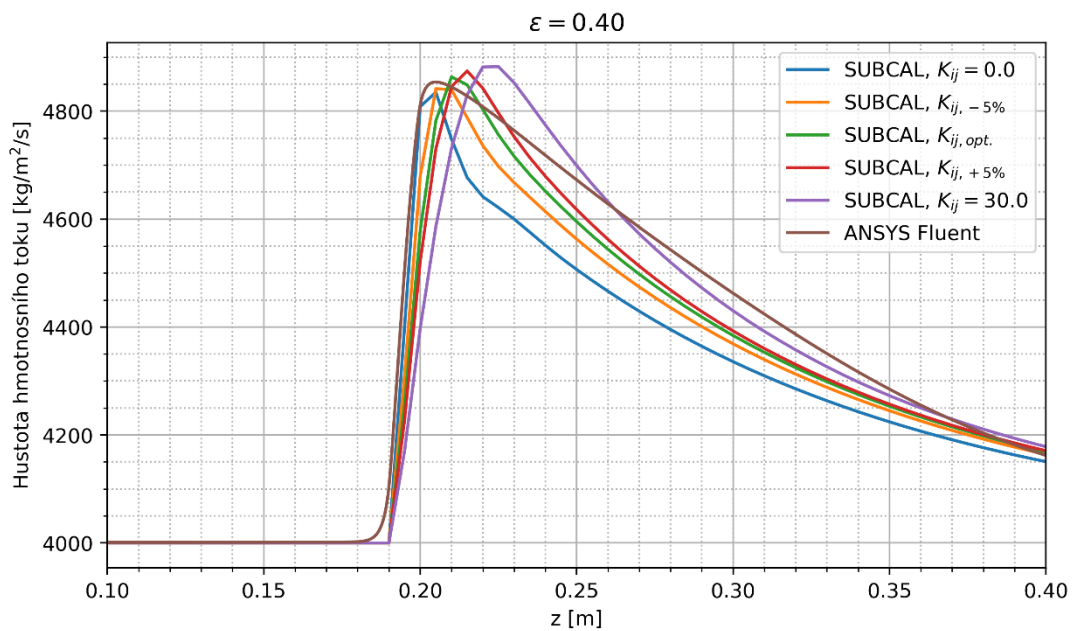
Obr. B41: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 150 \text{ m}^{-1}$



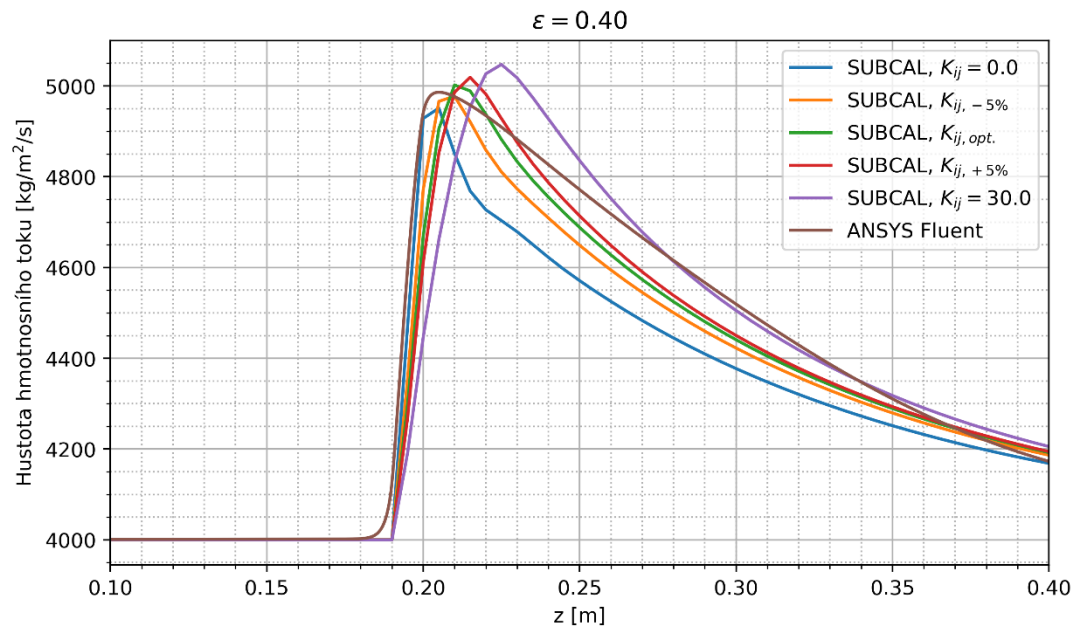
Obr. B42: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 6000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$



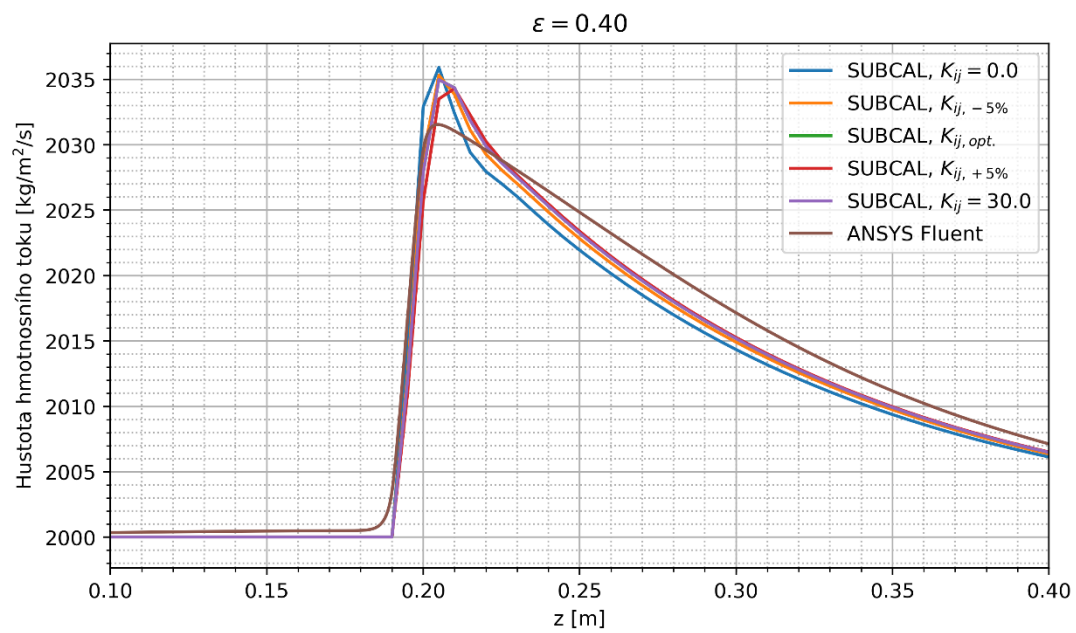
Obr. B43: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



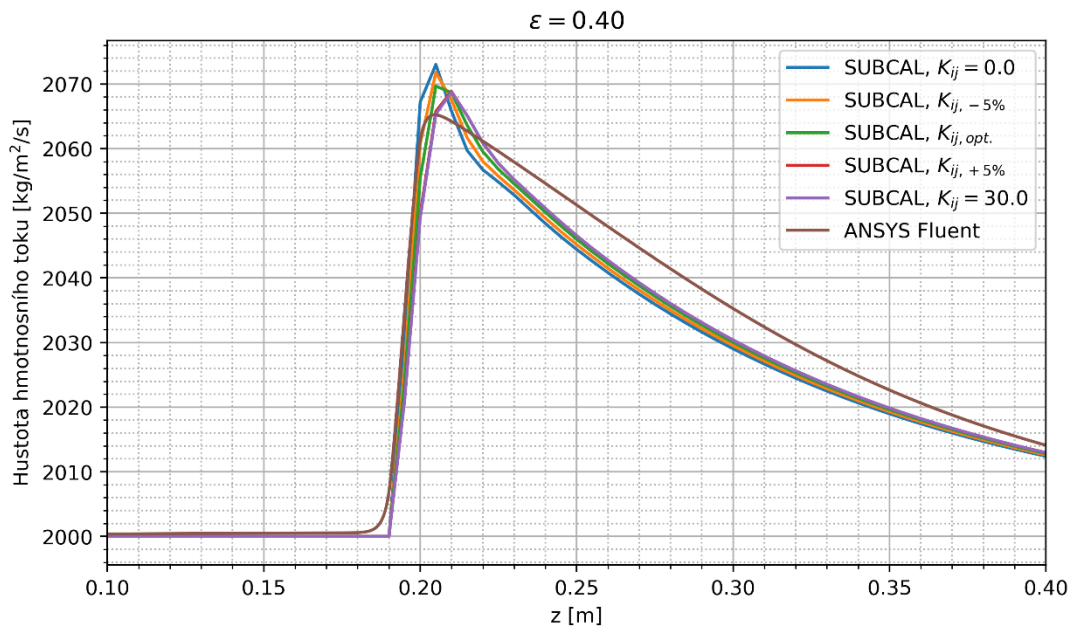
Obr. B44: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 130 \text{ m}^{-1}$



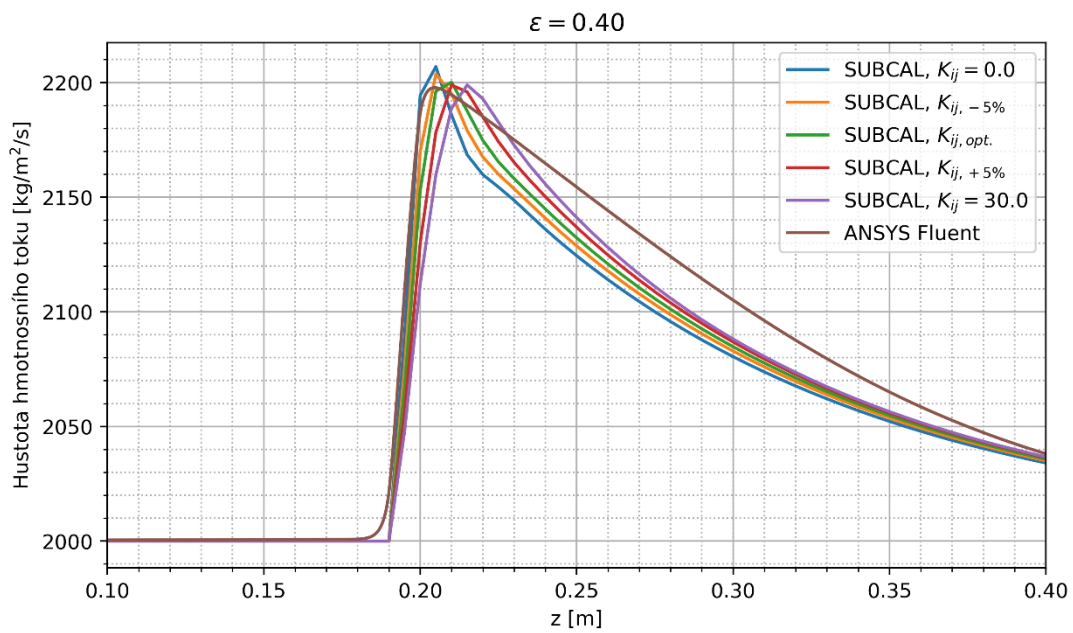
Obr. B45: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 4000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 160 \text{ m}^{-1}$



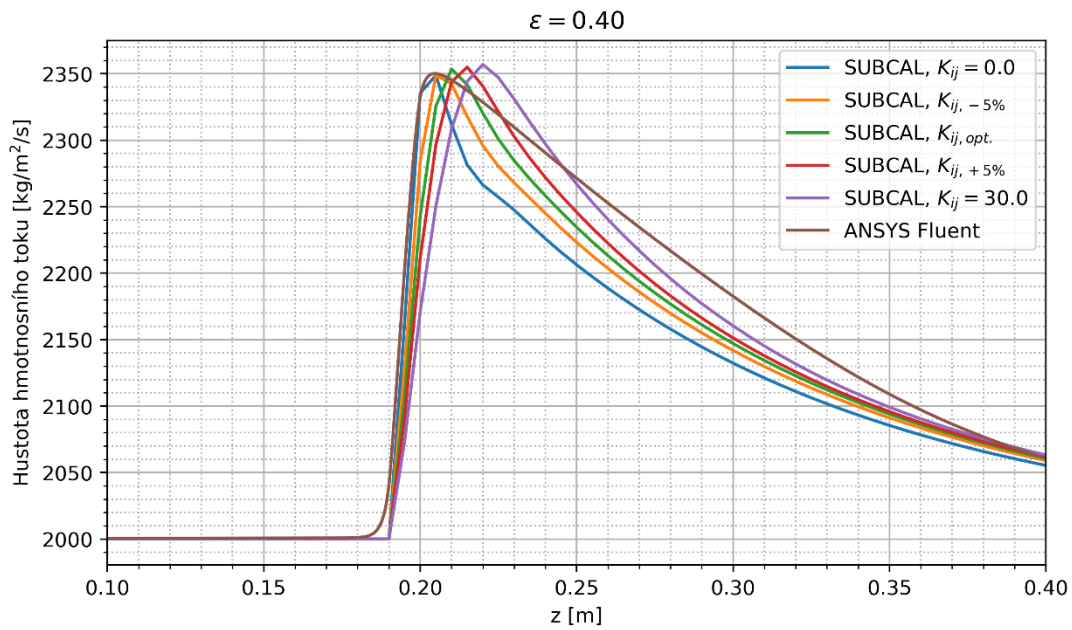
Obr. B46: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 7 \text{ m}^{-1}$



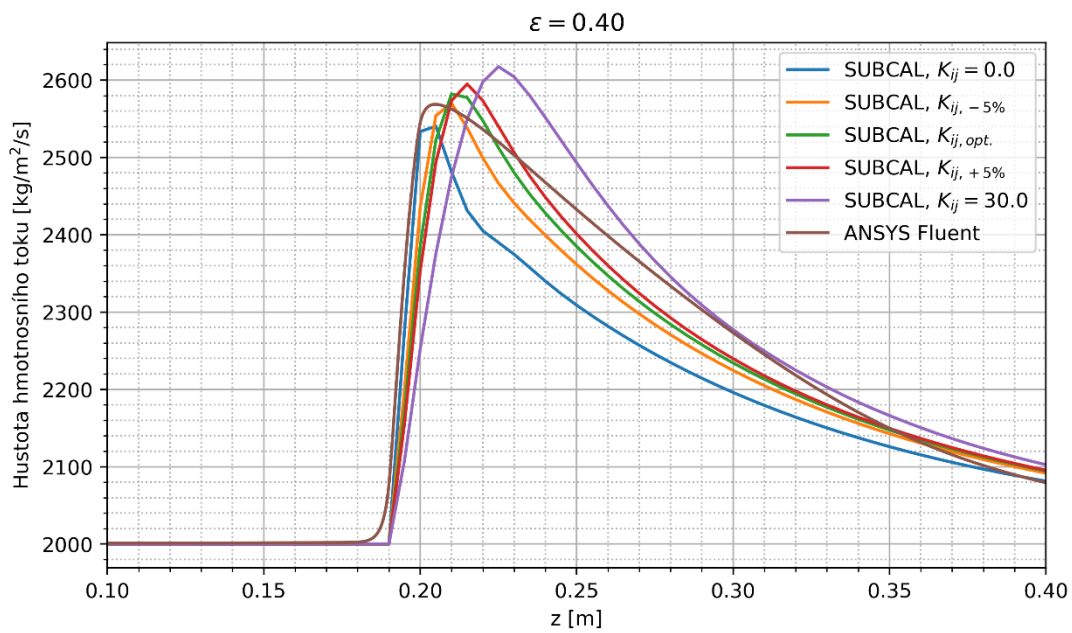
Obr. B47: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 15 \text{ m}^{-1}$



Obr. B48: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 50 \text{ m}^{-1}$



Obr. B49: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 100 \text{ m}^{-1}$



Obr. B50: Hustota hmotnostního toku v sub. č. 2, $P/D = 1,5$, $G_{in} = 2000 \text{ kg/m}^2/\text{s}$, $C_2 = 200 \text{ m}^{-1}$